

MINICURSO “CÁLCULO DE TRAJETÓRIA DE FOGUETE COM APLICATIVO SBE”

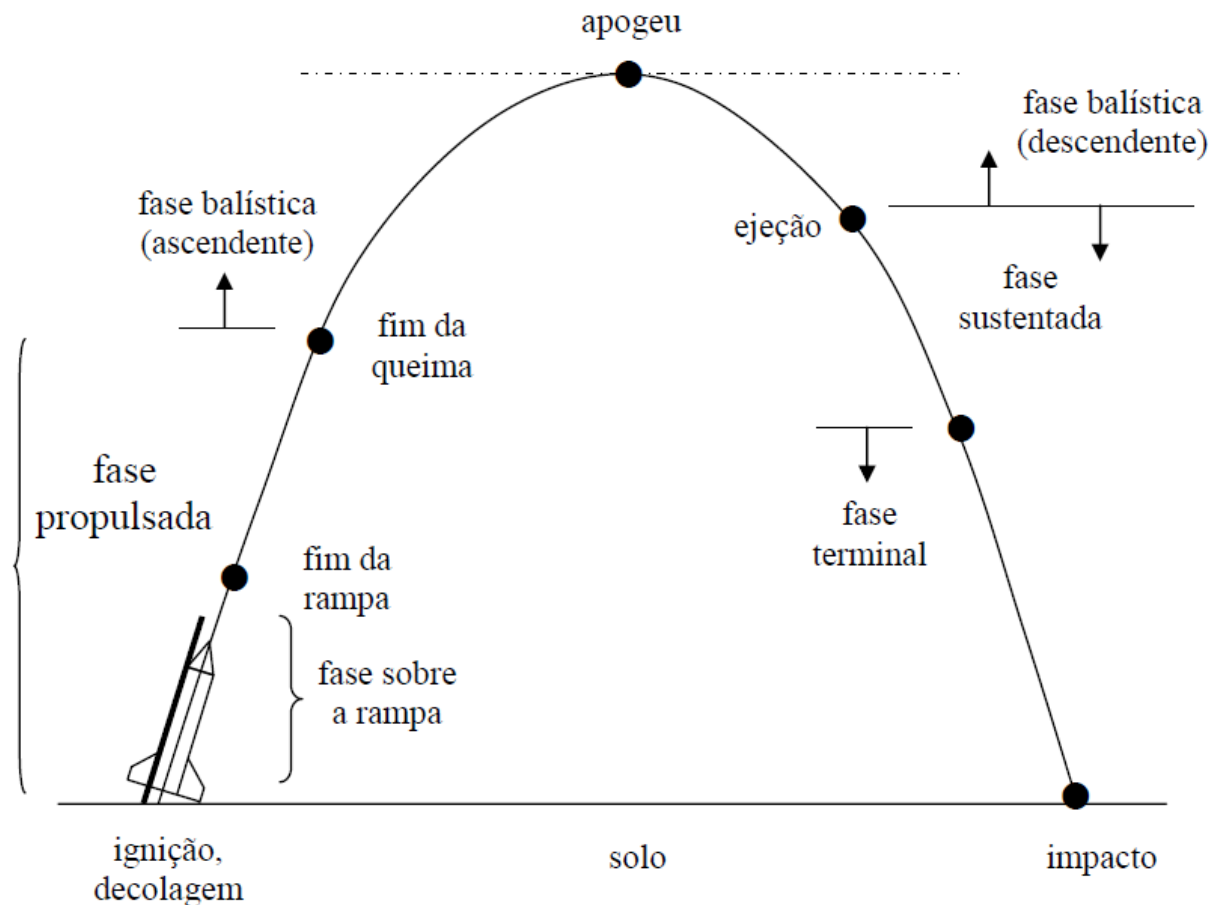
**Antonio Carlos Foltran,
Professor da Universidade Positivo,
E-mail: antoniocarlos.foltran@gmail.com**

SUMÁRIO

- Modelo Físico do Problema da Trajetória;
- Simplificações;
- Equacionamento;
- Operação;
- Exemplo de Projeto para Apogeu Máximo;
- Exemplo de Projeto para Apogeu Exato.

