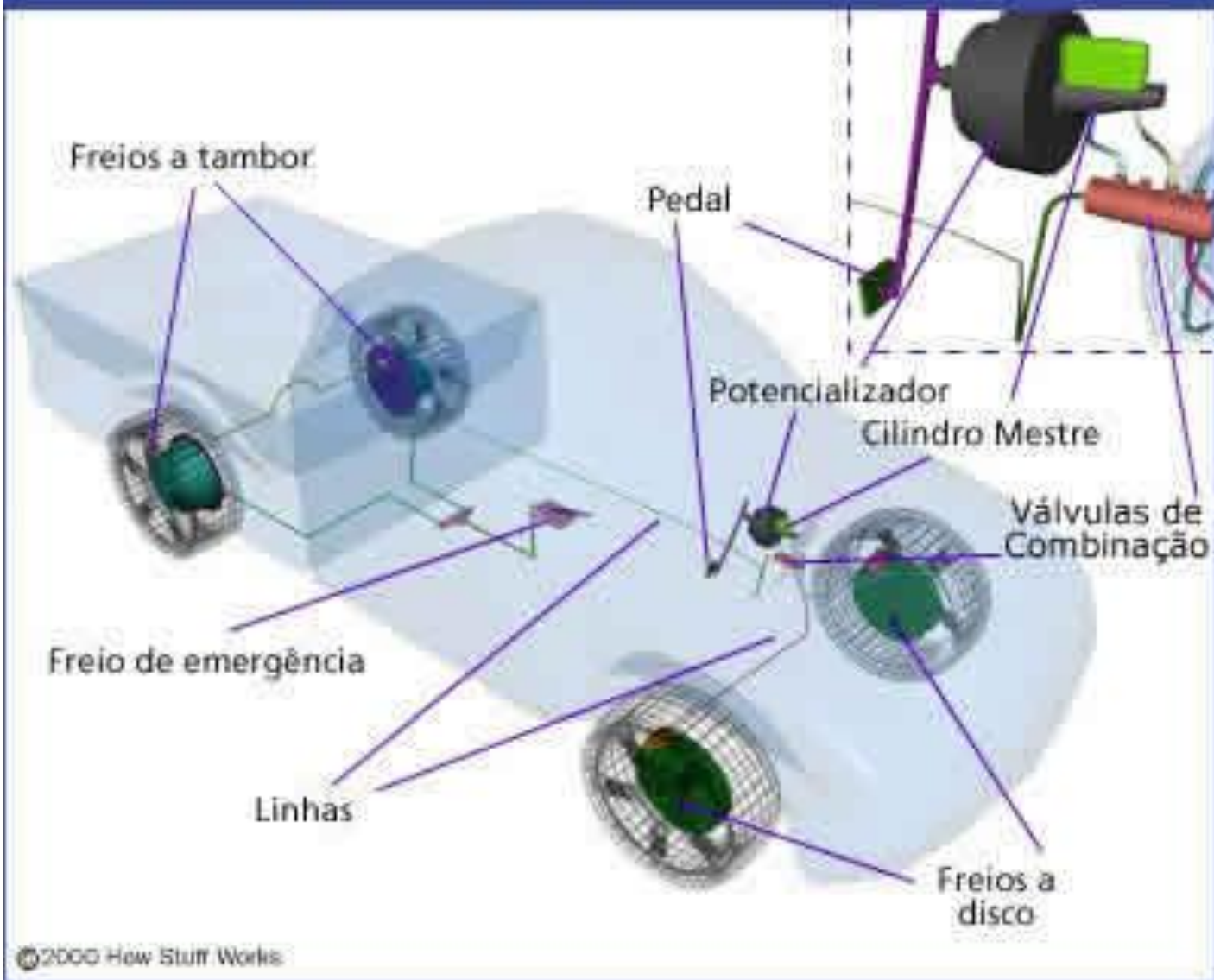


A close-up photograph of a red Wilwood brake caliper mounted on a silver brake disc. The caliper is positioned on the right side of the disc, with the Wilwood logo visible on its side. The brake disc has a multi-hole design and a central hub area. The background is white.

# Fundamentos de Dinâmica Veicular

Capítulo 3 – Parte II  
Mecânica da Frenagem e Freios

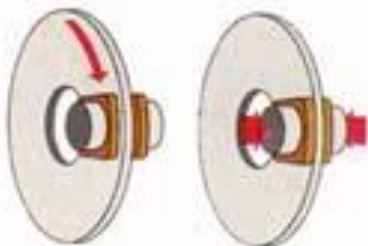
## COMPONENTES DO SISTEMA DE FREIO



## TIPOS BÁSICOS DE FREIO



**TAMBOR.** Duas sapatas curvas, cada qual com um revestimento, apertam contra o interior de um tambor. Alguns automóveis utilizam nas quatro rodas este sistema.



**FREI À DISCO.** Um par de pastilhas, sob ação de pressão hidráulica, aperta as duas faces de um disco metálico rotativo solidário com a roda. Quando o disco diminui a velocidade, ou para, o mesmo acontece com a roda.

