

TESTE DE VARIÂNCIA POR QUI-QUADRADO

Este teste serve para determinar se é razoável assumir que a população da qual foi tirada a amostra tem variância de um determinado valor (por exemplo, valor conhecido). Este teste é válido apenas para populações de distribuição normal.

$$\begin{array}{lll} H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2 & H_0: \sigma^2 > \sigma_0^2 & H_0: \sigma^2 < \sigma_0^2 \\ H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2 & H_1: \sigma^2 < \sigma_0^2 & H_1: \sigma^2 > \sigma_0^2 \end{array}$$

σ_0^2 = Variância de referência (da população)

σ^2 = Variância da população representada pela amostra (variância real)

O parâmetro estatístico para o teste da variância por qui-quadrado é:

$$\chi^2 = s^2 (n-1) / \sigma_0^2$$

Onde

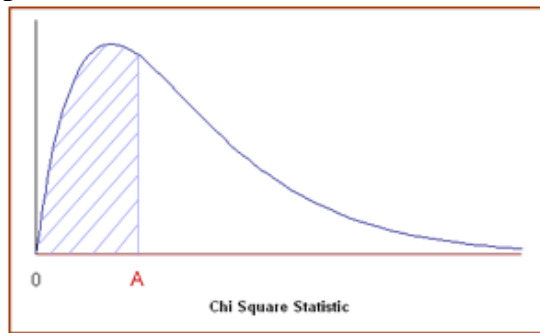
s^2 é a variância da amostra

σ_0^2 é a variância da população assumida na hipótese nula.

n é o tamanho da amostra

A distribuição aleatória das amostras (DAA) do χ^2 é a distribuição do qui-quadrado com $(n-1)$ graus de liberdade quando $\sigma^2 = \sigma_0^2$

probabilidade



χ^2

EXEMPLO RESOLVIDO:

Um processo de tratamento térmico, que está trabalhando sob controle estatístico, está produzindo parafusos com dureza cuja variância é $\sigma_0^2 = 0,45$. O engenheiro responsável por este processo identificou e executou uma melhoria no forno que, segundo a expectativa dele, tornou o processo mais estável (melhoria da variância). Para testar esta hipótese, ele tirou uma amostra de 28 parafusos tratados após a modificação, achando uma variância nesta amostra de $s^2 = 0,34$. É razoável assumir, com 95% de confiabilidade, que a variância da dureza melhorou?

- 1- Escreva as hipóteses nula e alternativa (H_0 , H_1), especificando claramente teste uni-caudal ou bi-caudal.**

$$H_0: \sigma^2 > 0,45$$

$$H_1: \sigma^2 < 0,45$$

Neste caso o teste é uni-caudal “INFERIOR”

- 2- Especifique o risco alfa ou tipo I:**

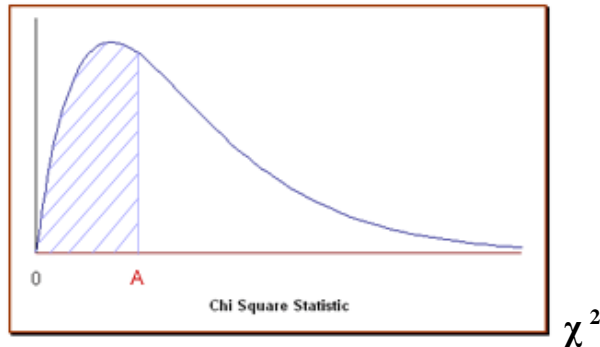
$$\alpha = 0,05$$

- 3- Selecione a estatística de teste apropriada e determine a distribuição aleatória amostral (DAA) desta estatística de teste quando a condição de “igualdade” é verdadeira:**

A DAA de χ^2 é a distribuição qui-quadrada com 27 graus de liberdade quando $\sigma^2 = 0,45$.

- 4- *Desenhe a figura da distribuição DAA da estatística de teste selecionada , mostrando as regiões na distribuição que levam a “aceitar” ou “rejeitar” a H_0 .*

probabilidade



Procura-se na tabela do χ^2 com 27 graus de liberdade e 5% (0.050) de probabilidade para cauda inferior, obtendo-se o valor de $A = 16,15$ que é o qui-quadrado crítico.

