

CAP. 8 GRÃO-PROPELENTE

8.1 DEFINIÇÕES

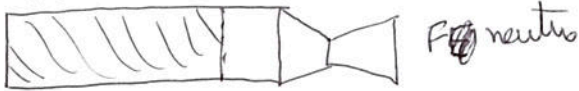
GRÃO-PROPELENTE: É UM BLOCO SÓLIDO QUE SE CONSTITUI NO PROPELENTE ARMAZENADO NA CÂMARA DE COMBUSTÃO DO MOTOR-FOGUETE.

OBJETIVOS DO CAPÍTULO:

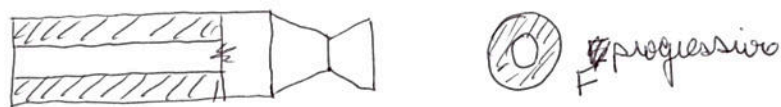
- PREVER A CURVA  $P_0 \times t$  (PARA DIMENSIONAR A ESTRUTURA DO MOTOR
- " " "  $M_p \times t$  } PARA PREVER A TRAJETÓRIA
- " " "  $F \times t$  }

ALGUNS TIPOS DE GRÃOS

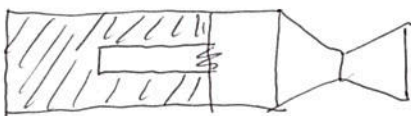
CILÍNDRICO (X-1)



TUBULAR (NETUNO-R)



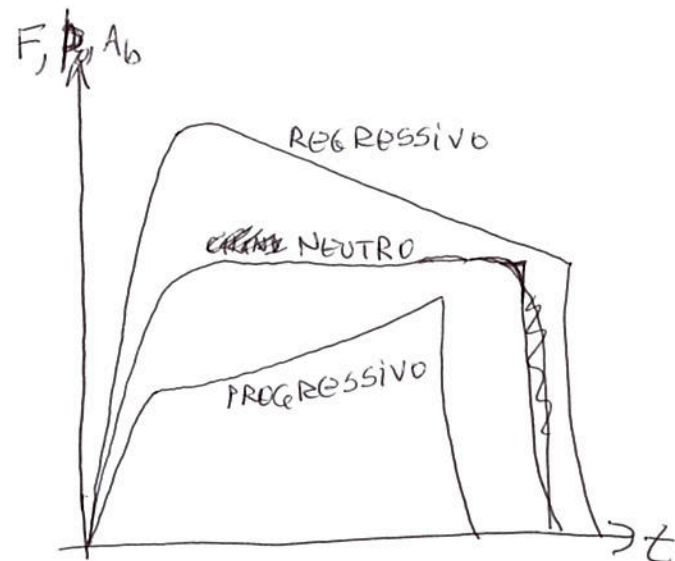
CILÍNDRICO-TUBULAR (SONDINHA-II)



ESTRELA



CURVAS DE EMPUXO



$P_0, A_b, F$  NEUTRO: GRÃO INIBIDO CILÍNDRICO E ESTRELA  
 $P_0, A_b, F$  PROGRESSIVO: GRÃO TUBULAR INIBIDO  
 $P_0, A_b, F$  REGRESSIVO: " " NÃO-INIBIDO

## 8.2 VELOCIDADE DE QUEIMA



O PROCESSO DA QUEIMA DE UM PROPELENTE SÓLIDO É MUITO COMPLEXO. PORTANTO, A VELOCIDADE DE QUEIMA É DADA PELA LEI DE SAINT ROBERT:

$$\dot{r} = a p_0^n \quad [m/s] \quad (8.1)$$

ONDE  $a$  e  $n$  SÃO CONSTANTES EMPÍRICAS DE CADA PROPELENTE, E  $p_0$  É A PRESSÃO DE COMBUSTÃO.