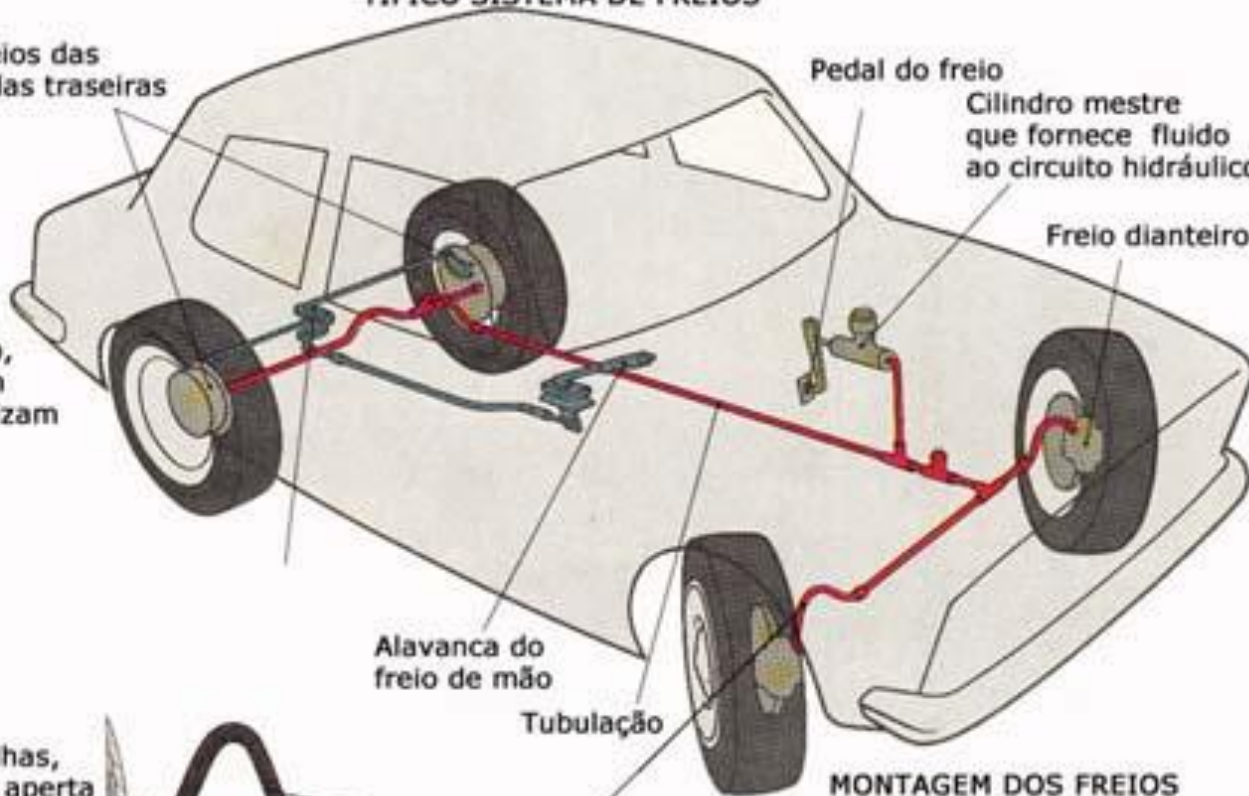
## TÍPICO SISTEMA DE FREIOS

Freios das rodas traseiras

Pedal do freio

Cilindro mestre que fornece fluido ao circuito hidráulico

Freio dianteiro



Alavanca do freio de mão

Tubulação

## MONTAGEM DOS FREIOS



Flexível que liga o circuito hidráulico as rodas



FREIO A DISCO

Cabos do freio de estacionamento

Válvula Proporcionadora sensível à carga

Reservatório de fluido

Freio de estacionamento

Pinça

Flexível

Servo Freio

Cilindro de roda

Pinça

Cilindro mestre

Flexível

Tubo hidráulico

Pedal do freio

Válvula de retenção

Lonas

Sapata do freio

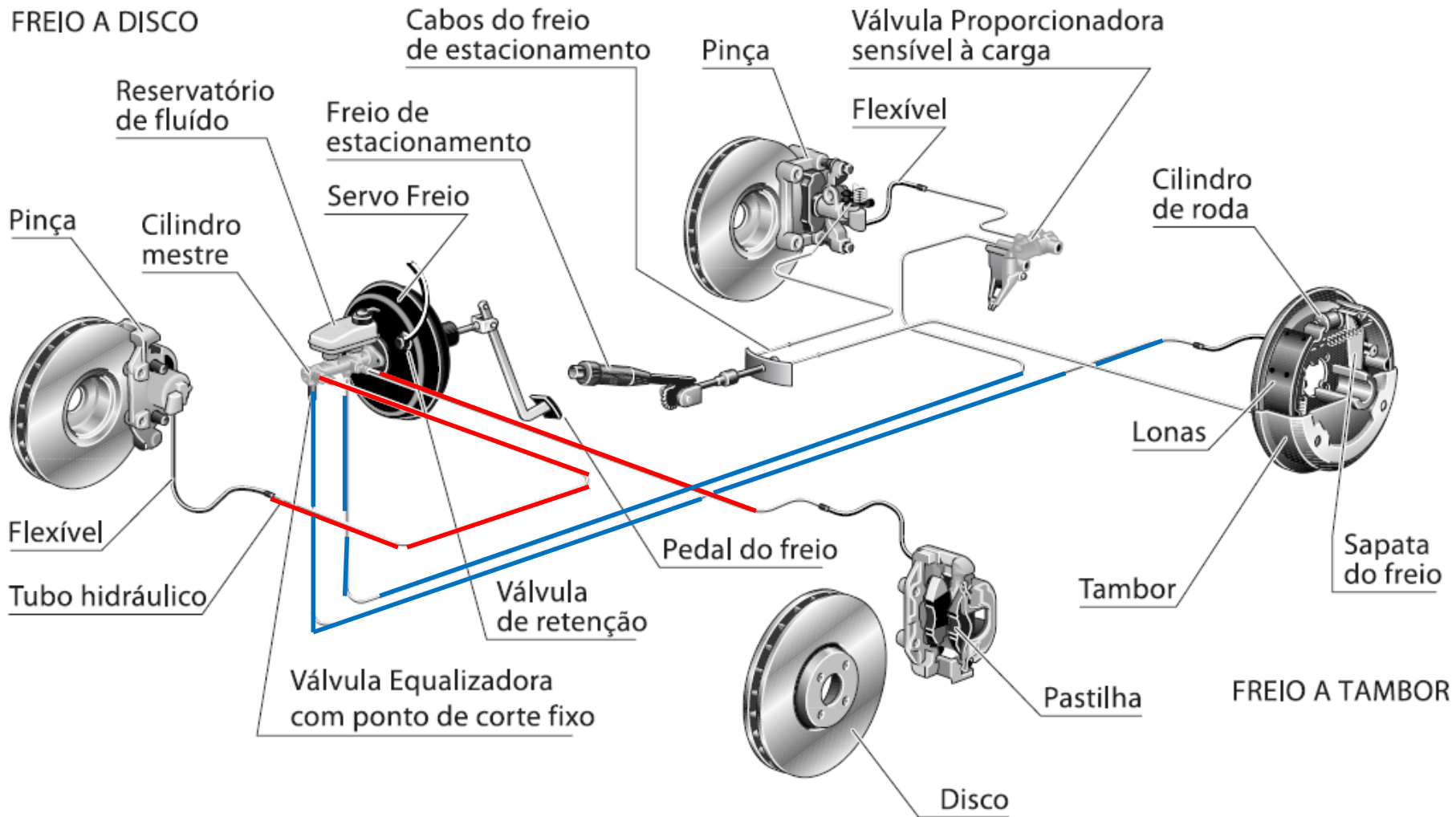
Válvula Equalizadora com ponto de corte fixo

Tambor

FREIO A TAMBOR

Pastilha

Disco



# FUNCIONAMENTO DO FREIO A TAMBOR

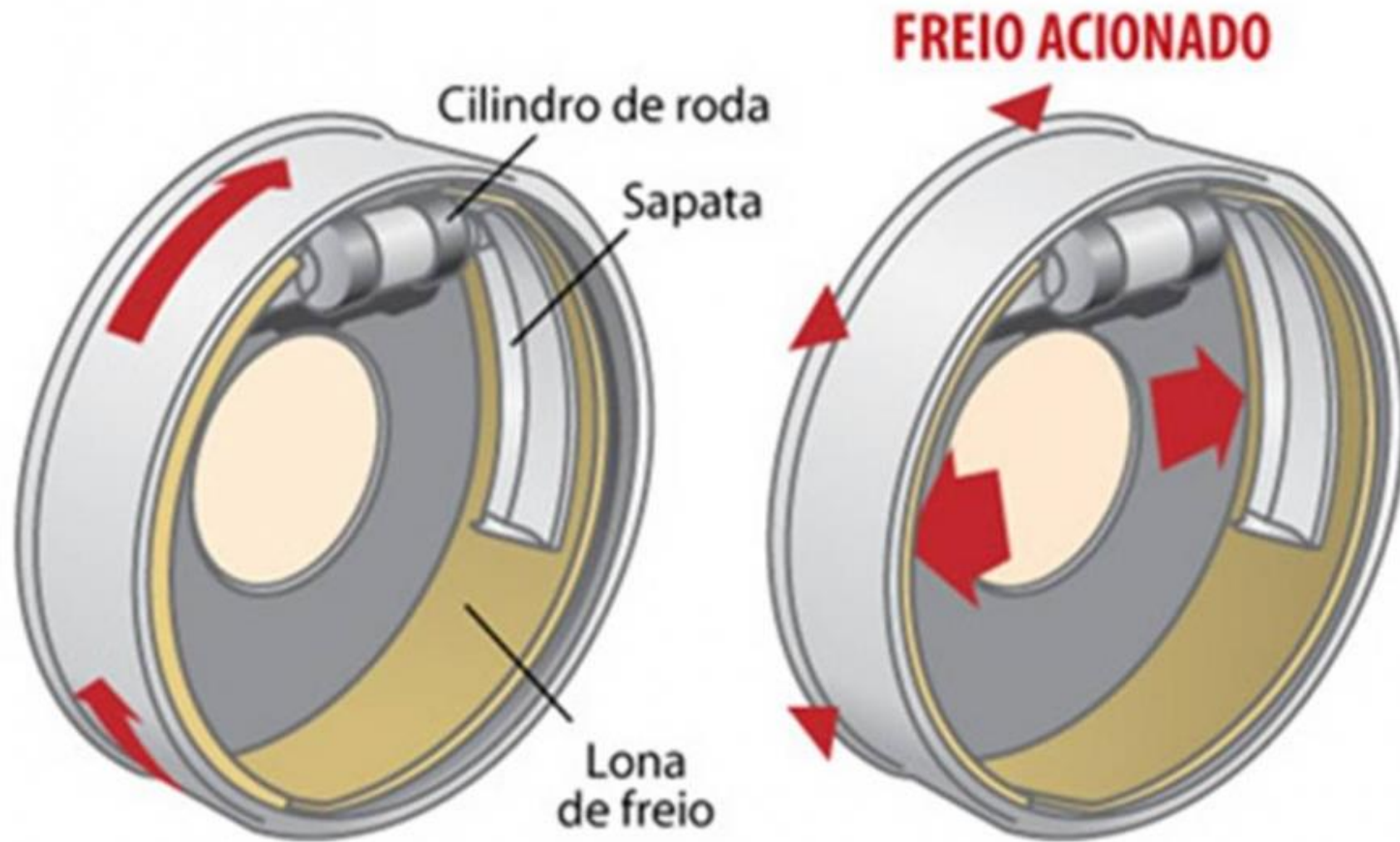
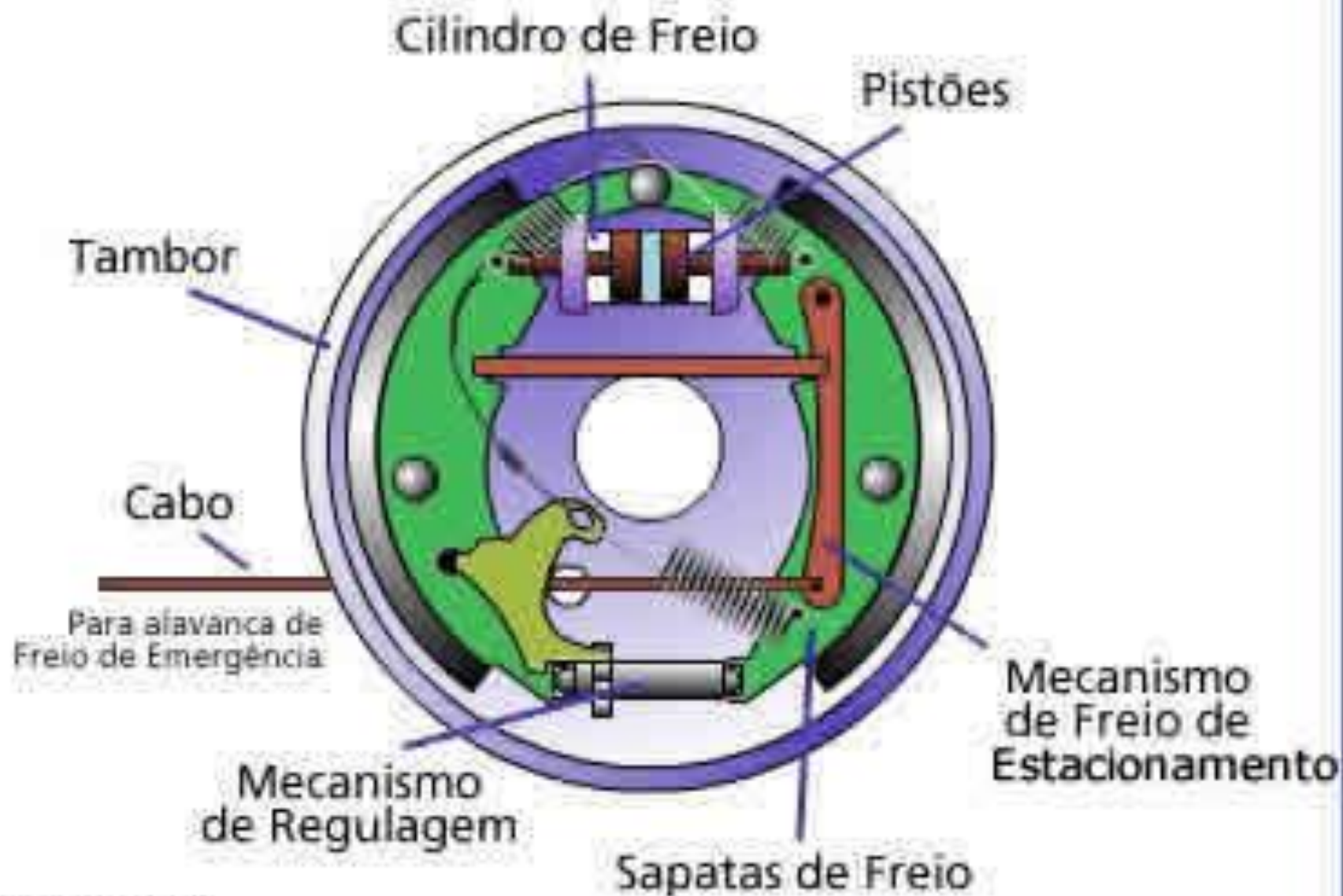