MODELO FÍSICO DO PROBLEMA DA TRAJETÓRIA

- Fases do vôo:



MODELO FÍSICO DO PROBLEMA DA TRAJETÓRIA

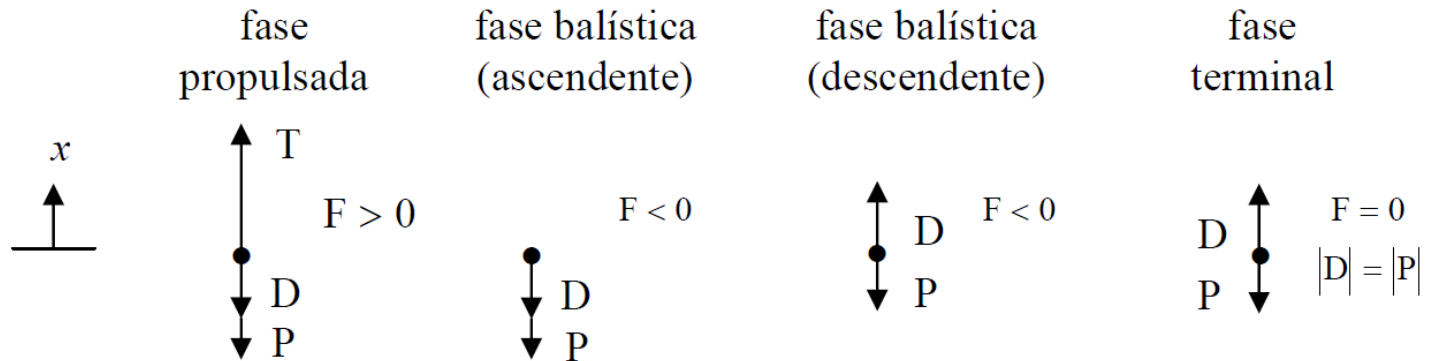
○ Forças envolvidas:

T = empuxo do motor

P = peso do MF

D = arrasto aerodinâmico

F = força resultante ($\vec{F} = \vec{T} + \vec{D} + \vec{P}$)



MODELO FÍSICO DO PROBLEMA DA TRAJETÓRIA

- Modelos para a força de empuxo:
 - $ID_E = 0$ → Empuxo constante informado no arquivo de entrada de dados principal;
 - $ID_E = 1$ → Empuxo em função do tempo. Informado em arquivo .txt específico. Inserir o nome deste arquivo entre aspas simples ou aspas duplas. Arquivo deve conter duas colunas, a primeira com tempo [s] e a segunda o empuxo [N]. Pode separar por comando “tab”. O ponto é utilizado como separador decimal;
- Modelos para o coeficiente de arrasto:
 - $ID_{Cd} = 0$ → Cd constante informado no arquivo de entrada de dados principal;
 - $ID_{Cd} = 1$ → Cd em função da velocidade . Arquivo deve conter duas colunas, a primeira com velocidade [m/s] e a segunda o Cd [adimensional]. Pode separar por comando “tab”. O ponto é utilizado como separador decimal;
- Modelos para aceleração da gravidade:
 - $ID_g = 0$ → aceleração da gravidade constante informada pelo usuário;
 - $ID_g = 1$ → aceleração calculada de acordo com as variáveis do 3º termo do lado esquerdo da equação do slide 7 desta apresentação que multiplicam a massa do foguete, sendo que o valor de aceleração gravitacional $g_0 = 9,806563 \text{ m/s}^2$.
- Modelo para massa específica do ar atmosférico:
 - $ID_{ro} = 0$ → massa específica dada pela equação de estado (com R informada pelo usuário, assim como pressão atmosférica e temperatura do ar)
 - $ID_{ro} = 1$ → massa específica função da altitude dada pelo Modelo de Atmosfera Padrão Internacional.
- Modelo para abertura do paraquedas:
 - $ID_{pq} = 0$ → O foguete não possui paraquedas;
 - $ID_{pq} = 1$ → Abertura do paraquedas comandada por tempo após o lançamento;
 - $ID_{pq} = 2$ → Abertura do paraquedas comandada por altitude **após o apogeu**;
- Obs: O método para solução da equação diferencial + condições iniciais é o Método de Euler (1º ordem);
- Obs: O usuário escolhe o passo de tempo discreto para o qual a equação discretizada é resolvida.

