

Curso: Projeto e Teste de Minifoguete

Prof. Carlos Henrique Marchi

Grupo de Foguetes Carl Sagan (GFCS)

Laboratório de Atividades Espaciais (LAE)

Departamento de Engenharia Mecânica (DEMEC)

Setor de Tecnologia (TC)

Universidade Federal do Paraná (UFPR)

Curitiba (PR), 2020.

Lançamento do minifoguete LAE-118/GFCS/UFPR em 29 Abr 2017 em Curitiba (PR) durante o IV Festival Brasileiro de Minifoguetes 2017. Projetado para apogeu de 100 metros, ele atingiu 103 metros e venceu essa categoria do evento. O lançamento foi vertical. Mas a foto abaixo mostra o minifoguete inclinado para a direita após sofrer uma perturbação do vento.

Já a foto da direita mostra o minifoguete com menor inclinação para a esquerda após responder à perturbação de forma estável.

Fotos: Dener Augusto Iorio.




Capítulo 3.

Estabilidade de foguetemodelo

Curitiba, 16 Jan 2020.

3.1 CENTRO DE GRAVIDADE (CG)

Objetivo: determinar o CG de foguetemodelo.

Definição: o centro de gravidade é o ponto no qual, de forma simplificada, se concentra o peso (P) de um objeto como mostrado na Figura 3.1. Símbolo: 

Justificativa: o CG é uma variável essencial para projetar foguetes com voo estável, na direção desejada, sem oscilações aleatórias.

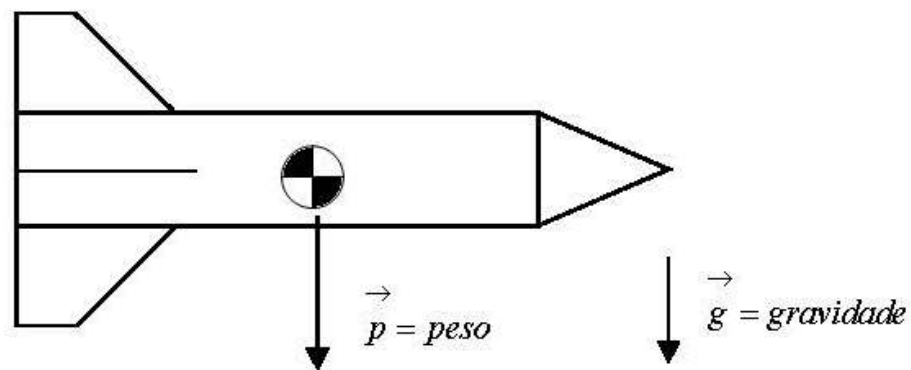


Figura 3.1. CG do foguetemodelo.

Determinação experimental: basta encontrar o ponto de equilíbrio do foguetemodelo com um fio.

Exemplificar com o Sondinha II (S-II) e um minifoguete experimental.

Cálculo teórico: de forma simples, o CG pode ser obtido através da seguinte equação

$$CG = \frac{(x_1 M_1 + x_2 M_2 + \dots + x_N M_N)}{M_T} \quad [\text{mm}] \quad (3.1)$$

ou, de forma mais geral,

$$CG = \frac{1}{M_T} \sum_{j=1}^N (x_j M_j) \quad [\text{mm}] \quad (3.2)$$

onde

N = número de partes ou componentes do foguetemodelo

j = número de cada parte ou componente do foguetemodelo

M_j = massa em gramas de cada parte j do foguetemodelo

M_T = massa total em gramas do foguetemodelo (soma de todas as massas M_j)

x_j = CG de cada parte j, ou seja, comprimento em mm entre a ponta do nariz do foguetemodelo e o centro geométrico em x de cada parte j do foguetemodelo

Exemplo de cálculo: a Figura 3.2 e a Tabela 3.1 exemplificam a aplicação das Equações 3.1 e 3.2. Com uma destas equações obtém-se

$$CG_{teórico} = \frac{7368,7}{33,3} \cong 221 \text{ mm}$$

O CG experimental (real) desse foguetemodelo é 218 mm, ou seja, a previsão teórica aproximada tem um erro relativo de 1,4%.