Imagem da internet

drum brake

<http://www.youtube.com/watch?v=WXxozXrWmZw&feature=related>

# FREIOS A TAMBOR



# FUNCIONAMENTO DO FREIO A DISCO

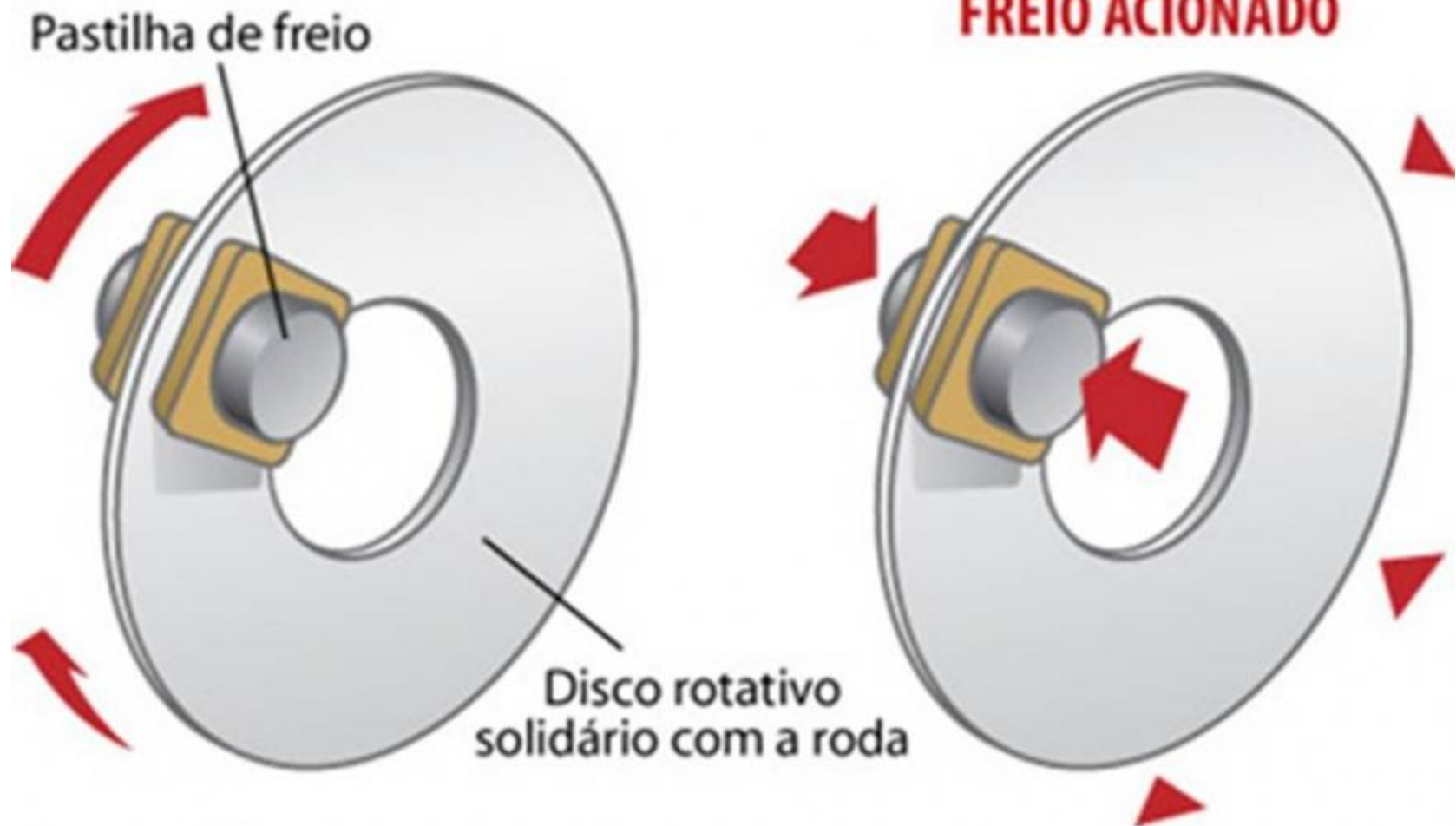
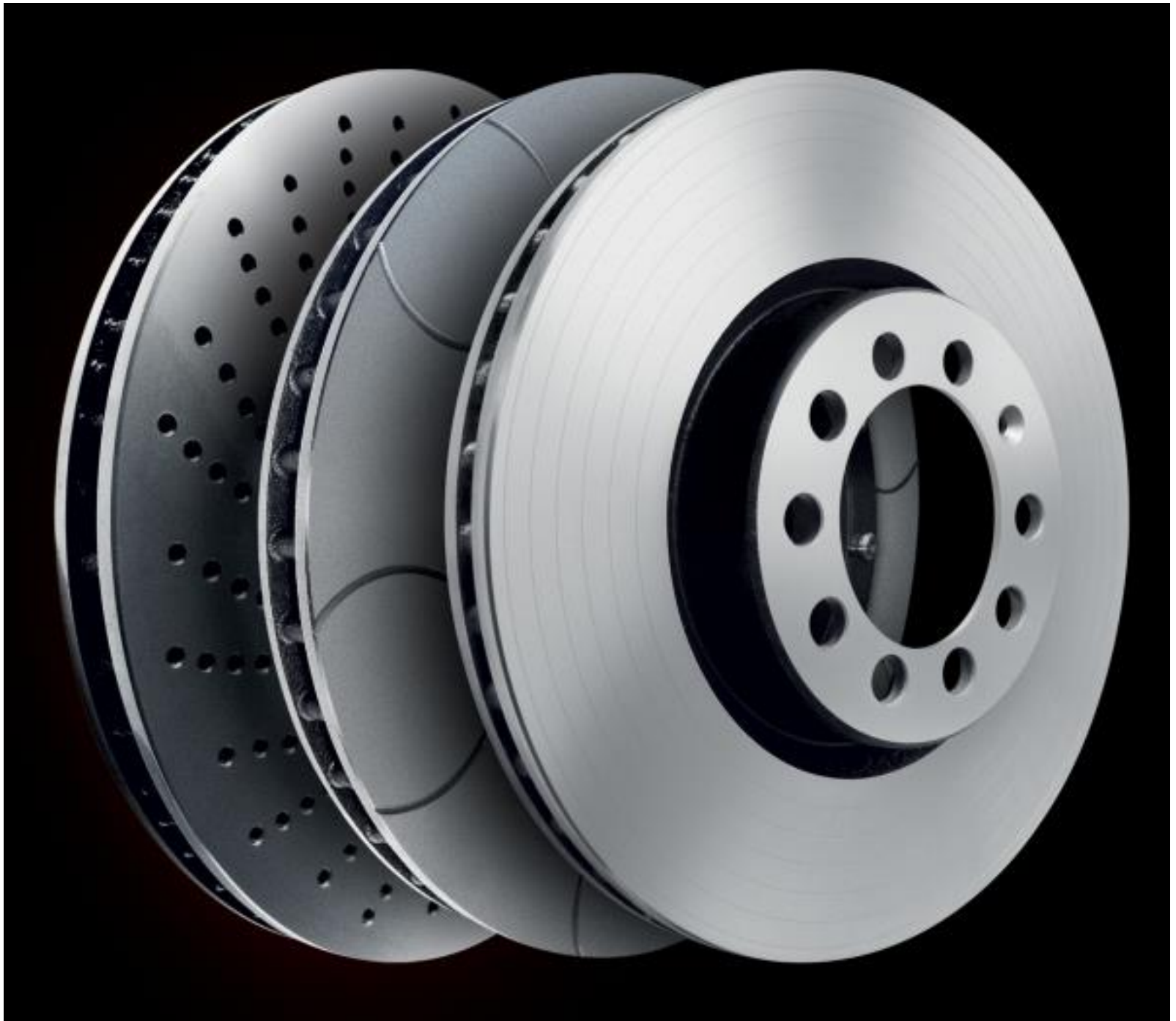


Imagem da internet

How Disc Brakes Work

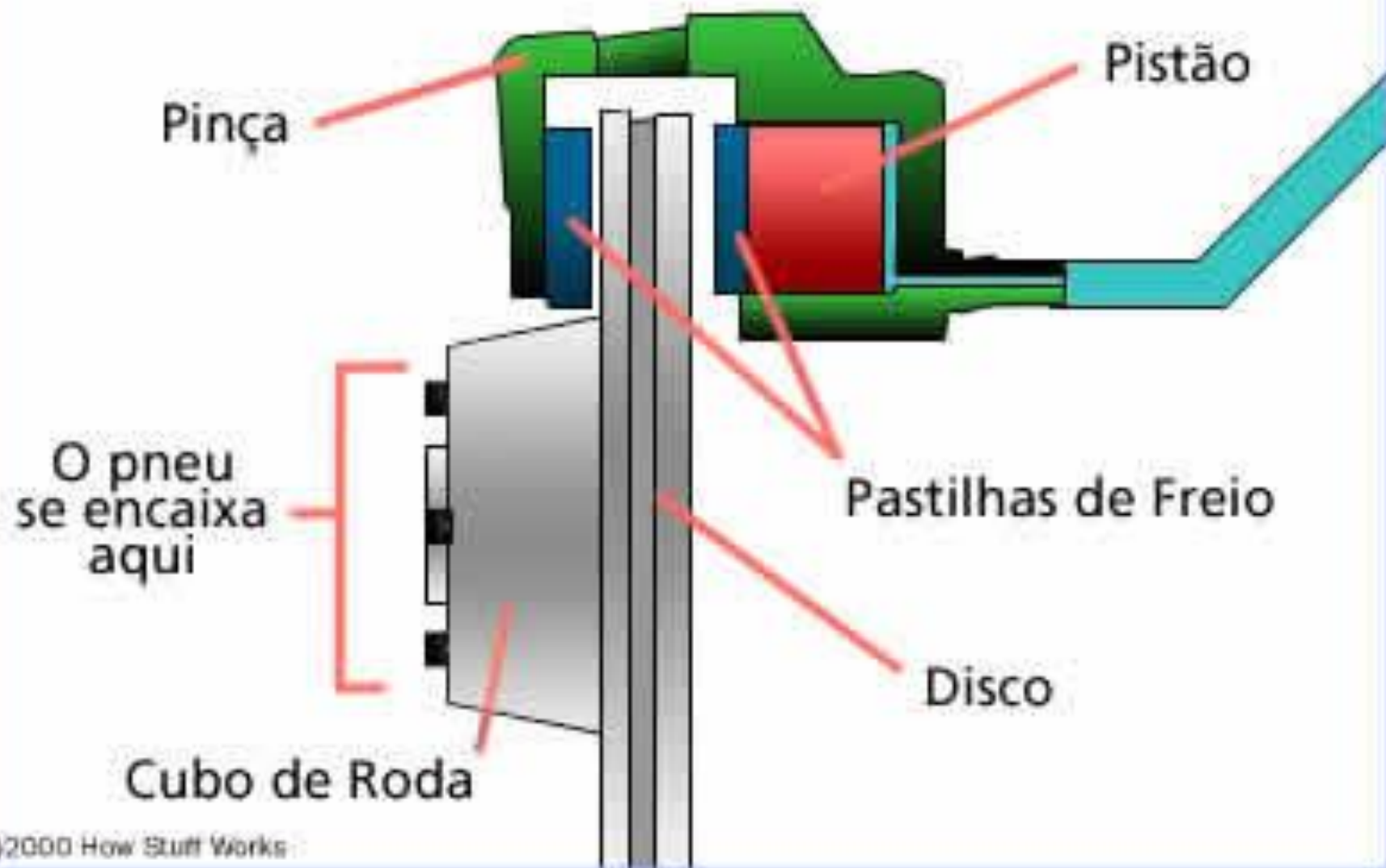
<http://www.youtube.com/watch?v=rgbDyJhBb4c&NR=1>