SIMPLIFICAÇÕES

- Movimento vertical apenas;
 - Efeito do vento não pode ser considerado;
 - Lançamentos em ângulo menor que aproximadamente 85° em relação à horizontal começam a produzir significativos;
 - Rotação e precessão do foguete não podem ser considerados, assim como efeito Coriolis;
- Satisfaz a condição de contato com a base da plataforma de lançamento;
- Apenas modelos Monoestágios(já foi testado o Sonda IV, programando a variação de massa instantânea e diâmetro nas linhas de comando 216 até 236);
- Permite simular diretamente a abertura de paraquedas ou fitas;
- Força de atrito com a rampa não é considerada;

EQUACIONAMENTO

- $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$, onde $\begin{cases} 0 < t < t_q, & m = m(t) \\ t > t_q, & m = m_f \end{cases}$

- $\vec{E} + \vec{P} + \vec{D} = m\vec{a}$, onde o referencial é o nível do solo e sentido positivo a direção para cima.

- $\vec{E} > 0$,

- $\vec{P} < 0$,

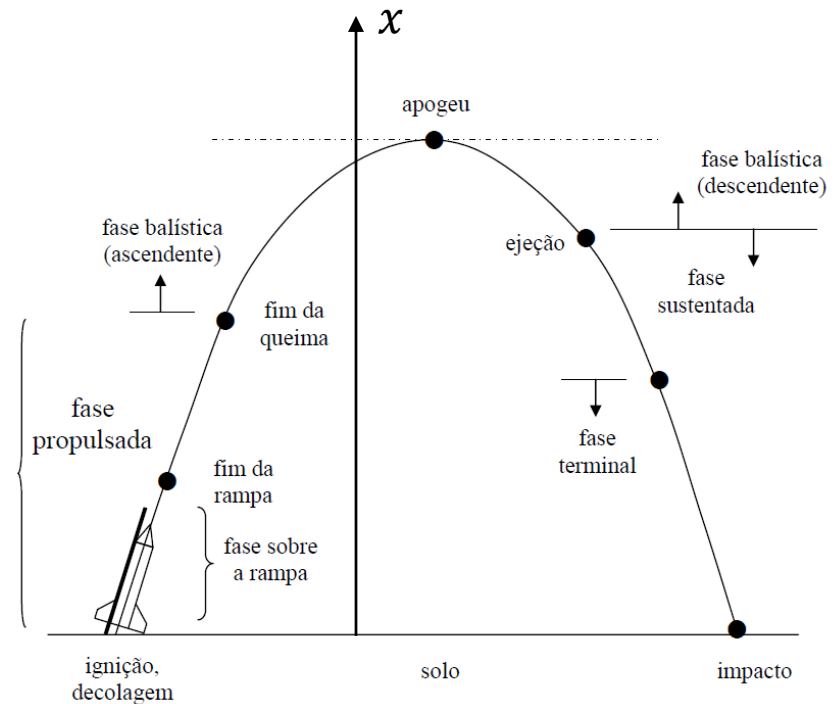
- $\vec{D} = \begin{cases} > 0 \text{ na descida} \\ < 0 \text{ na subida} \end{cases}$

- Equação diferencial da trajetória:

- $$m(t) \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{C_D \rho A}{2} \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \frac{m(t)g_0 R^2}{(R+x)^2} = E(t)$$

- e condições iniciais:

- $$\begin{cases} em t = 0, x = 0 \\ em t = 0, \frac{dx}{dt} = 0 \end{cases}$$



Equação diferencial ordinária de segunda ordem não linear e não homogênea.

OPERAÇÃO

1. Abre um arquivo onde o usuário informa os modelos matemáticos da simulação;
2. Abre o arquivo “Entrada_de_Dados_SBE” onde o usuário informa o nome da simulação e demais variáveis pertinentes;
3. Caso selecionado empuxo variável, abre o arquivo contendo duas colunas, a primeira o tempo [s] após a ignição e a segunda contendo os respectivos valores de empuxo [N]. Caso o arquivo não exista deve-se inserir estes valores. Obs: O último valor de tempo na planilha será a variável tempo de queima (t_q);
4. Idem o tópico 3, mas para o modelo de coeficiente de arrasto variável. Neste caso a primeira coluna da planilha conterá valores da velocidade [m/s] e a segunda os respectivos valores de C_d [s/ dimensão]. Caso a simulação atinja velocidades que excedam os valores da tabela, um aviso aparece na tela DOS;
5. O programa executa os cálculos e retorna os resultados em arquivo com nome da simulação que o usuário informou. Os resultados se dividem em 3 partes a saber:
 - Nome da simulação, caso e dados de entrada para que se tenha um registro de quais valores de entrada foram usados na simulação;
 - Dados brutos a cada iteração para as três fases: propulsada, balística ascendente e balística descendente;
 - Resultados globais: pequena lista contendo apogeu, tempo para apogeu, tempo de voo, tempo para abertura de paraquedas e para impacto, além das velocidades máxima de subida e descida.
6. Caso se deseje manter cópia da simulação, salvar o arquivo de saída com nome diferente.