## 8.3 FLUXO DE MASSA DA QUEIMA

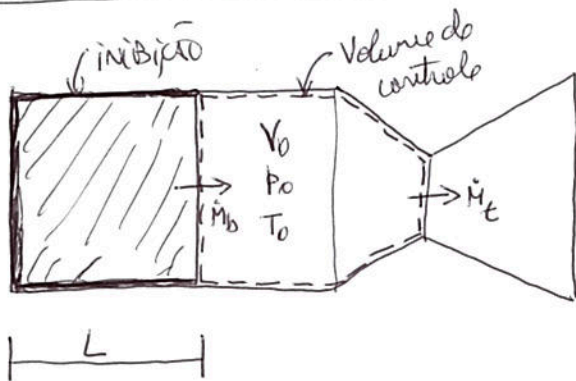
O FLUXO DE MASSA RESULTANTE DA QUEIMA DO PROPELENTE É DADO POR

$$\dot{M}_b = \rho_p A_b \dot{r} \quad [kg/s] \quad (8.2)$$

ONDE  $\rho_p$  = MASSA ESPECÍFICA DO PROPELENTE  $[kg/m^3]$   
 $A_b$  = ÁREA DE QUEIMA " " " "  $[m^2]$

$A_b$  DEPENDE BASICAMENTE DA GEOMETRIA DO GRÃO-PROPELENTE E DO USO DE INIBIDORES DE QUEIMA.

## 8.4 GRÃO CILÍNDRICO



DA EQ. DE CONSERVAÇÃO DA MASSA:

$$0 = \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV + \int_A \rho \vec{u} \cdot d\vec{A} \quad (8.3)$$

$V_0$  = VOLUME DA CÂMARA DE COMBUSTÃO  $[m^3]$

DO CAP. 7, Eq. (7.13),  $\dot{M}_t = \frac{\Gamma}{a_c} A_t p_0$  [kg/s] (8.4)

ONDE

$\Gamma = \gamma \left( \frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$  (CONSTANTE) (8.5)

$a_c = \sqrt{\gamma R T_0}$  (VELOCIDADE DO SOM) [m/s] (8.6)

$\gamma$  = RAZÃO DE CALORES ESPECÍFICOS [adim.]

$R$  = CONSTANTE DOS GASES DA COMBUSTÃO [J/kg.K]

$T_0$  = TEMPERATURA DE COMBUSTÃO [K]

DA LEI DOS GASES PERFEITOS,

$p_0 = \rho_0 R T_0$  (8.7)

ONDE  $\rho_0$  = MASSA ESPECÍFICA DOS GASES NA CÂMARA [kg/m<sup>3</sup>]

~~COM A EQ.~~  
APLICANDO-SE A EQ. (8.3) AO VOLUME DE CONTROLE DA CÂMARA DE COMBUSTÃO, E COM A EQ. (8.7),

TEM-SE

$0 = \frac{d}{dt} \left( \iiint \frac{p_0}{R T_0} dV \right) - \dot{M}_b + \dot{M}_t$

OU, CONSIDERANDO-SE AS PROPRIEDADES CONSTANTES NA CÂMARA,

$0 = \frac{1}{R T_0} \frac{d(p_0 V_0)}{dt} - \dot{M}_b + \dot{M}_t$

OU

$\frac{1}{R T_0} \frac{d(p_0 V_0)}{dt} = \dot{M}_b - \dot{M}_t$  (8.8)