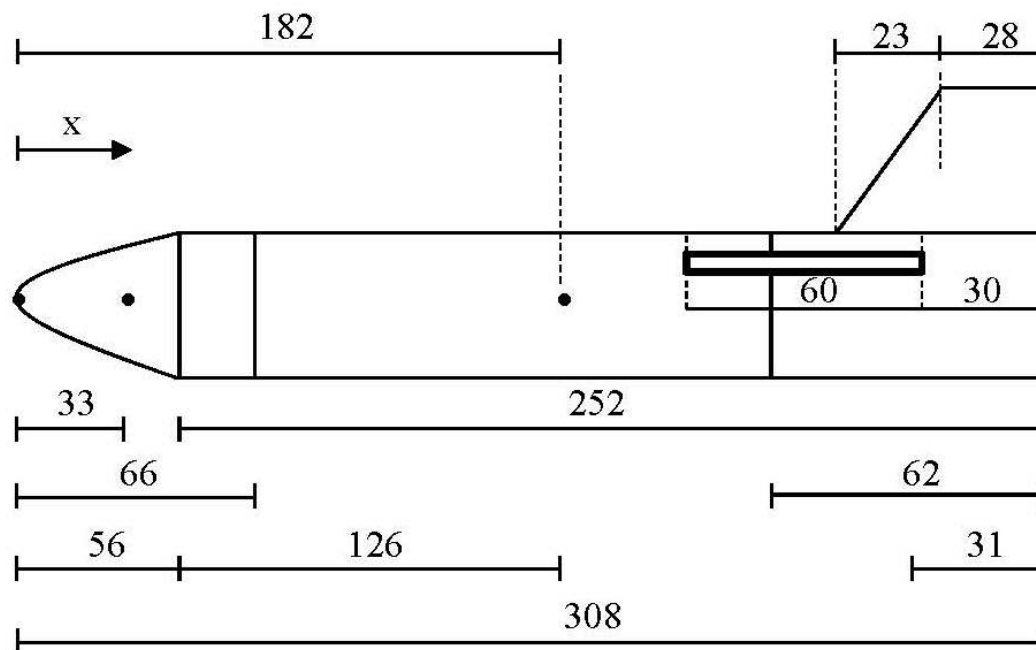


Figura 3.2. Esquema para cálculo do CG do Sondinha II.

Tabela 3.1. Massa e dimensões para cálculo do CG do Sondinha II.

j	Parte	L (mm)	PM (mm)	D (mm)	x_j (mm) = PM + D	M_j (g)	$x_j M_j$
1	nariz	66,0	33,0	0,0	33,0	4,9	161,7
2	tubo-foguete	252,0	126,0	56,0	182,0	7,1	1292,2
3	motor com propelente	62,0	31,0	246,0	277,0	18,0	4986,0
4	tubo-guia	60,0	30,0	218,0	248,0	0,1	24,8
5 = N	4 empenas	51,0	25,5	257,0	282,5	3,2	904,0
Totais						33,3	7368,7

L: comprimento da parte

PM: ponto médio da parte

D: distância entre a ponta do nariz e o início da parte

Observação: o CG se altera durante o funcionamento do motor devido à queima do propelente.

Efeito do propelente neste exemplo: calcular o CG do Sonda II após a queima do seu propelente que é de 10 g.

Com a Equação 3.1 ou 3.2, obtém-se

$$M_3 = 8 \text{ g} \quad x_3 M_3 = 2216 \quad \sum = 4598,7 \quad M_T = 23,3 \quad CG = \frac{4598,7}{23,3} \cong 197 \text{ mm}$$

Portanto, o CG teórico se alterou de 221 mm (com propelente) para 197 mm (sem propelente) devido à queima do propelente de 10 g. Isso representa uma variação de 11% do CG.

3.2 CENTRO DE PRESSÃO (CP)

Objetivo: determinar o CP de foguetemodelo.

Definição: o centro de pressão é o ponto no qual, de forma simplificada, se concentra a força aerodinâmica (A) sobre um objeto como mostrado na Figura 3.3.

Símbolo: \odot

Mostrar Figura 9.5 Stine

Justificativa: o CP é uma variável essencial, junto com o CG, para projetar foguetes com voo estável, na direção desejada, sem oscilações aleatórias.

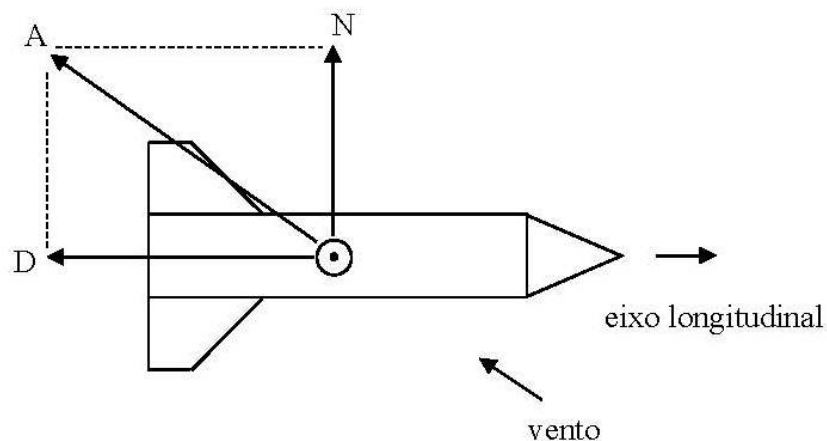


Figura 3.3. Força aerodinâmica (A) e suas componentes: força normal (N) e força de arrasto (D).