Obs: 1) Use sempre o ponto como separador de decimal;
2) Muitas vezes não se sabe de antemão qual será a velocidade máxima que o modelo atingirá, por isso no caso de usar C_d função de velocidade, verifique se a planilha contempla toda a amplitude da faixa de C_d *versus* velocidade.

EXEMPLO DE PROJETO PARA APOGEU MÁXIMO

- Nesta classe o objetivo é atingir maior altitude com um motor de determinada classe e aprovado para a competição.
- É desejável para este objetivo:
 - Reduzir a força de arrasto ao mínimo possível, mas sem comprometer a estabilidade de voo;
 - Reduzir massa total do modelo ao mínimo possível, mas sem comprometer integridade estrutural e estabilidade de voo, principalmente para classes de menor potência onde a ausência de sistemas de recuperação não gera problemas e o seu uso não seja requerido.
- Atenção especial para:
 - Procurar usar um motor aprovado e que esteja o mais próximo possível do limite superior da classe de potência;
 - A margem estática está reduzida porém não a ponto de produzir voo instável?
 - O tempo de queima do motor + tempo de retardo para ejeção é maior que o tempo para apogeu? Também não é tão maior a ponto de romper os cabos do paraquedas? E quanto ao alcance horizontal? Arrisca-se paraquedas único ou prever paraquedas piloto e principal?
 - Tipo da rampa: haste de arame *versus* múltiplas hastes reguláveis?
 - A velocidade do modelo na saída da rampa é suficiente para dar estabilidade aerodinâmica? Usar rampa mais extensa?
 - A velocidade de impacto é segura para não danificar o altímetro? Prever sistema de amortecimento para o altímetro?

=====
 >>> SBE versão 2.0 <<<
 Arquivo de saída de dados da simulação
 =====

SondinhaII = Identificador da simulação
 voo_geral = Estudo de caso (identificador específico da simulação)
 2.000000E-02 = Mf = Massa final [kg]
 1.000000E-02 = Mp = Massa de propelente [kg]
 3.000000E-02 = Mo = Massa inicial [kg] = Mf + Mp
 2.000000E-02 = dr = Diâmetro de referência [m]
 7.000000E-01 = tp = Tempo de queima do propelente [s]
 Modelo p/ a força de empuxo: empuxo constante
 3.000000E+00 = Ec = Empuxo constante do motor [N]
 2.100000E+00 = It = Impulso total [Ns]
 Modelo p/ o coeficiente de arrasto: Cd constante
 8.000000E-01 = cd = coeficiente de arrasto [adim.]
 Modelo p/ a aceleração gravitacional: g função da altitude
 9.806563E+00 = g0 = Aceleração gravitacional local [m/s2]
 Modelo p/ a massa específica do ar: atmosfera internacional padrão
 1.000000E-04 = dt = Intervalo de tempo utilizado na discretização [s]
 100 = w = Freqüência de escrita dos resultados de campo