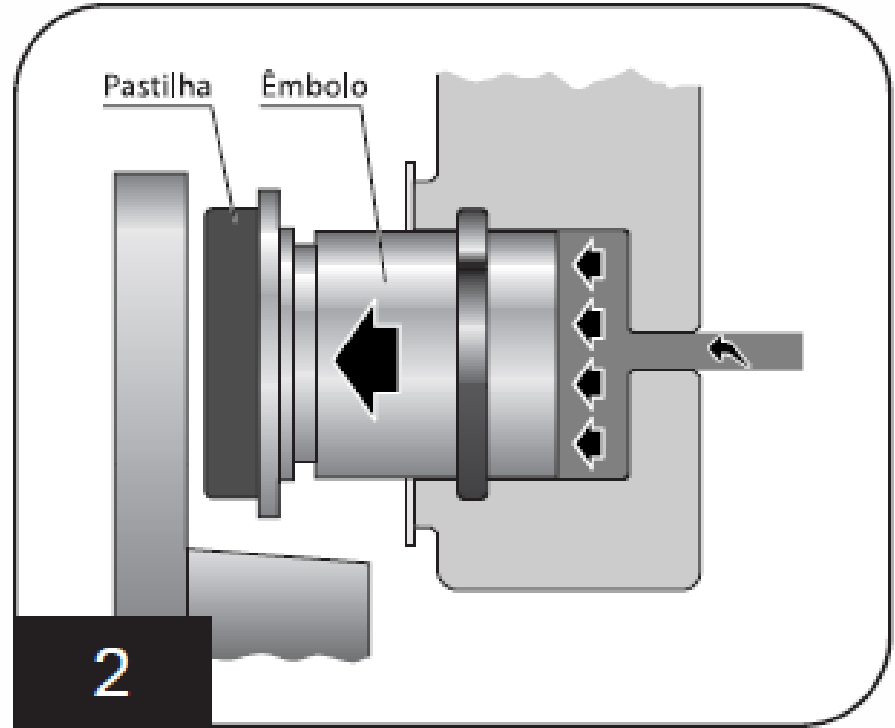
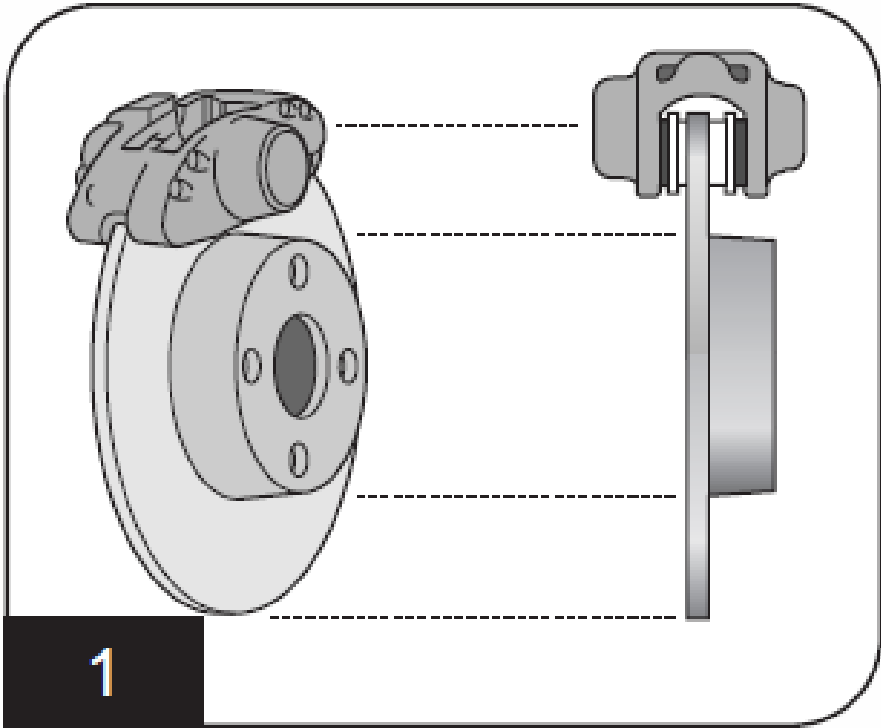