A força aerodinâmica (A) é composta por duas componentes ortogonais:

- A força de arrasto (D) na direção do eixo longitudinal do foguete (tema do próximo capítulo).
- A força normal (N) na direção perpendicular ao eixo longitudinal do foguete (tema abordado neste capítulo). Ela é calculada através de

$$N = C_{N\alpha} \frac{1}{2} \rho V^2 \alpha A_r \quad [N = \text{newton}] \quad (3.3)$$

onde $C_{N\alpha}$ = coeficiente de força normal [1/radiano]

ρ = massa específica do ar [kg/m³]

V = velocidade do foguetemodelo [m/s]

α = ângulo de ataque do foguetemodelo [radiano] (será mostrado na Figura 3.5)

A_r = área de referência do foguetemodelo (normalmente é a área da seção transversal circular) [m²]

3.3 MARGEM ESTÁTICA (E)

Objetivo: determinar a margem estática (E) de foguetemodelo.

Definição: a margem estática é a distância entre o CP e o CG adimensionalizada pelo maior diâmetro do foguete. Pode ser calculada através de

$$E = \frac{(CP - CG)}{d_{MAX}} \quad [\text{adimensional}] \quad (3.4)$$

onde d_{MAX} é o maior diâmetro do foguete. CP e CG são medidos a partir da ponta do nariz do foguete.

Justificativa: a variável E define os **tipos de estabilidade:**

- Estável: $E > 0$ (recomenda-se usar $E > 1$, onde 1 em geral já é suficiente)
- Neutra: $E = 0$
- Instável: $E < 0$

Mostrar Figuras 9.6 e 9.10 Stine

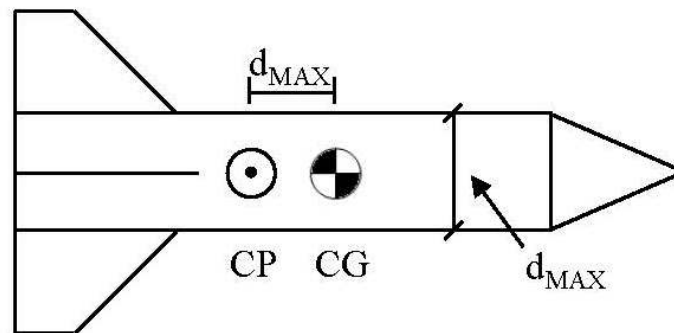


Figura 3.4. Foguete estável com $E = 1$.

A Figura 3.5 do lado esquerdo ilustra um voo balístico (sem propulsão) na vertical, com vento lateral, para o caso em que a velocidade do foguete-modelo (V_{EM}) é maior do que a do vento (V_{vento}) e $E > 0$. Para essa situação, N faz α diminuir, tendendo a zero, e mantendo a direção do voo. Mas para o caso da Figura 3.5 do lado direito em que $E < 0$, N faz α aumentar cada vez mais, levando ao des controle (instabilidade) do voo e aumentando muito a força aerodinâmica (A).

