13. TESTES DE HIPÓTESES DA MÉDIA DA POPULAÇÃO

(AMOSTRAS UNITÁRIAS DE POPULAÇÕES CONTÍNUAS)

I) POPULAÇÃO NORMAL COM σ CONHECIDO

Este teste serve para determinar se é razoável assumir que a população da qual foi tirada a amostra tem uma média μ de um determinado valor. Este teste é válido apenas para populações de distribuição normal. A hipótese nula e a hipótese alternativa devem ser definidas em uma das três alternativas, a seguir:

H_0: $\mu = \mu_0$	H_0: $\mu > \mu_0$	H_0: $\mu < \mu_0$
H_1: $\mu \neq \mu_0$	H_1: $\mu < \mu_0$	H_1: $\mu > \mu_0$

O parâmetro estatístico para o teste é o **"z"** definido por:

$$\mathbf{z = (\overline{X} - \mu_0) / (\sigma / \sqrt{n})}$$

Onde

$\overline{X}$ é a média da amostra
μ_0 é a média assumida da população assumida na hipótese nula.
σ é o desvio padrão conhecido da população
n é o tamanho da amostra

A distribuição aleatória do **z** é a distribuição normal, com $\mu = 0$ e $\sigma = 1$ quando $\mu = \mu_0$

O intervalo de confiança para a média da amostra fica então:

$$\overline{X} = \mu_0 \ \pm \ \mathbf{z} \ (\sigma / \sqrt{n})$$

IMPORTANTE: Se o $\overline{X}$ da amostra estiver dentro deste intervalo de confiança pode-se afirmar, com o percentual de confiabilidade escolhida, que o μ da população, da qual foi tirada a amostra, é igual ao μ_0 ($\mu = \mu_0$), ou seja, não mudou.

II) POPULAÇÃO NORMAL COM σ DESCONHECIDO

a) Tamanho da amostra n maior ou igual a 40:

$$z = (\overline{X} - \mu_0) / (s / \sqrt{n})$$

Onde

$\overline{X}$ é a média da amostra
μ_0 é a média assumida da população assumida na hipótese nula.
s é o desvio padrão da amostra
n é o tamanho da amostra

O intervalo de confiança para a média da amostra fica então:

$$\overline{X} = \mu_0 \ +/- \ z\ (s / \sqrt{n})$$

b) Tamanho da amostra n menor que 40:

$$t = (\overline{X} - \mu_0) / (s / \sqrt{n})$$

O intervalo de confiança para a média da amostra fica então:

$$\overline{X} = \mu_0 \ +/- \ t\ (s / \sqrt{n})$$

Onde

$\overline{X}$ é a média da amostra
μ_0 é a média assumida da população assumida na hipótese nula.
s é o desvio padrão da amostra
n é o tamanho da amostra
t é a probabilidade da distribuição de Student

Observação: a probabilidade de da distribuição de Student é similar à probabilidade da curva normal P_z determinado pelo **z.** No entanto, a distribuição de Student é mais ampla devido à maior incerteza, causando um intervalo de confiança mais amplo (maior incerteza).

Exercício Resolvido:

No ajuste de um processo foi coletada uma amostra de 10 peças, encontrando-se a média X_{barra} = 32 mícrons e um desvio padrão s = 2,6 microns.
Determinar o intervalo de confiança para a estimativa da média **μ** da produção (população) com 95% de confiabilidade.

Solução:
Como não se conhece o desvio padrão **σ** da população e o tamanho da amostra **n** é menor que 40, deve-se utilizar a distribuição de Student.

A fórmula a utilizar:

$$\overline{X} = \boldsymbol{\mu_0} \ \text{+/-} \ \mathbf{t} \ (\mathbf{s} \ / \ \sqrt{n})$$

No caso, não se conhece o $\boldsymbol{\mu_0}$ mas deseja-se conhecer o intervalo de confiança para o **μ**.
A fórmula acima aplicada para esta situação fica:

$$\boldsymbol{\mu} = \overline{X} \ \text{+/-} \ \mathbf{t} \ (\mathbf{s} \ / \ \sqrt{n})$$

Para a determinação do valor de **t** deve-se utilizar a tabela de distribuição de Student.
GRAUS DE LIBERDADE = n – 1.
No caso, GRAUS DE LIBERDADE = 10 – 1 = 9

A probabilidade é de 100% -90% = 5%. Como a distribuição de Student é bi-lateral, deve-se utilizar 5% / 2 = 2,5% = 0.025
Entrando-se na tabela de Student com estes valores, obtém-se: t = 2,262
Observar que o correspondente **z** (P_z = 2,5%) é igual a 1,96 (evidentemente menor que 2,262).
Substituindo os valores na fórmula:

$$\mu = 32 \text{ +/- } 2{,}262 \ (2{,}6 / \sqrt{10}) = 32 \text{ +/- } 1{,}86 \ (30{,}14 \text{ a } 33{,}86)$$

Conclusão: tem-se 95% de confiabilidade que a média da população, da qual foi tirada esta amostra, está compreendida entre 30,14 e 33,86 microns.

Observação: A aplicação do intervalo de confiança para a média é muito importante no ajuste (“set-up”) de um processo, para verificar se o processo foi corretamente ajustado.

DISTRIBUIÇÃO ‘T’ DE STUDENT

PROBABILIDADE DE t ≥ AO VALOR LISTADO NA COLUNA

GRAUS DE LIBERDADE	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	1.866	2.920	4.303	6.965	9.925
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	1.341	1.703	2.052	1.473	2.771
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660
120	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617