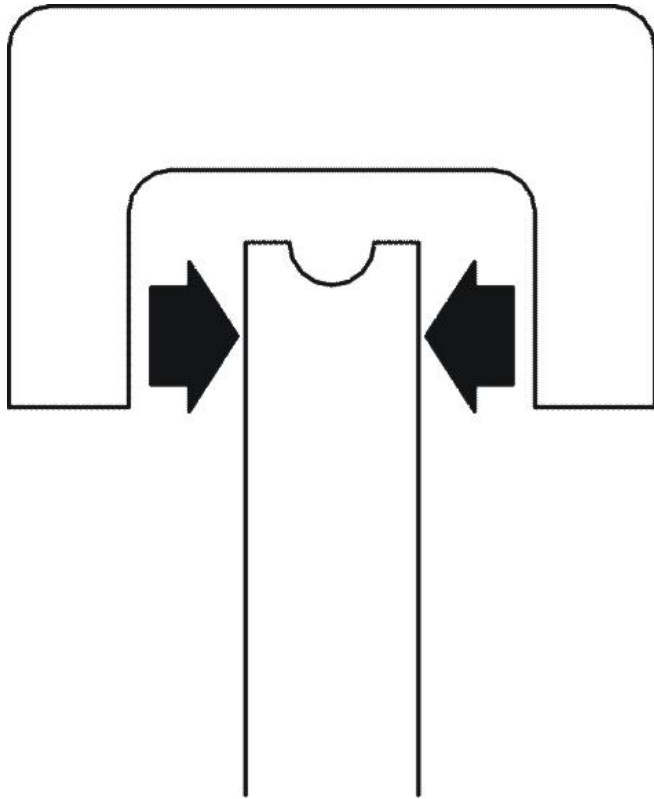


## COMO FUNCIONAM OS FREIOS A DISCO

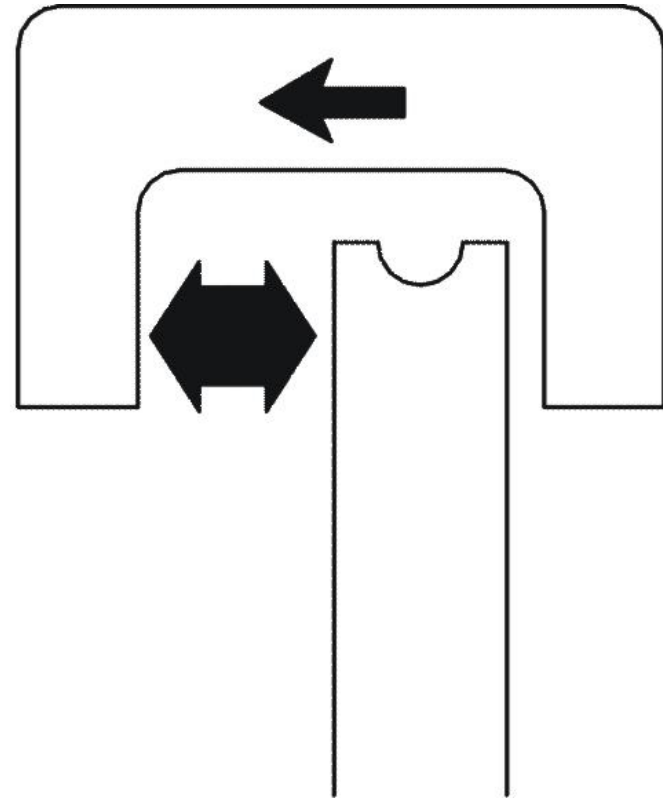


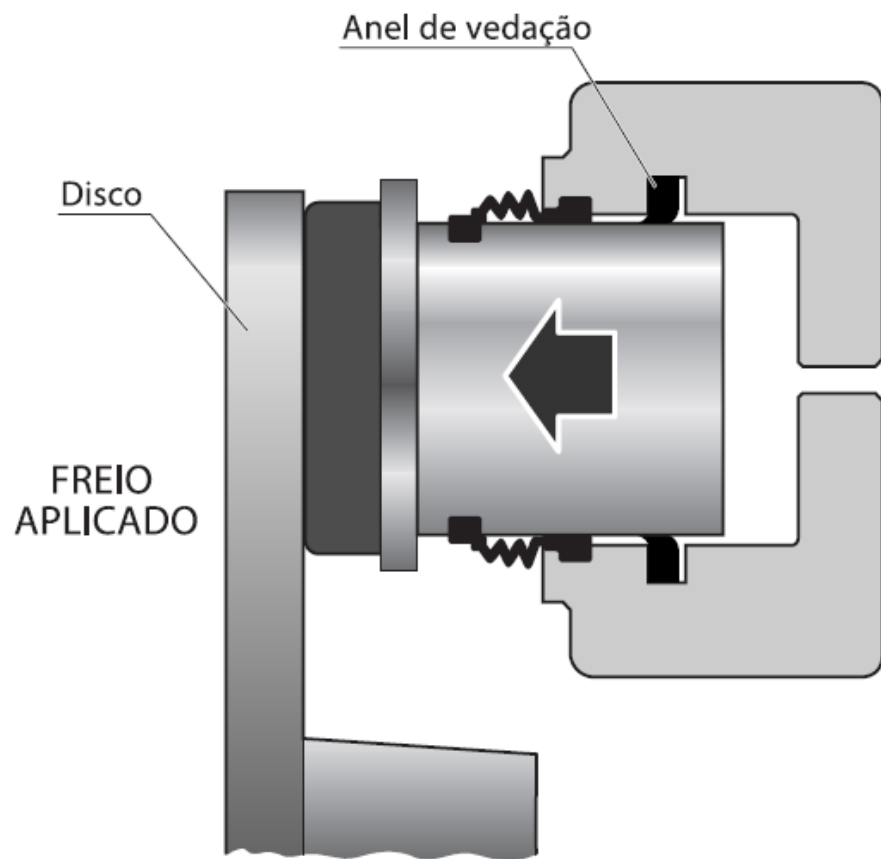
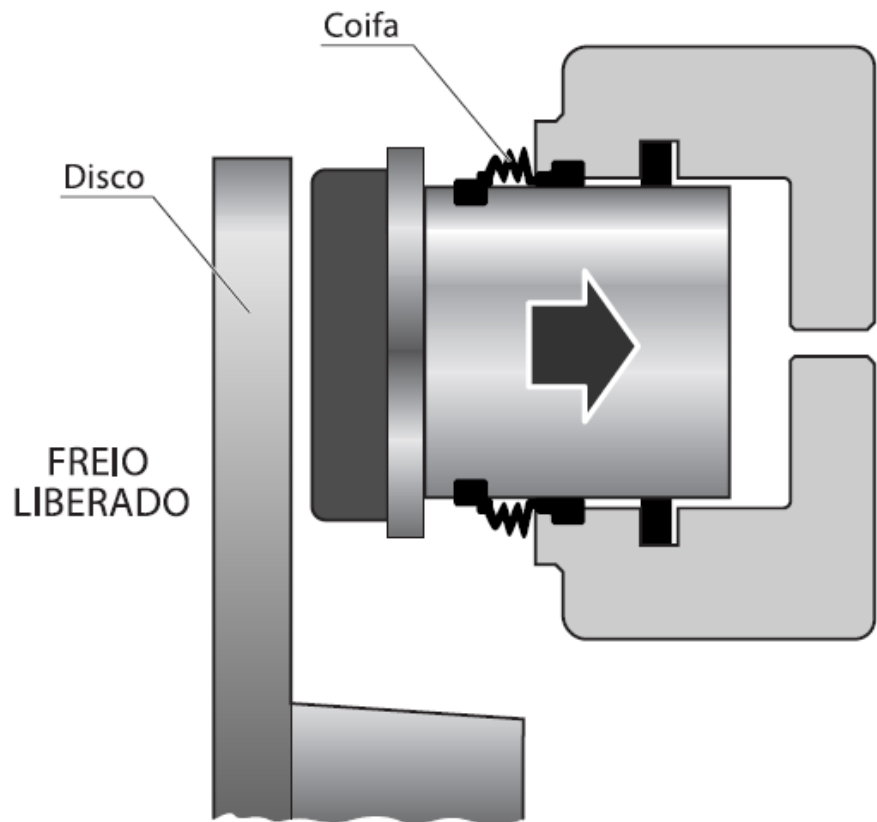