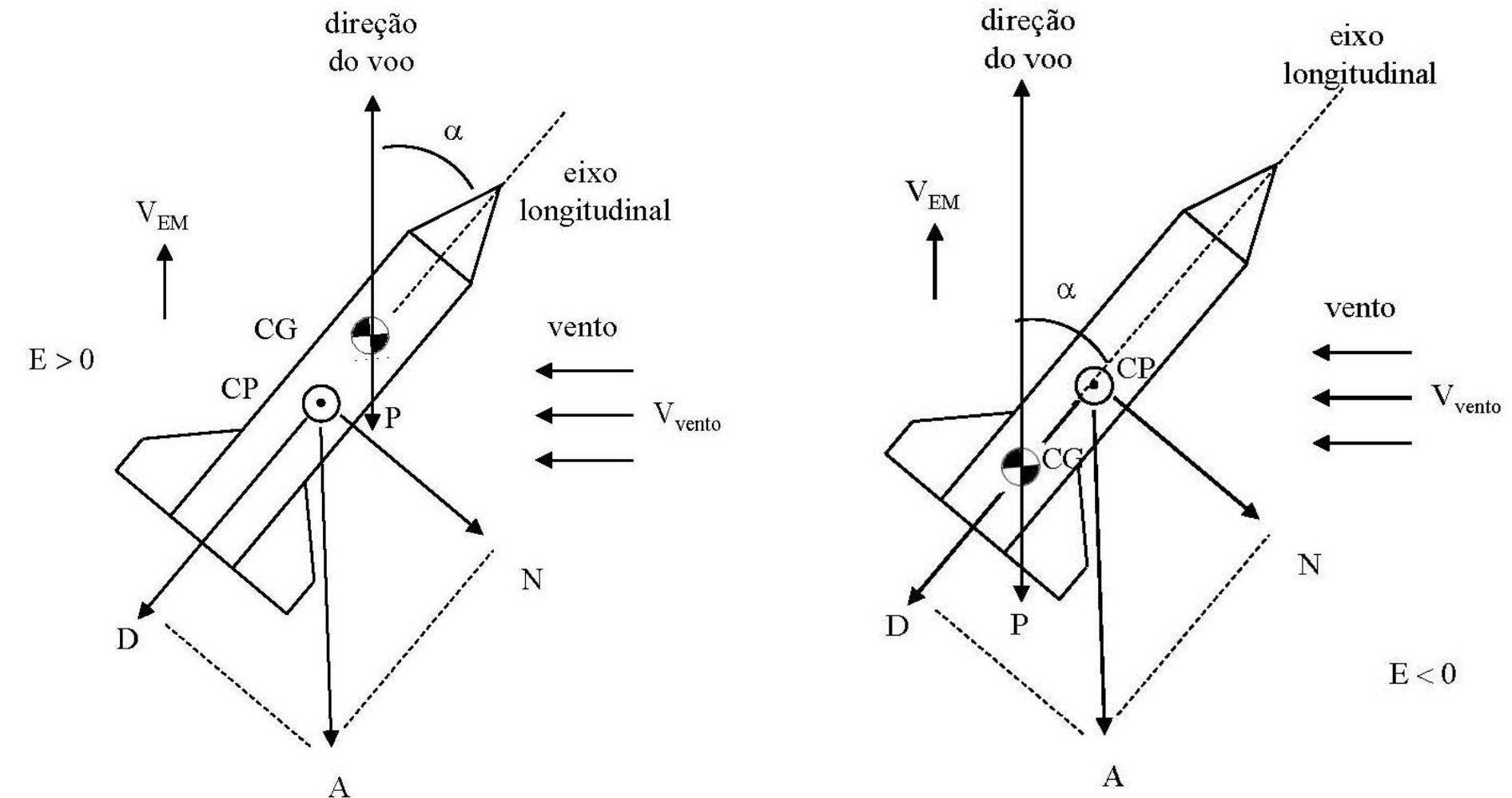


Figura 3.5. Foguete-modelo em voo balístico estável (esquerda) e instável (direita).

Determinação experimental da estabilidade: a confirmação real de um voo estável ocorre quando se lança o foguetemodelo e ele voa na direção desejada. Mas, antes do voo, pode-se amarrar um fio no CG do foguetemodelo e fazê-lo voar em círculo; se ele for estável, em geral o nariz ficará apontado para a frente, no sentido do movimento de rotação. Outro tipo de teste experimental que pode ser feito antes do voo é mostrado no vídeo do link abaixo.

Mostrar vídeo sobre foguetemodelismo: <https://www.youtube.com/watch?v=HESOat2iPzU&t=1652s>

(Intervalo: 27:30-aviões de papel, passando por modelos com ventilador-30:00 até 33:05)

3.4 CÁLCULO DO CP COM O MÉTODO DE BARROWMAN

Existem métodos sofisticados para calcular o CP de foguetes. O método mais usado com minifoguetes é o método de Barrowman. Ele permite calcular o CP de forma fácil e aplica-se a minifoguetes com variações de diâmetro do tubo-foguete, vários estágios e conjuntos de empenas, e $\alpha < 10^\circ$. Aqui será mostrado o cálculo para um minifoguete como o da Figura 3.5 composto por nariz, tubo-foguete e empenas.

Com o método de Barrowman o CP é calculado através de

$$CP = \frac{y_n C_n + y_f k C_f}{C_{N\alpha}} \quad [\text{mm}] \quad (3.5)$$

onde

$$C_{N\alpha} = C_n + k C_f \quad [1/\text{radiano}] \quad (3.6)$$

Nariz:

O coeficiente de força normal do nariz (C_n) é uma constante dada por

$$C_n = 2 \quad [1/\text{radiano}] \quad (3.7)$$

O CP do nariz (y_n) depende da forma do nariz (Figura 3.6):

$$y_n = 0,67L_n \quad y_n = 0,47L_n \quad y_n = 0,5L_n \quad [\text{mm}] \quad (3.8)$$

onde L_n é o comprimento do nariz.

