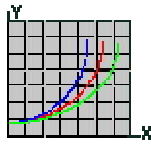


Web site de foguetaria experimental de Richard Nakka



Teoria de motor-foguete sólido

6 Empuxo de Motor-Foguete e o Coeficiente de Empuxo

O *empuxo* que um motor-foguete gera é a medida mais fundamental de desempenho. Sem dúvida, este parâmetro é o primeiro na mente de qualquer projetista de motor-foguete amador. Empuxo, sendo a *força* que o motor exerce, é a que propulsiona o foguete no (e além) “distante azul selvagem”.

O empuxo é gerada pela expulsão (exaustão) de massa escoando através da tubeira em alta velocidade. A expressão para o empuxo é dada por

$$F = \int P dA = \dot{m} v_e + (P_e - P_a) A_e \quad (6.1)$$

onde o termo do lado esquerdo na equação representa a integral das forças de pressão (resultante) atuando na câmara e tubeira, projetada em um plano normal ao eixo de simetria da tubeira, como mostrado na Figura 6.1.

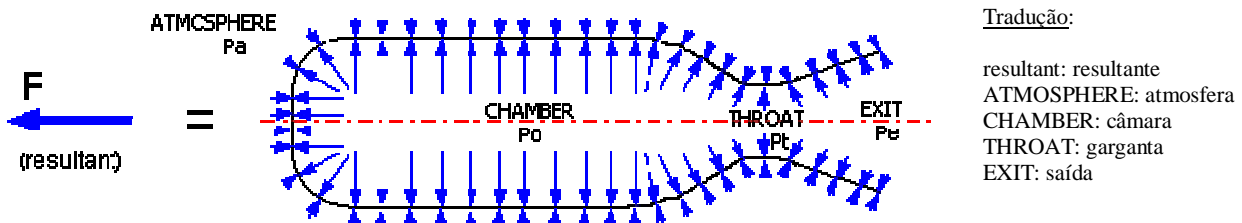


Figura 6.1 Forças na câmara de combustão e tubeira.

A pressão interna é mais alta dentro da câmara e diminui continuamente na tubeira em direção à saída. A pressão (atmosférica) externa é uniforme sobre a superfície externa.

No primeiro termo do segundo membro da equação, \dot{m} é o fluxo de massa dos produtos de exaustão e v_e é a velocidade de exaustão. O segundo termo do segundo membro da equação é o assim chamado *empuxo de pressão*, que é igual a zero para uma tubeira com razão de expansão ótima ($P_e = P_a$); A_e é a área de saída da tubeira.

Considerando a continuidade (conservação da massa) na garganta da tubeira, a Equação (6.1) pode ser reescrita como

$$F = \rho * A * v * v_e + (P_e - P_a) A_e \quad (6.2)$$

Esta expressão pode agora ser modificada usando algumas equações que foram apresentadas na Web Page Teoria de Tubeira [Capítulo 5], isto é, as expressões para

- Razão de massa específica do fluido (notando que na garganta $M = 1$), ρ_o/ρ (Equação 5.10)

- Velocidade crítica (garganta) do escoamento, v^* (Equações 5.5 e 5.6, notando que $v^* = a$)
- Velocidade na saída da tubeira, v_e (Equação 5.15)
- E a equação de estado para um gás ideal, $P = \rho RT$

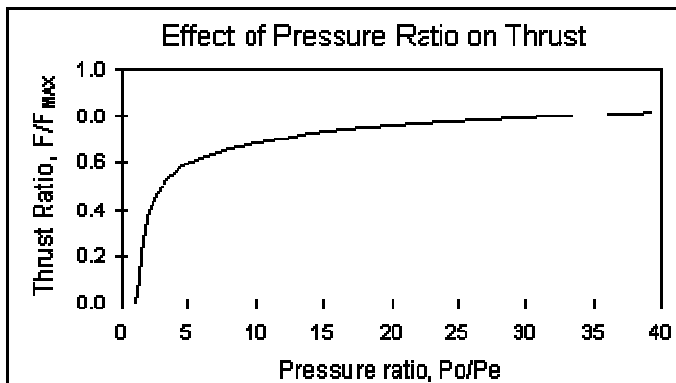
obtem-se

$$F = A^* P_o \sqrt{\frac{2k^2}{k-1} \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}} \left[1 - \left(\frac{P_e}{P_o}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]} + (P_e - P_a) A_e \quad (6.3)$$