**1- Fixa**

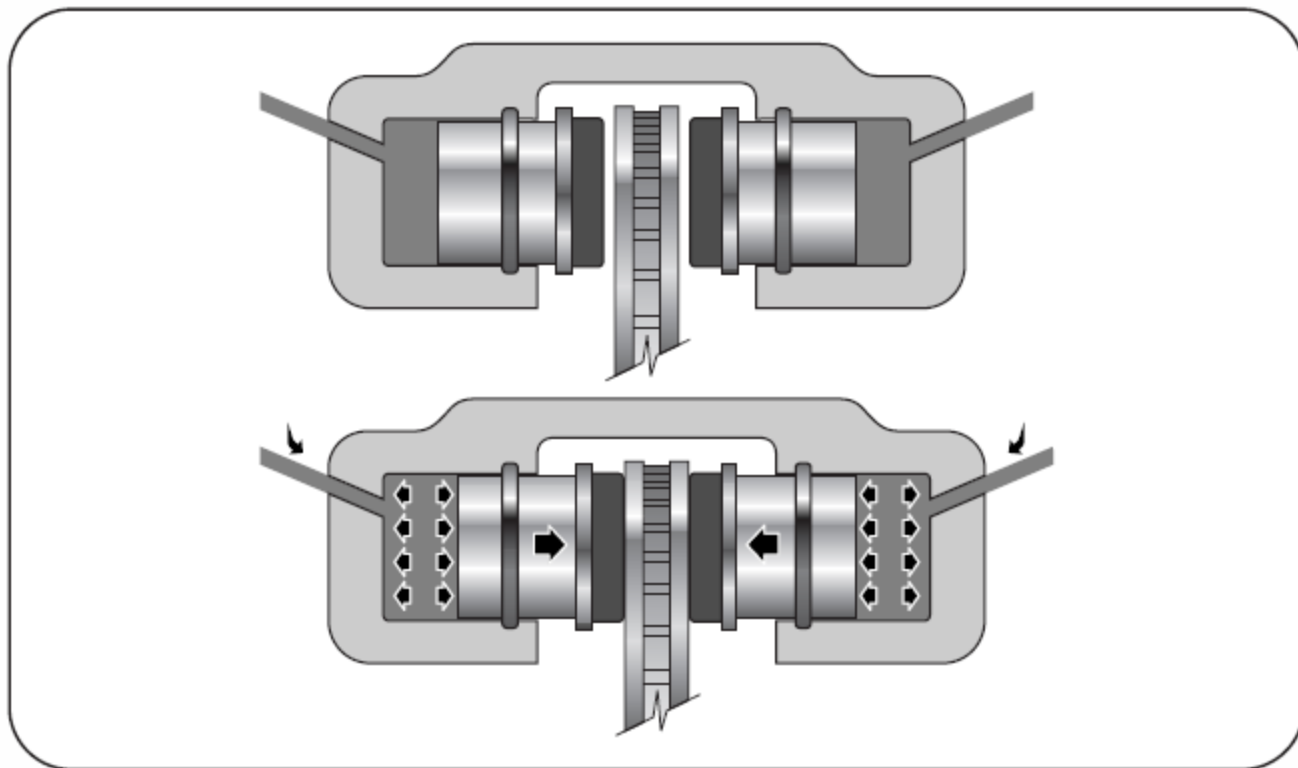


**2-Flutuante**

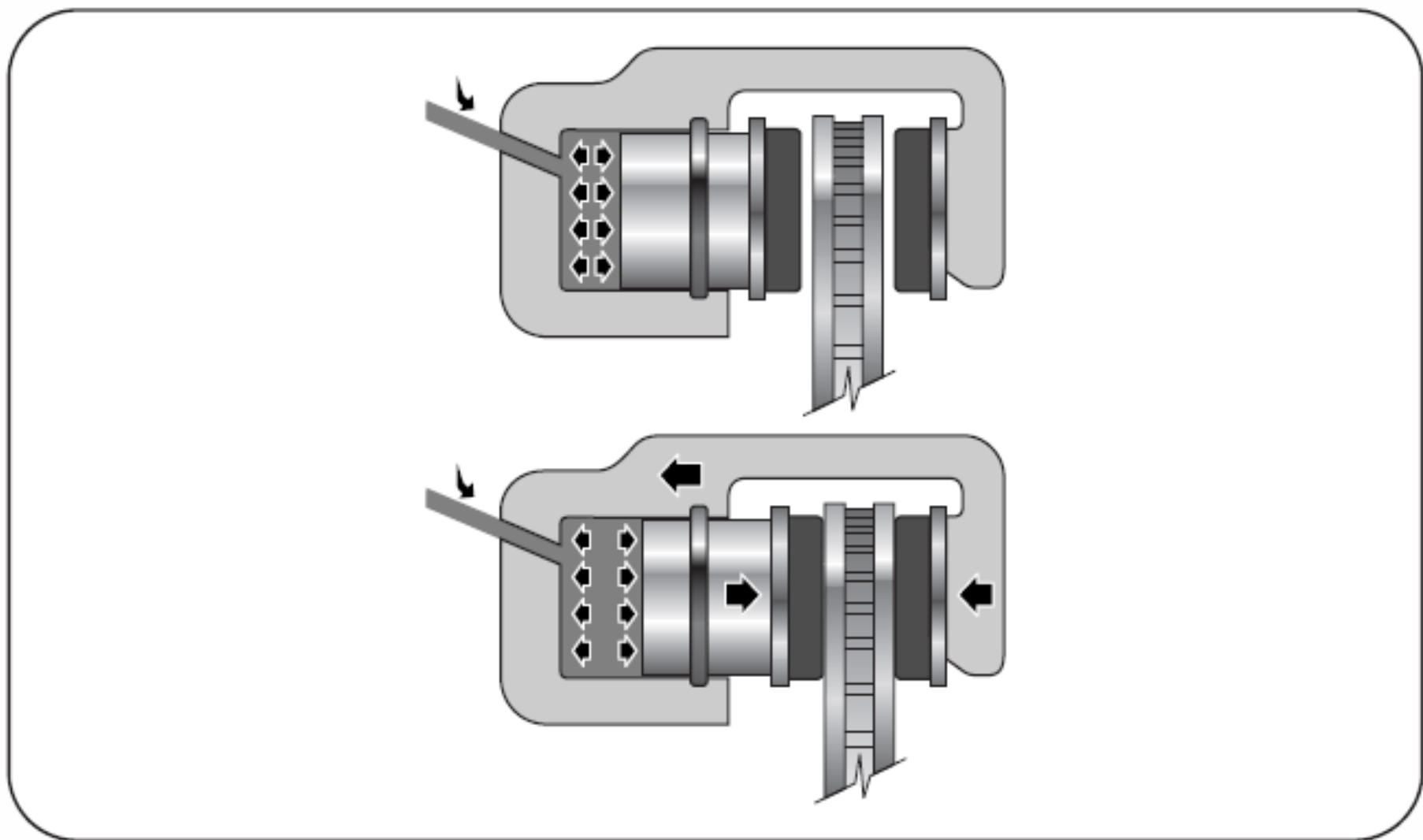




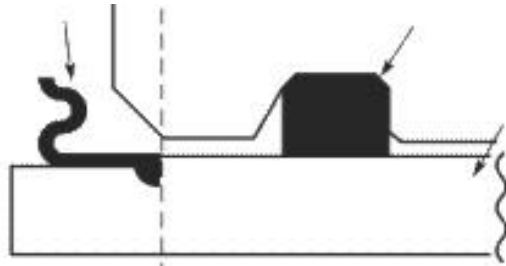
## Pinça fixa



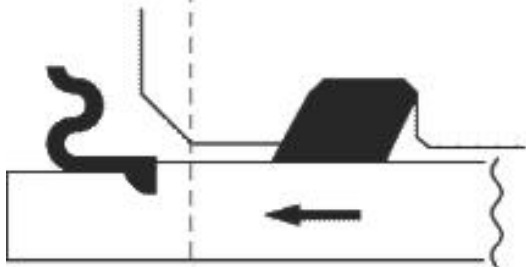
# Pinça deslizante



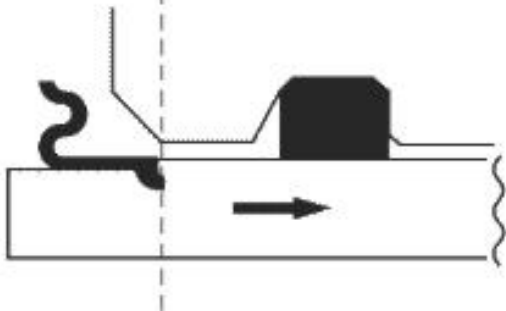
# Retorno dos pistões



**1 - Repouso**

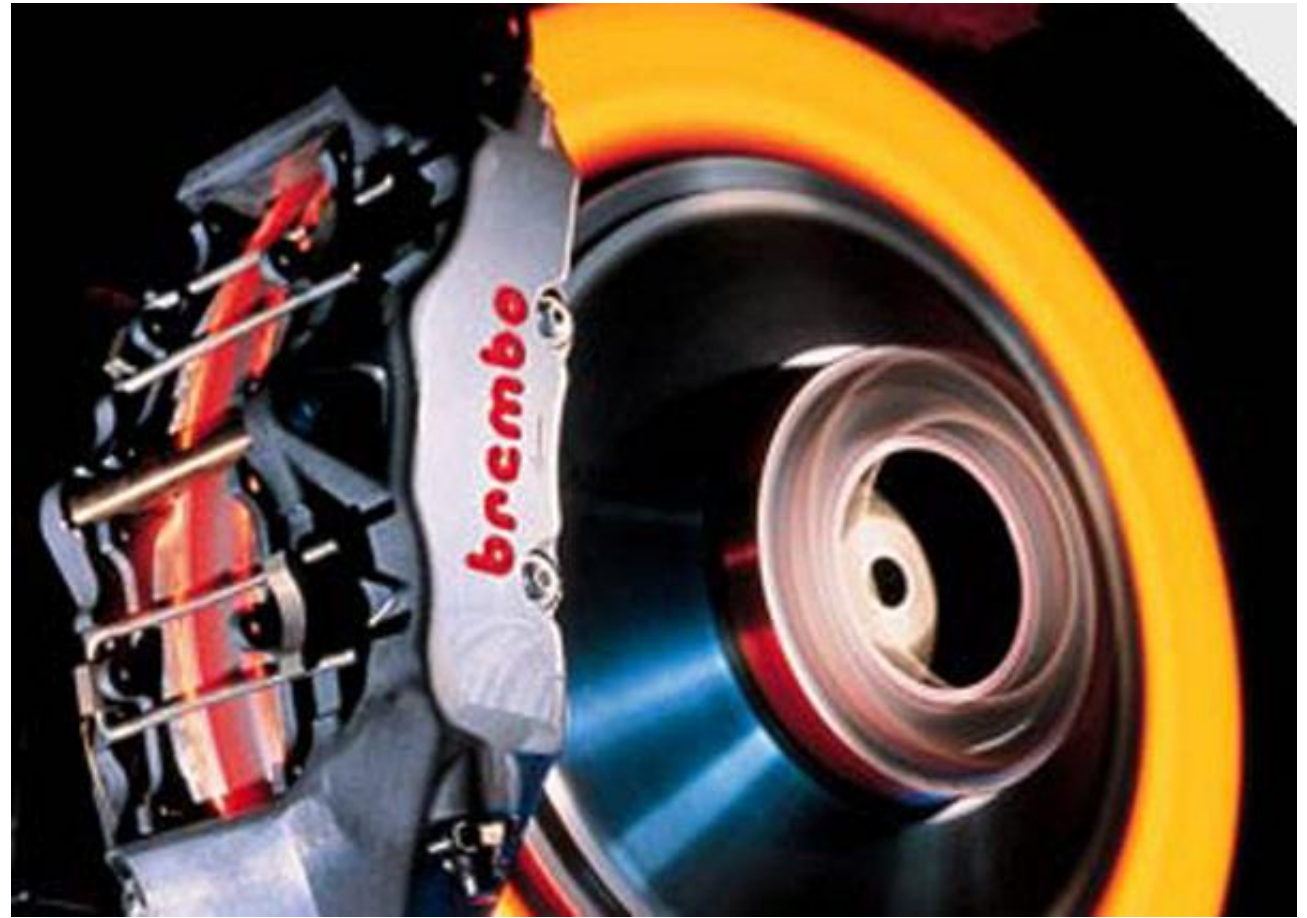


**2 - Aplicado**

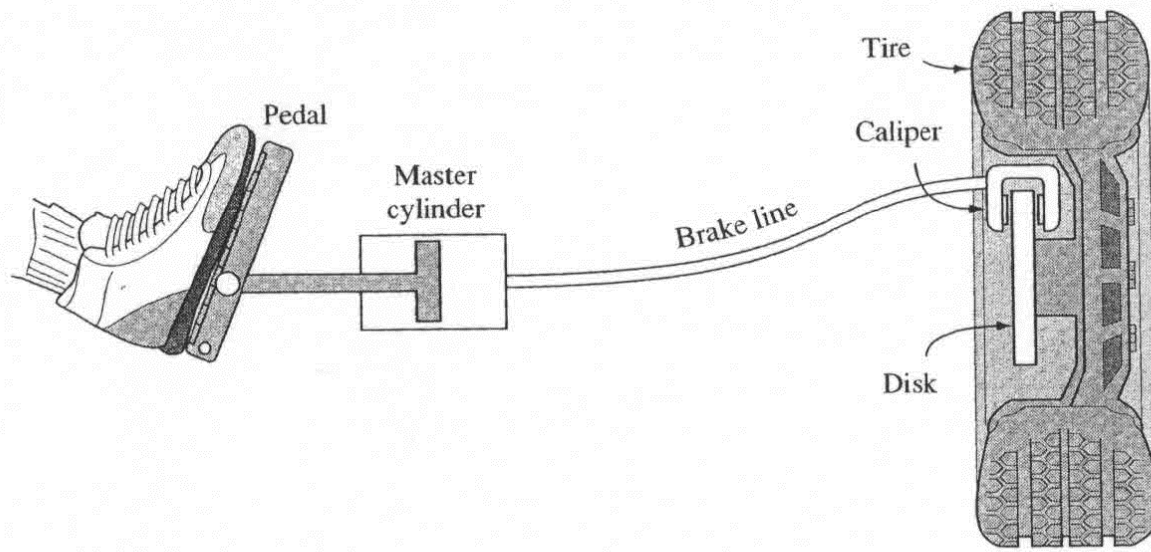


**3 Desaplicado**

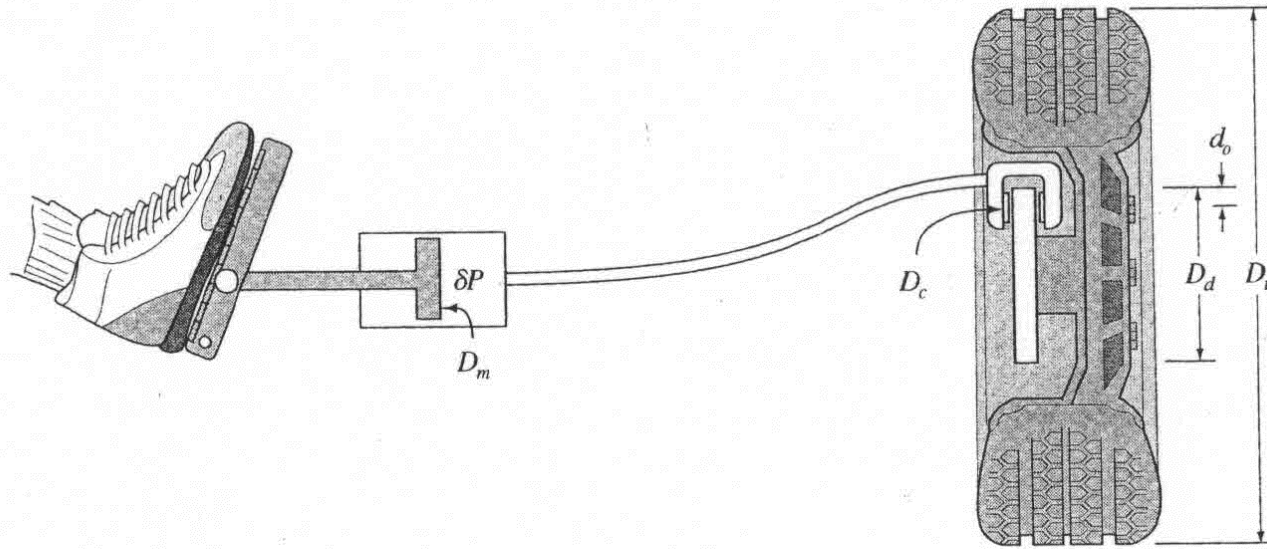




Dissipação de calor.