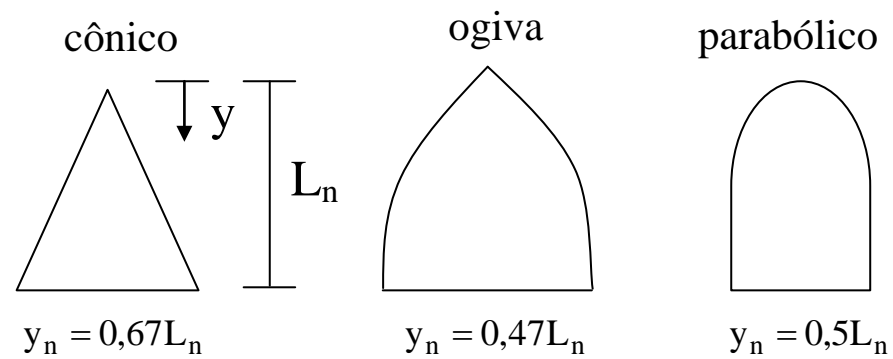


Figura 3.6. Tipos de nariz de foguete modelo.

Empenas:

O coeficiente de força normal das empenas (C_f) é calculado através de

$$C_f = \frac{4N(S/d)^2}{1 + \sqrt{1 + \left(\frac{2q}{a+b}\right)^2}} \quad [1/\text{radiano}] \quad (3.9)$$

onde N é o número de empenas e os demais parâmetros estão especificados na Figura 3.7.

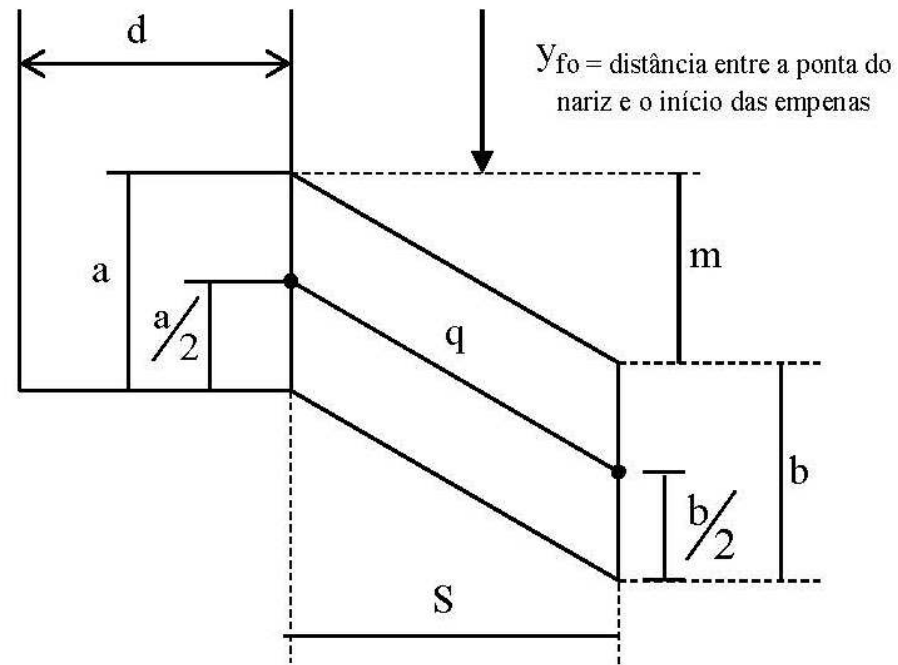


Figura 3.7 Parâmetros para definir a geometria de uma empena.

O CP das empenas (y_f) é dado por

$$y_f = y_{fo} + \frac{m}{3} \frac{(a + 2b)}{(a + b)} + \frac{1}{6} \frac{(a^2 + ab + b^2)}{(a + b)} \quad [\text{mm}] \quad (3.10)$$

Fator de interferência: uma correção (k) de C_f devido ao efeito do tubo cilíndrico sobre as empenas é feita através de

$$k = 2 \frac{(S + d)}{(2S + d)} \quad [\text{adimensional}] \quad (3.11)$$

3.5 EXEMPLO DE CÁLCULO DO CP

Com os dados de uma versão do foguetemodelo Sondinha II, tem-se:

Nariz parabólico com $L_n = 55 \text{ mm}$: $C_n = 2 \text{ radiano}^{-1}$ e $y_n = 27,5 \text{ mm}$

Empenas:

$$\left. \begin{array}{l} N = 4 \\ a = 51 \text{ mm} \\ b = 28 \text{ mm} \\ m = 23 \text{ mm} \\ S = 36 \text{ mm} \\ y_{fo} = 256 \text{ mm} \end{array} \right\} \begin{array}{l} d = 20 \text{ mm} \\ q = 38 \text{ mm} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} C_f = 21,7 \text{ rad}^{-1} \\ y_f = 276,5 \text{ mm} \\ k = 1,22 \\ C_{N\alpha} = 28,5 \text{ rad}^{-1} \\ CP = 259 \text{ mm} \end{array} \right.$$