=====
 >>> Fase Propulsada <<<

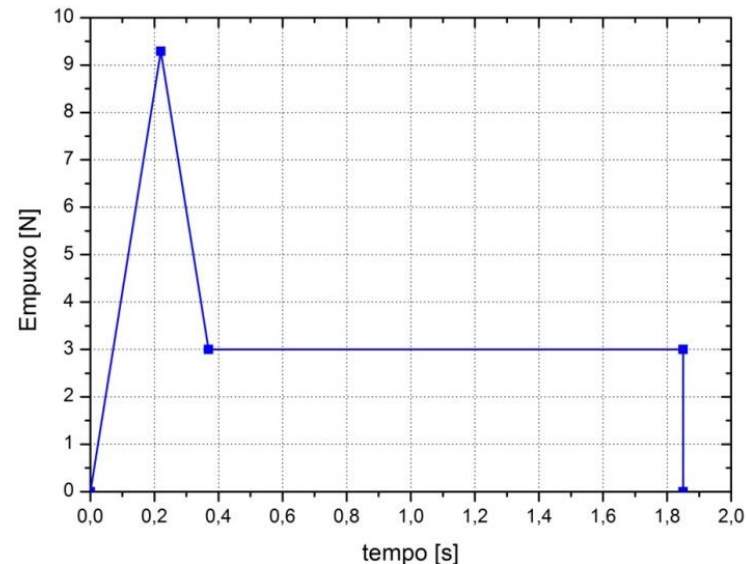
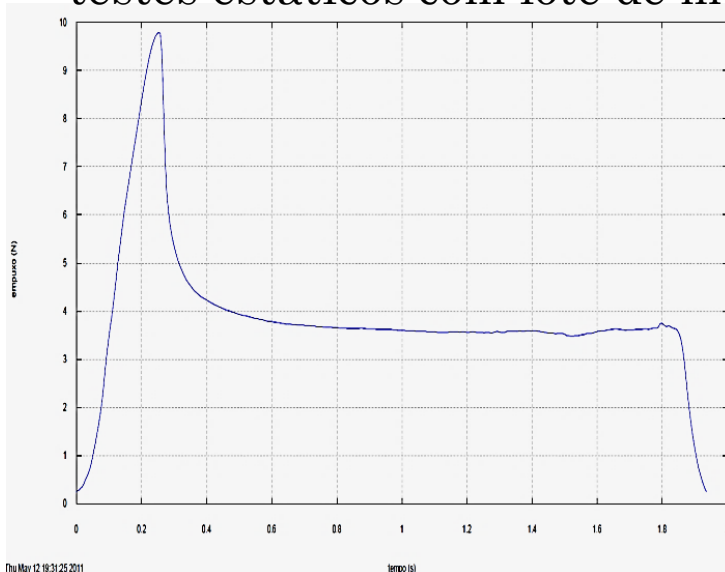
i	t [s]	h [m]	v [km/h]	a [g]
1	1.000000E-04	9.019820E-07	3.247135E-02	9.197738E+00
100	1.000000E-02	4.562928E-03	3.255597E+00	9.245613E+00
200	2.000000E-02	1.819306E-02	6.528196E+00	9.293566E+00
300	3.000000E-02	4.093743E-02	9.817647E+00	9.341091E+00
400	4.000000E-02	7.284262E-02	1.312380E+01	9.388169E+00
500	5.000000E-02	1.139548E-01	1.644649E+01	9.434779E+00
600	6.000000E-02	1.643197E-01	1.978554E+01	9.480902E+00
700	7.000000E-02	2.239824E-01	2.314079E+01	9.526517E+00
800	8.000000E-02	2.929879E-01	2.651205E+01	9.571603E+00
900	9.000000E-02	3.713801E-01	2.989913E+01	9.616139E+00

EXEMPLO DE PROJETO PARA APOGEU MÁXIMO

- Sondinha II (Edge of Space):
 - $m_p = 10\text{ g}$, massa de propelente do motor;
 - $m_f = 20\text{ g}$, massa final do modelo (massa do modelo sem motor + massa do motor após funcionamento);
 - $d_r = 20\text{ mm}$, diâmetro de referência (diâmetro do tubo foguete);
 - $E_c = 3\text{ N}$, empuxo constante do motor BT A-6-4;
 - $t_p = 0,7\text{ s}$, tempo de queima do motor;
 - $C_D = 0,9$, coeficiente de arrasto constante do modelo (pode ser obtido com o programa CD1.0);
 - $H_{real} \cong 110\text{ m}$, baseado em lançamentos.

EXEMPLO DE PROJETO PARA APOGEU EXATO

- LAE-5 (Baseado no FM-300 da Acrux Aerospace Technologies)
 - $m_f = 78,743 \text{ g}$, massa final do modelo (massa do modelo sem motor + massa do motor após funcionamento);
 - $t_q = 1,964 \text{ s}$, tempo de queima do motor;
 - $m_p = 10,783 \text{ g}$, massa de propelente do motor;
 - $d_r = 25,2 \text{ mm}$, diâmetro de referência (diâmetro do tubo foguete);
 - $Cd = 1,1$ constante para todo o voo;
 - Tempo da abertura do paraquedas: 4,9 s
 - Empuxo variável do motor BT C-6-5, obtido a partir da análise de 15 testes estáticos com lote de motores de 2013:



EXEMPLO DE PROJETO PARA APOGEU EXATO

	Valor Calculado (SBE 2.0)	Valor Experimental	Erro (%)
Apogeu [m]	160,37	174	-7,83
Velocidade Máxima [km/h]	199,90	196	-1,99
Aceleração Máxima [g]	8,43	12,0	29,75
Tempo de Apogeu [s]	6,00	5,0	-20,00



OBRIGADO PELA ATENÇÃO!