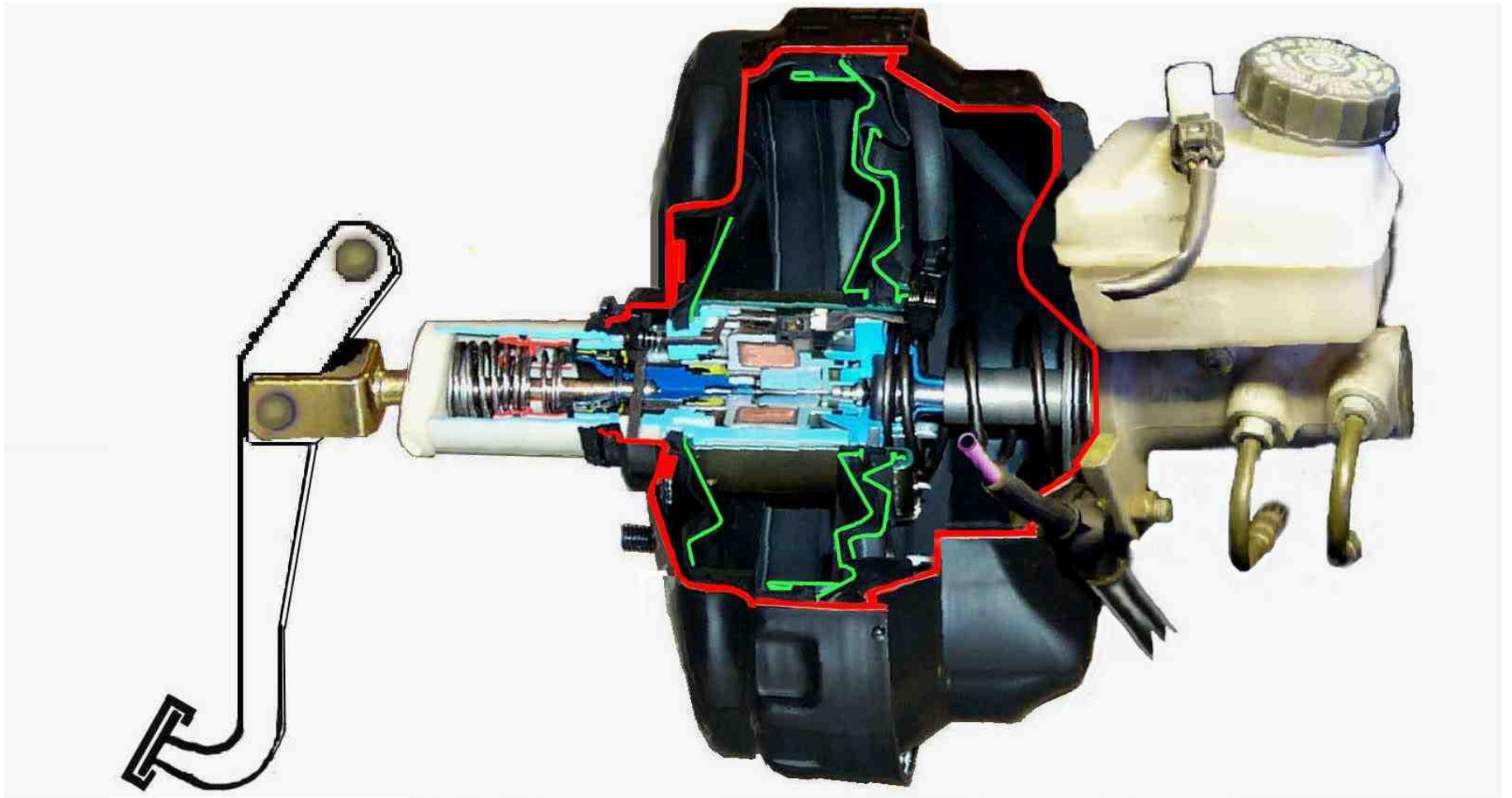
(a)



(b)

**Figure 10.4** Overall configuration of brake system. (a) Identification of brake system components. (b) Variables and dimensions.

# SERVO FREIO



# Animação Técnica - Sistema de Freios do Veículo

<http://www.youtube.com/watch?v=RkMiE43KGCQ>

# Desaceleração constante

Exemplo 1 : veículo urbano

$$W = 13340N$$

$$V_0 = 129km/h$$

$$t_s = 8s$$

$$E = 8,702 \cdot 10^5 J$$

$$P = 292hp$$

Exemplo 2 : caminhão

$$W = 355900N$$

$$V_0 = 96km/h$$

$$t_s = 20s$$

$$E = 1,305 \cdot 10^7 J$$

$$P = 1750hp$$

## 4.5 Carga nos eixos com o veículo em frenagem

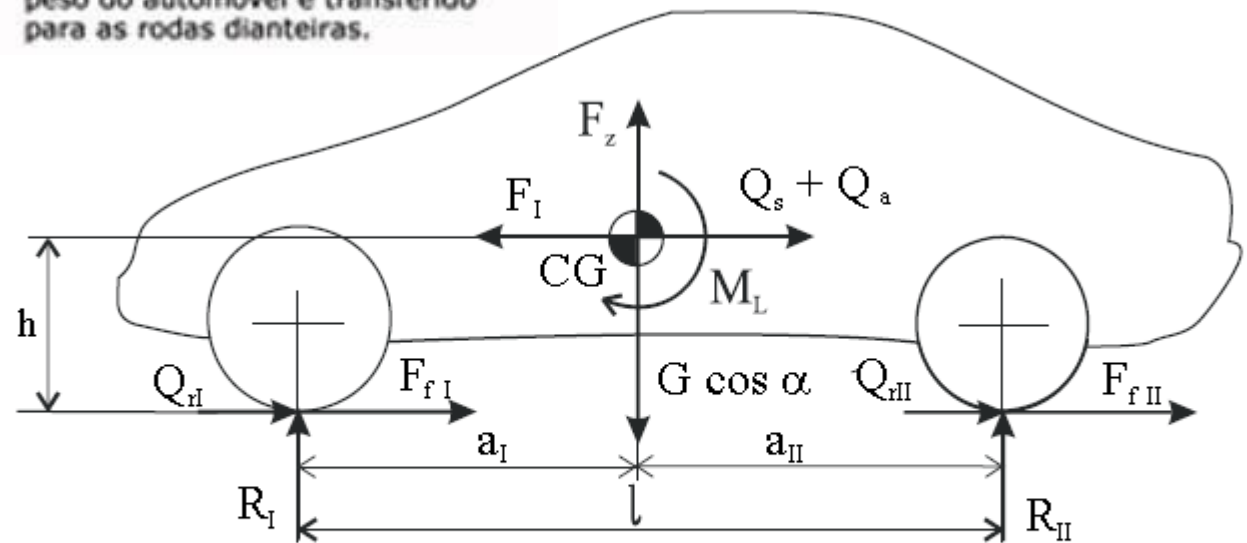
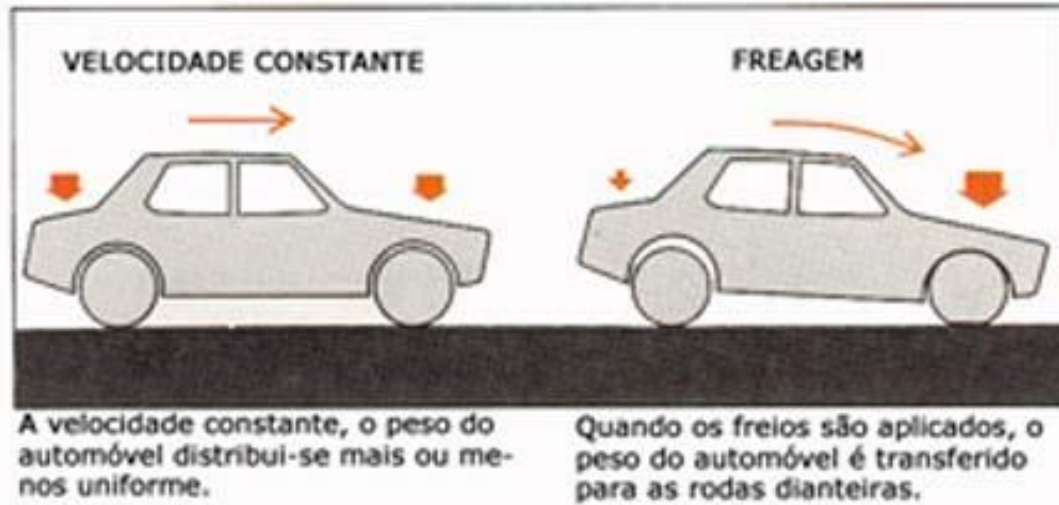


Figura 4.1: Modelo diagramático de um veículo em frenagem.