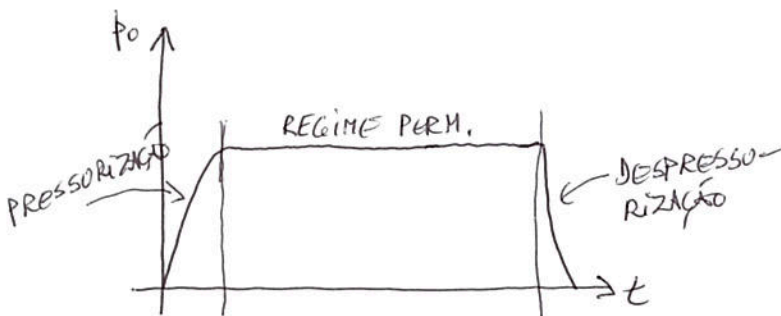
A PARTIR DA EQ. (8.8), PODE-SE DEFINIR

3 FASES PARA O PROCESSO:

1ª) PRESSURIZAÇÃO: ~~COMBUSTÃO~~  $\dot{M}_b > \dot{M}_t$

2ª) REGIME PERMANENTE:  $\dot{M}_b = \dot{M}_t$

3ª) DESTRESSURIZAÇÃO:  $\dot{M}_b = 0$



COM AS EQS. (8.1) E (8.4) EM (8.8),

$$\frac{1}{RT_0} \frac{d(p_0 V_0)}{dt} = \underbrace{p_p A_b a p_0^n}_{\dot{M}_b} - \underbrace{\frac{\Gamma}{a_c} A_t p_0}_{\dot{M}_e} \quad \text{NA FASE DE PRESSURIZAÇÃO} \quad (8.9)$$

ONDE  $V_0 = V_{inicial} + A_b x$  (8.10)

$$\frac{dx}{dt} = \lambda \quad (8.11)$$

$x$  = COMPRIMENTO DO GRÃO JÁ QUEIMADO

NO REGIME PERMANENTE,  $\frac{d(p_0 V_0)}{dt} = 0$ . ASSIM, A EQ. (8.9) SE REDUZ

A

$$\frac{\Gamma}{a_c} A_t p_0 = p_p A_b a p_0^n,$$

$$\frac{p_0}{p_0^n} = p_p \frac{a_c a}{\Gamma} \left( \frac{A_b}{A_t} \right) = p_0^{1-n}$$

OU

$$p_0 = \left( p_p \frac{a_c a}{\Gamma} K \right)^{1/(1-n)} \quad [Pa] \quad (8.12)$$

ONDE

$$K = \frac{A_b}{A_t} \quad (8.13)$$

NA DESPRESSURIZAÇÃO,  $\dot{M}_b = 0$ . ASSIM, A EQ. (8.9) SE REDUZ A

$$\frac{V_0}{RT_0} \frac{d(p_0 V_0)}{dt} = - \frac{\Gamma}{a_c} A_t p_0 \quad (8.14)$$

CUJO RESULTADO É

$$p_0 = p_{0f} e^{-Z(t-t_f)} \quad [Pa] \quad (8.15)$$

ONDE

$$Z = \frac{\Gamma A_t R T_0}{a_c V_{0f}} \quad (8.16)$$



$t_q =$  TEMPO DE QUEIMA DO PROPELENTE <sup>TOTAL</sup>

$t =$  " DESDE O INÍCIO DA QUEIMA

$p_{of} = p_o$  NO FIM DA QUEIMA (EQ. 8.12)

$v_{of} = v_o$  " " " "

## EMPUXO

NA CONDIÇÃO DE PROJETO, DO CAP. 7, O EMPUXO É DADO POR

$$F = \dot{m} v_e$$

(8.16)

CONHECIDO  $p_o(t)$ , O EMPUXO  $F(t)$  PODE SER CALCULADO COM

$$F = \dot{m}_t v_e + (p_e - p_a) A_e$$

(8.17)

ONDE  $\dot{m}_t$  É DADO PELA EQ. (7.13) OU (8.4),

$v_e$  " " " " (7.14)

$p_e$  ( $p_o, \epsilon_e, M_e, \gamma$ )

## MASSA DE PROPELENTE

A MASSA DO PROPELENTE EM CADA INSTANTE DE TEMPO VEM DA APLICAÇÃO DA EQ. (8.3) PARA UM VOLUME DE CONTROLE NO PROPELENTE, QUE RESULTA EM

$$0 = \frac{d}{dt} \left( \underbrace{\iiint_{M_p} p_p dV}_{M_p} \right) + \dot{m}_b$$