Esta equação mostra que, se o termo de empuxo de pressão é zero, **o empuxo é diretamente proporcional à área da garganta A^* , e é quase diretamente proporcional à pressão de câmara P_o .**

Isto é particularmente interessante. Isto significa que se o tamanho [área] da garganta é dobrado, o empuxo será dobrado (se a pressão de câmara é mantida). O mesmo vale para a pressão de câmara – se ela é dobrada, o empuxo é aproximadamente dobrado. Na realidade, as coisas não são tão simples, pois o tamanho da tubeira e a pressão de câmara estão relacionados, como será explicado [no Capítulo 8 Pressão de Câmara]. Isto significa que dobrar o tamanho da garganta comumente envolve variações importantes no projeto, tal como um aumento na área de queima do grão. Da mesma forma, se a pressão é para ser aumentada, a estrutura teria que ser reforçada. O empuxo também é proporcional ao:

- Empuxo de pressão (termo aditivo, que pode ser positivo ou negativo).
- Razão entre os calores específicos k . A sensibilidade de k é muito baixa. Por exemplo, a diferença no empuxo calculado para $k = 1,4$, comparado a $k = 1,0$, é uma diminuição de 14% (para a razão de pressão de $P_o/P_e = 68$).
- Razão de pressão através da tubeira P_e/P_o , como mostrado na Figura 6.2.



Tradução:

Effect of Pressure Ratio on Thrust: efeito da razão de pressão sobre o empuxo.

Thrust Ratio: razão de empuxo

Pressure ratio: razão de pressão

Figura 6.2 Efeito da razão de pressão sobre o empuxo.

Esta figura plota a razão de empuxo F/F_{MAX} versus a razão de pressão (ou *expansão*), onde F_{MAX} é o empuxo que seria obtido com uma razão de expansão infinita (isto é, expandindo no vácuo, com $P_e = 0$). No gráfico, o empuxo indicado F exclui o termo do empuxo de pressão. O empuxo total produzido é dado por $F_{total} = F + (P_e - P_a)A_e$.

A razão de pressão da tubeira é determinada apenas pela razão de áreas A^*/A_e , como dado na Equação (5.17) [do Capítulo 5 Teoria de Tubeira]. O que este gráfico nos diz?

- Se a razão de pressão (e conseqüentemente a razão de expansão) é 1, então $F = 0$. O único empuxo produzido pela tubeira é o empuxo de pressão, ou $F_{total} = (P_e - P_a)A_e$. Tal tubeira,

claro, não teria a porção divergente, já que $A^*/A_e = 1$, e seria uma tubeira de foguete mal projetada!

- A inclinação da curva é muito grande inicialmente, então começa a nivelar-se além de $P_o/P_e = 5$. Isto é importante, pois indica que mesmo uma tubeira com uma mínima expansão será de benefício importante. Com uma razão de expansão de 5, o empuxo resultante é de aproximadamente 60% do teórico máximo. Da Equação (5.17), é encontrado que a razão de expansão de área necessária é somente $A_e/A^* = 1,38$ (para $k = 1,2$), que representa uma razão de diâmetro da saída para a garganta da tubeira de menos que 2!

O grau com que o empuxo é amplificado pela tubeira é quantificado pelo **Coefficiente de Empuxo** C_f , e é definido em termos da pressão de câmara e área da garganta:

$$F = C_f A^* P_o \quad (6.4)$$

O Coeficiente de Empuxo determina a amplificação do empuxo devido à expansão do gás na tubeira quando comparado ao empuxo que seria exercido se a pressão de câmara atuasse sobre somente a área da garganta. A Equação (6.4) é útil, pois ela permite que o valor experimental de C_f seja obtido de valores medidos da pressão de câmara, diâmetro de garganta, e empuxo. O valor ideal de C_f é calculado das Equações (6.3) e (6.4), e mostrado abaixo com a Equação (6.5):

$$C_f = \sqrt{\frac{2k^2}{k-1} \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}} \left[1 - \left(\frac{P_e}{P_o}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]} + \frac{(P_e - P_a) A_e}{P_o A^*} \quad (6.5)$$

Um motor KN/açúcar equipado com uma tubeira bem projetada resultará em um C_f de aproximadamente 1,5 sob condições de regime permanente. O C_f ideal para o mesmo motor seria em torno de 1,65. Uma grande fração da perda é devido a ineficiências do escoamento bifásico.

Como uma nota final, ressalta-se que as equações para o empuxo e C_f (Equações 6.3 e 6.5) precisam que o k seja corrigido para escoamento bifásico.