Valor crítico: $\chi^2_{(0,05; 27)} = 16,15$

- 5- *Calcule a estatística de teste da amostra:*

$$\chi^2 = 0,34 \times (28 - 1) / 0,45 = 20,40$$

- 6- *Compare a estatística de teste da amostra com as regiões “aceita” e “rejeita”*

$$16,15 < 20,40$$

Aceitar a hipótese nula.

- 7- *Escreva o resultado do teste em termos práticos:*

O engenheiro conclui que a mudança realizada no forno não diminuiu a variância da dureza.

EXERCÍCIO PROPOSTO:

Considerando o exercício resolvido anterior, o engenheiro fez uma nova modificação no forno. Após a modificação mediu 30 peças e obteve $s^2 = 0,26$. É razoável assumir, com 95% de confiabilidade, que a variância da dureza melhorou?

TABELA PARA DISTRIBUIÇÃO QUI-QUADRADA
DISTRIBUIÇÃO QUI-QUADRADA

PROBABILIDADES PARA CAUDA INFERIOR					
GRAUS DE LIBERDADE	0.005	0.010	0.025	0.050	0.100
1	0	0	0	0	0.02
2	0.01	0.02	0.05	0.10	0.21
3	0.07	0.12	0.22	0.35	0.58
4	0.21	0.30	0.48	0.71	1.06
5	0.41	0.55	0.83	1.15	1.61
6	0.68	0.87	1.24	1.64	2.20
7	0.99	1.24	1.69	2.17	2.83
8	1.34	1.65	2.18	2.73	3.49
9	1.73	2.09	2.70	3.33	4.17
10	2.16	2.56	3.25	3.94	4.87
11	2.60	3.05	3.82	4.57	5.58
12	3.07	3.57	4.40	5.23	6.30
13	3.57	4.11	5.01	5.89	7.04
14	4.07	4.66	5.63	6.57	7.79
15	4.60	5.23	6.26	7.26	8.55
16	5.14	5.81	6.91	7.96	9.31
17	5.70	6.41	7.56	8.67	10.08
18	6.26	7.01	8.23	9.39	10.86
19	6.84	7.63	8.91	10.12	11.65
20	7.43	8.26	9.59	10.85	12.44
21	8.03	8.91	10.28	11.59	13.24
22	8.64	9.54	10.98	12.34	14.04
23	9.26	10.20	11.69	13.09	14.85
24	9.89	10.86	12.40	13.85	15.66
25	10.52	11.52	13.12	14.61	16.47
26	11.16	12.20	13.84	15.38	17.29
27	11.81	12.88	14.57	16.15	18.11
28	12.46	13.57	15.31	16.93	18.94
29	13.12	14.26	16.05	17.71	19.77
30	13.79	14.95	16.79	18.49	20.60

PROBABILIDADES PARA CAUDA SUPERIOR					
GRAUS DE LIBERDADE	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005
1	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88
2	4.61	5.99	7.38	9.21	10.60
3	6.25	7.81	9.35	11.34	12.84
4	7.78	9.49	11.14	13.28	14.86
5	9.24	11.07	12.83	15.09	16.75
6	10.64	12.59	14.45	16.81	18.55
7	12.02	14.07	16.01	18.48	20.28
8	13.36	15.51	17.53	20.09	21.95
9	14.68	16.92	19.02	21.67	23.59
10	15.99	18.31	20.48	23.21	25.19
11	17.28	19.68	21.92	24.72	26.76
12	18.55	21.03	23.34	26.22	28.30
13	19.31	22.36	24.74	27.69	29.82
14	21.06	23.68	26.12	29.14	31.32
15	22.31	25.00	27.49	30.58	32.80
16	23.54	26.30	28.85	32.00	34.27
17	24.77	27.59	30.19	33.41	35.72
18	25.99	28.87	31.53	34.81	37.16
19	27.20	30.14	32.85	36.19	38.58
20	28.41	31.41	34.17	37.57	40.00
21	29.62	32.67	35.48	38.93	41.40
22	30.81	33.82	39.78	40.29	42.80
23	32.01	35.17	38.08	41.64	44.18
24	33.20	36.42	39.36	42.98	45.56
25	34.38	37.65	40.65	44.31	46.93
26	35.56	38.89	41.92	45.64	48.29
27	36.74	40.11	43.19	46.96	49.64
28	37.92	41.34	44.46	48.28	50.99
29	39.09	42.56	45.72	49.59	52.34
30	40.26	43.77	46.98	50.89	53.67