(8.18)

PARA  $p_p$  CONSTANTE ~~E~~ COM A EQ. (8.2), ~~DESEMPENHO E TEMPERATURA DO GÁS~~, OBTÉM-SE

$$0 = \frac{d}{dt} \left( \underbrace{p_p V_p}_{M_p} \right) + p_p A_b \Lambda$$

OU

$$\frac{dM_p}{dt} = -p_p A_b \Lambda$$

(8.19)

OU

$$\int_{M_{p\text{inicial}}}^{M_p} dM_p = - \int_0^t p_p A_b \Lambda dt$$

OU

$$M_p = M_{p\text{inicial}} - p_p \int_0^t A_b \Lambda dt$$

MASSA DE PROPELENTE =  $M_p$

(8.20)

NO CASO DO GRÃO CILÍNDRICO,  $A_b = \text{CONSTANTE}$ , E NO REGIME PERMANENTE  $\lambda = \text{CONSTANTE}$ , COM ISSO, A EQ. (8.20) RESULTA EM

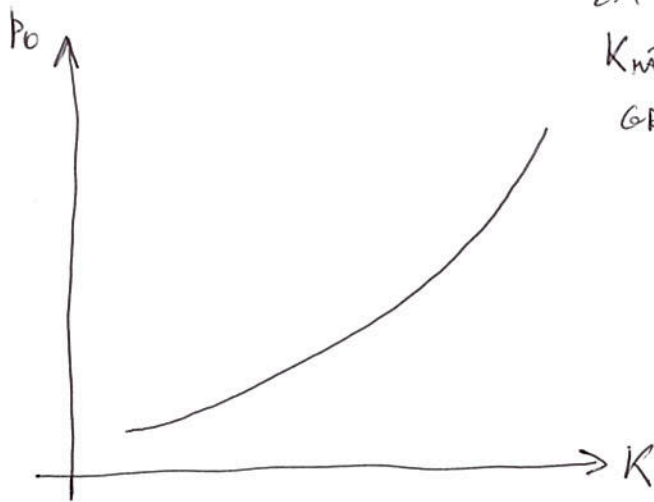
$$M_p = M_{\text{INICIAL}} - P_p A_b \lambda t \quad (8.21)$$

OU SEJA,  $M_p$  VARIA LINEARMENTE COM O TEMPO.

### 8.5 CURVA $P_0 \times K$

A PARTIR DA EQ. (8.12), PARA CADA PROPELENTE ( $P_p, a, \pi, \eta, R, T_0$ )

PODE-SE OBTER A CURVA  $P_0 \times K$ . ELA É ESSENCIAL PARA DEFINIR  $P_0$  MÁXIMO, EM FUNÇÃO DO MATERIAL DO MOTOR, E  $K$  MÁXIMO, QUE DEFINE A GEOMETRIA DO GRÃO-PROPELENTE.



### 8.6 EXERCÍCIOS

EXERCÍCIO 8.1: CALCULAR  $P_0$  DE REGIME PERMANENTE PARA UM PROPELENTE

DADOS:  $\gamma = 1,043$

$T_0 = 1634 \text{ K}$

$a = 1,007 \times 10^{-4} \text{ m/s}$

$R = 198,0 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$

$P_p = 1300 \text{ kg/m}^3$

$\eta = 0,319$

$K = 100$

$$\left[ P_0 \approx 9,87 \times 10^5 \text{ Pa} \approx 9,7 \text{ atm} \right]$$

$$\left[ \begin{array}{l} \pi = 0,6292 \\ a_c = 580,9 \text{ m/s} \end{array} \right]$$

EXERCÍCIO 8.2: GERAR UM GRÁFICO  $P_0 \times K$  COM OS DADOS DO EXERCÍCIO 8.1

PARA  $K = 1$  A  $1000$