Com o $CP = 259 \text{ mm}$, $CG = 218 \text{ mm}$ e $d = 20 \text{ mm}$, a margem estática (E) do foguetemodelo é

$$E = \frac{(259 - 218)}{20} = 2,1$$

Portanto, como $E > 0$ para o foguetemodelo Sondinha II seu voo deve ser teoricamente estável; isso foi comprovado experimentalmente em diversos voos.

3.6 EXEMPLO DO EFEITO DA GEOMETRIA DAS EMPENAS SOBRE O CP

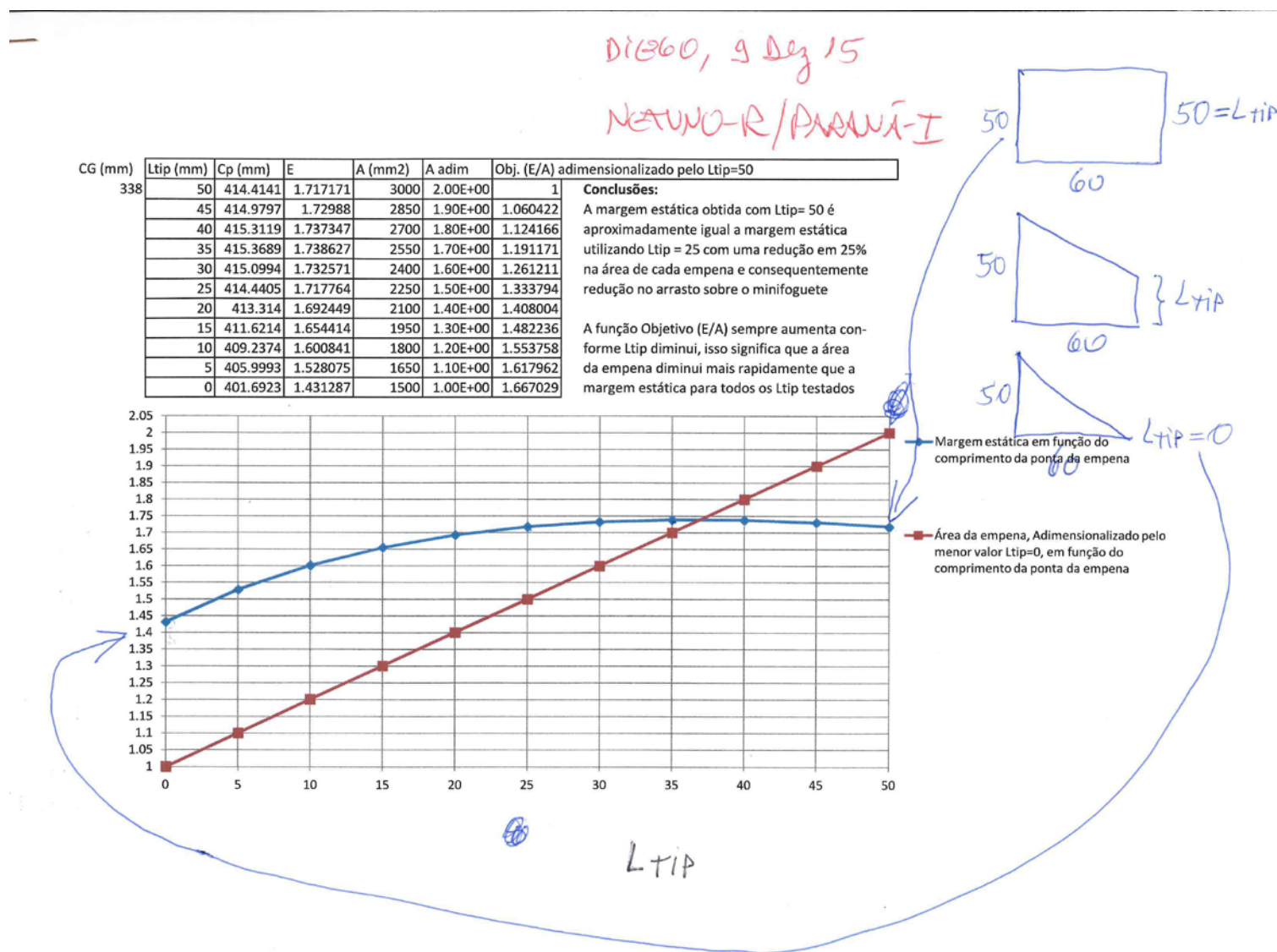
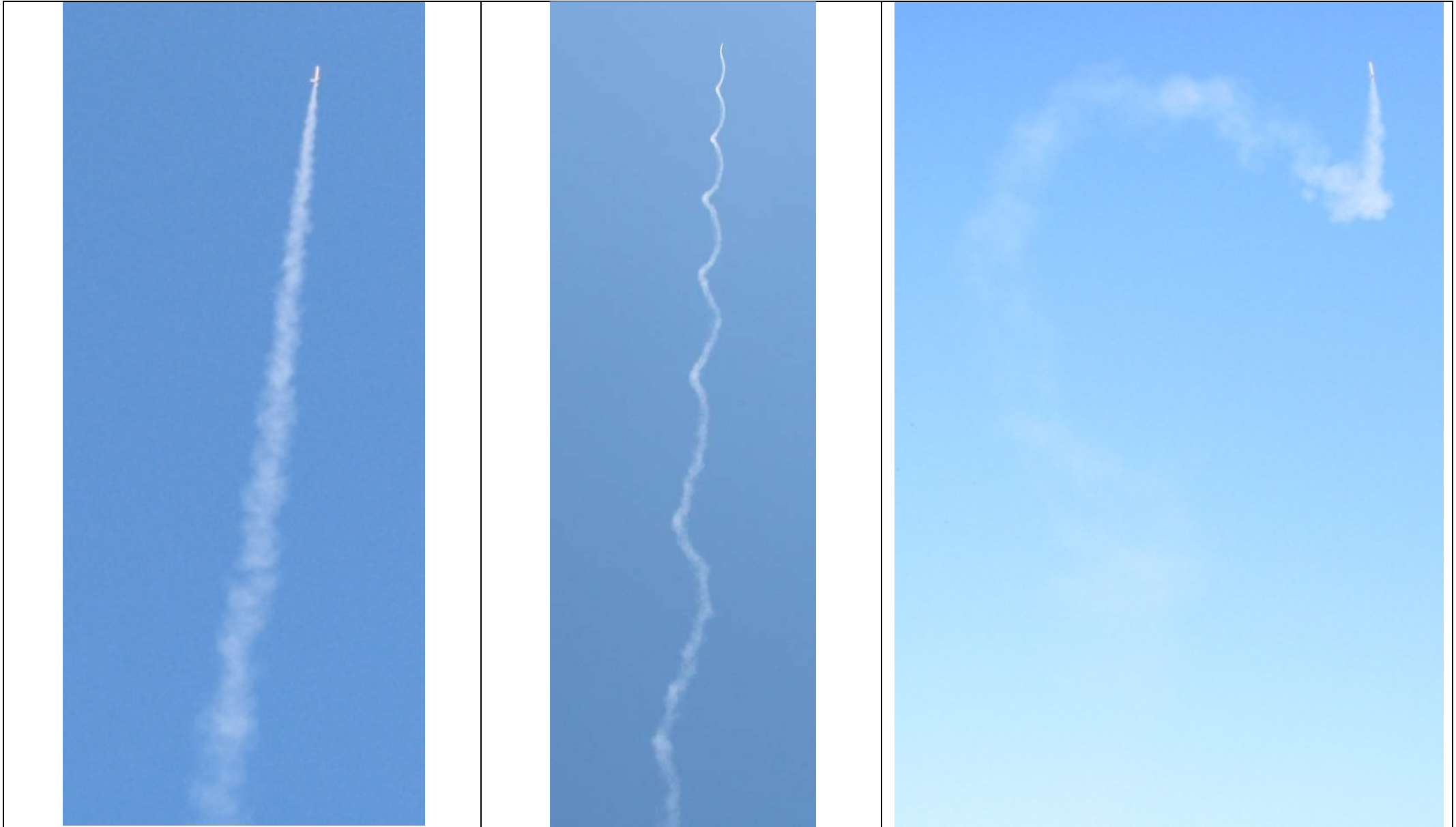


Figura 3.8 Efeito da geometria da empena do minifoguete Netuno-R/Paraná-I sobre a margem estática.

3.7 EXEMPLOS REAIS DE TRAJETÓRIA DE MINIFOGUETES



Voo estável e reto

Voo estável e parafuso

Voo instável

3.8 COMENTÁRIOS

Nem sempre o método de Barrowman prevê corretamente o CP. Isto é, calculando-se a margem estática, mesmo com o CG real, pode-se ter a previsão de $E > 1$. Porém, o voo real poderá ser instável.

Com base em dezenas de voos avaliados, verificou-se que em geral o voo é estável quando a razão entre o CGreal e o comprimento do minifoguete é menor do que 0,70.

3.9 EXERCÍCIOS

Exercícios sobre CG (seção 3.1)

Nos exercícios abaixo, considerar os dados do foguetemodelo Sondinha II usados na seção 3.1, exceto se mencionado algo em contrário. Para cada exercício, fazer uma tabela de cálculo do CG conforme a Tabela 3.1.

3.1 Calcular o CG do foguetemodelo Sondinha II após a queima do seu propelente de 10 g.

3.2 Calcular o CG do foguetemodelo Sondinha II considerando que a massa do nariz seja de 20 g.

3.3 Calcular o CG do foguetemodelo Sondinha II desconsiderando o tubo-guia e as empenas.

3.4 Calcular o CG do foguetemodelo Sondinha II considerando que o tubo-foguete tenha 100 mm de comprimento e 2,8 g. Notar que o CG de algumas partes do foguetemodelo tem que ser alterado.

Exercícios sobre CP (seções 3.3 e 3.4)

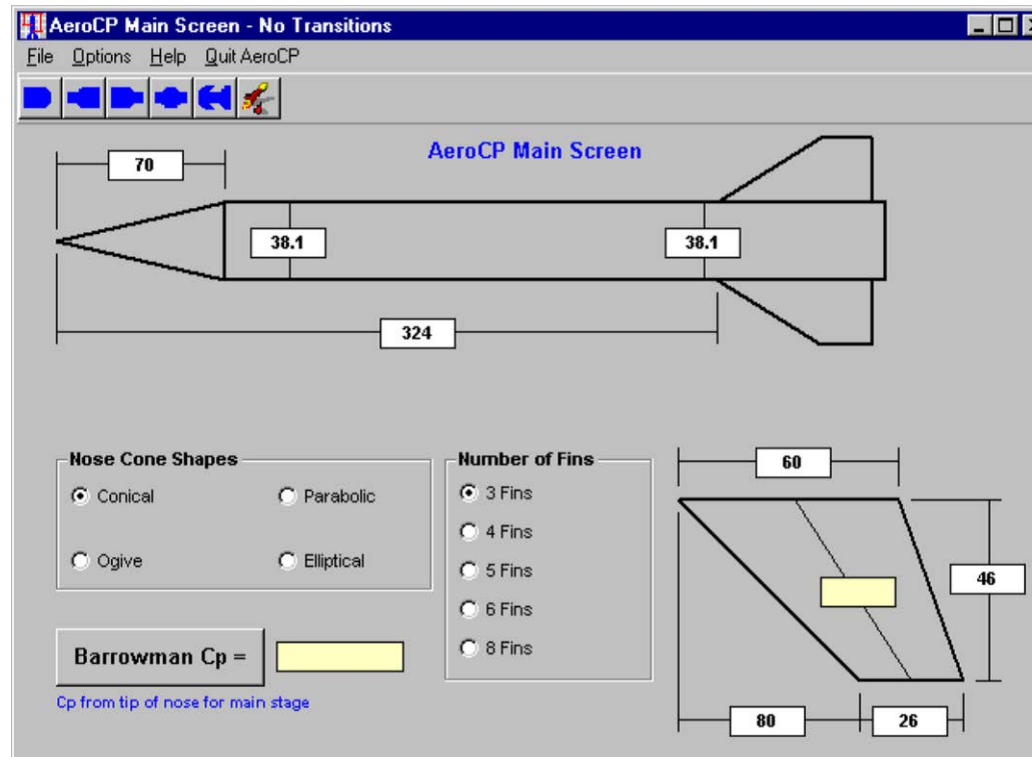
Nos exercícios abaixo, considerar os dados do foguetemodelo Sondinha II usados na seção 3.5, exceto se mencionado algo em contrário. Para cada exercício, fazer uma tabela de cálculo do CG conforme a Tabela 3.1 e os dados e resultados mostrados no exemplo da seção 3.5.

3.5 Calcular a margem estática (E) do foguetemodelo Sondinha II, sem propelente, isto é, usando o CG do exercício 3.1.

3.6 Calcular E para o foguetemodelo Sondinha II sem empenas. Ele é estável nesse caso?

3.7 Determinar uma solução para as dimensões e o número de empenas do foguetemodelo Sondinha II para que a sua margem estática (E) fique próxima da unidade.

3.8 Sabendo-se que o CG do minifoguete X-1, do IAE, é de 225 mm, calcular sua margem estática. Os dados do X-1 para cálculo do CP são apresentados na figura abaixo.



Respostas dos exercícios:

(3.1) 197 mm

(3.2) 163 mm

(3.3) 215 mm

(3.4) 108 mm

(3.5) 3,1

(3.6) -9,4; instável

(3.7) solução aberta

(3.8) 1,99