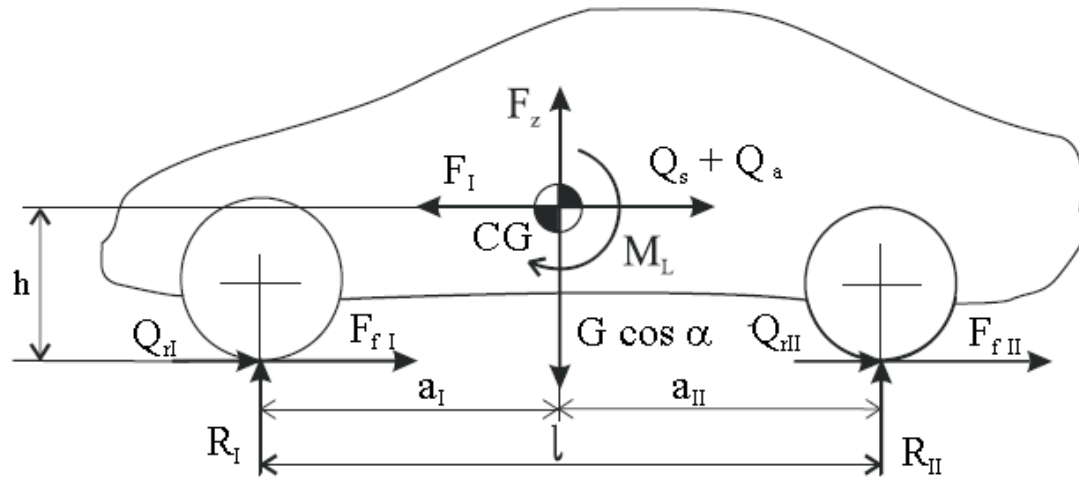


Figura 4.1: Modelo diagramático de um veículo em frenagem.

$$F_f = F_I - (Q_s + Q_r + Q_a) \quad (4.1)$$

sendo:

$F_f = F_{fI} + F_{fII}$  - força de frenagem;

$F_{fI}$  ,  $F_{fII}$  - força de frenagem nos eixos dianteiro e traseiro;

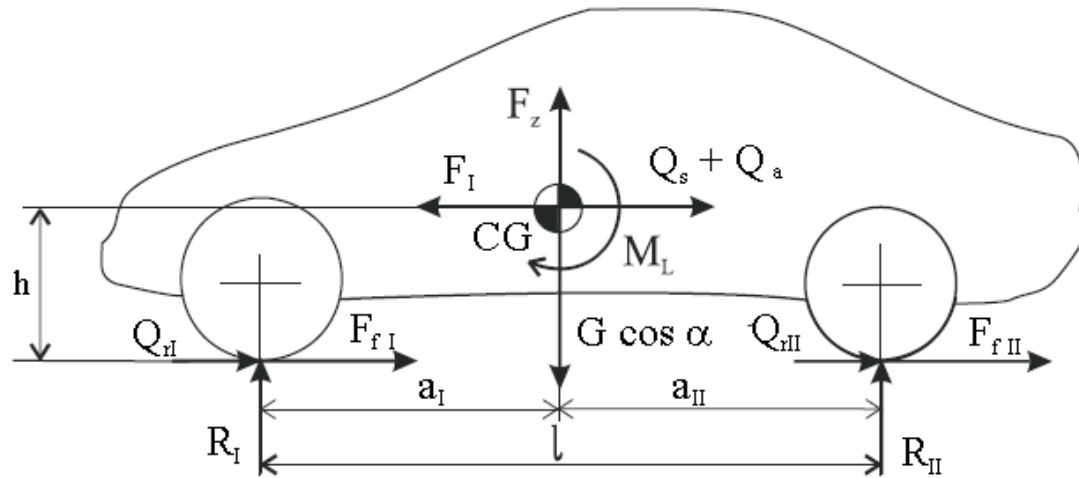
$Q_a$  - resistência aerodinâmica;

$Q_r = Q_{rI} + Q_{rII}$  - resistência de rolamento;

$Q_{rI}$  ,  $Q_{rII}$  - resistência ao rolamento dos eixos dianteiro e traseiro;

$F_I$  - força de inércia;

$Q_s$  - resistência ao atrie.



$$R_I l = a_{II} (G \cos \alpha - F_z) - (Q_a + Q_s - F_I) h - M_L \quad (4.2)$$

$$R_{II} l = a_I (G \cos \alpha - F_z) + (Q_a + Q_s - F_I) h + M_L \quad (4.3)$$

sendo:

$F_z$  - a força de sustentação (age no centro de pressão);

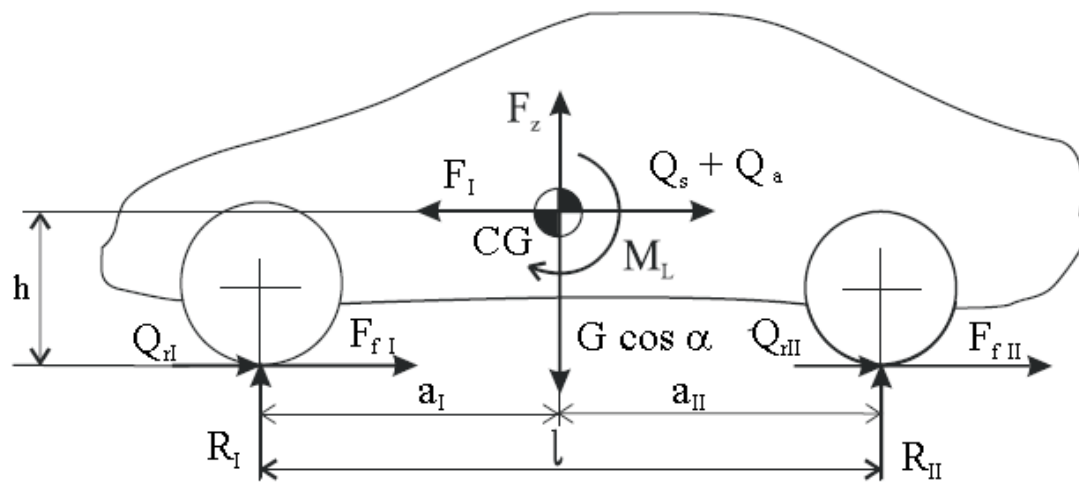
$M_L$  - o momento devido a resistência aerodinâmica e a força de sustentação.

Admitindo que a força de sustentação bem como os momentos devido a resistência aerodinâmica e a força de sustentação sejam desprezáveis, as últimas duas expressões podem ser reescritas como:

$$R_I l = a_{II} G \cos \alpha - (Q_a + Q_s - F_I) h, \quad (4.4)$$

$$R_{II} l = a_I G \cos \alpha + (Q_a + Q_s - F_I) h. \quad (4.5)$$





Por outro lado, da expressão (4.1) rearranjada, tem-se:

$$Q_s + Q_a - F_I = - (F_f + Q_r) \quad (4.6)$$

Com isto, as equações (4.4) e (4.5) se simplificam para:

$$R_I = (1 - x) G \cos \alpha + (F_f + Q_r) \frac{h}{l} \quad (4.7)$$

$$R_{II} = x G \cos \alpha - (F_f + Q_r) \frac{h}{l} \quad (4.8)$$

Nas equações (4.7) e (4.8), o último termo do lado direito de ambas, é denominado de **transferência de carga** entre os eixos dianteiro e traseiro. Assim a transferência de carga entre eixos para um veículo em operação de frenagem é dada por:

$$\Delta G = (F_f + Q_r) \frac{h}{l} \quad (4.9)$$

### 4.5.1 Freios na **dianteira**

Na situação em que os freios só atuam sobre as rodas do eixo dianteiro, a força de frenagem é o produto da força normal ao solo com o coeficiente de atrito entre pneu e pista, ou seja

$$F_{fI} = \mu R_I, \quad (4.10)$$

ou

$$F_{fI} = \mu \left[ (1 - x) G \cos \alpha + (F_{fI} + Q_r) \frac{h}{l} \right]. \quad (4.11)$$

Lembrando que a resistência de rolamento é

$$Q_r = f G \cos \alpha \quad (4.12)$$

a força de frenagem para um veículo com freios somente no **eixo dianteiro** é dada por:

$$F_{fI} = \mu G \left[ \frac{(1 - x) + f \left(\frac{h}{l}\right)}{1 - \mu \left(\frac{h}{l}\right)} \right] \cos \alpha. \quad (4.13)$$

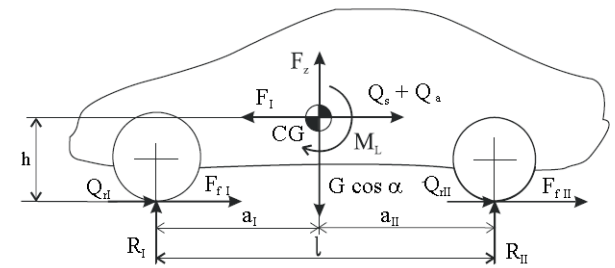


Figura 4.1: Modelo diagramático de um veículo em frenagem.

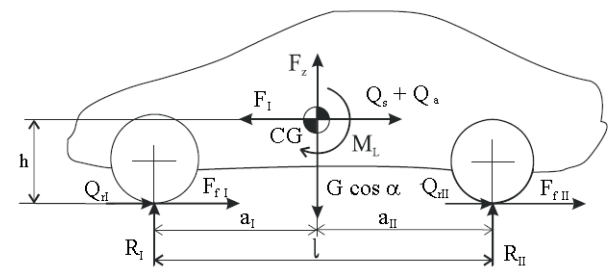


Figura 4.1: Modelo diagramático de um veículo em frenagem.

## 4.5.2 Freios na traseira

Na situação em que os freios só atuam sobre as rodas do eixo traseiro, a força de frenagem é dada por

$$F_{fII} = \mu R_{II}, \quad (4.14)$$

Assim, a equação (4.8) pode ser reescrita como:

$$F_{fII} = \mu \left[ x G \cos \alpha - (F_{fII} + f G \cos \alpha) \frac{h}{l} \right] \quad (4.15)$$

Isolando a força de frenagem  $F_{fII}$  desta última equação, tem-se:

$$F_{fII} = \mu G \left[ \frac{x - f \left( \frac{h}{l} \right)}{1 + \mu \left( \frac{h}{l} \right)} \right] \cos \alpha. \quad (4.16)$$

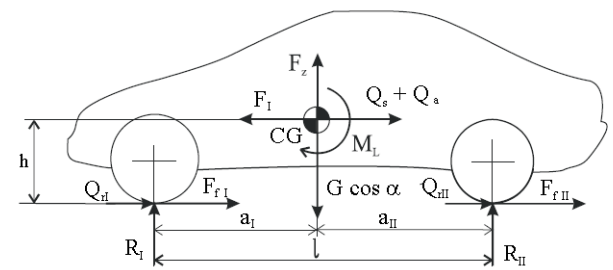


Figura 4.1: Modelo diagramático de um veículo em frenagem.

### 4.5.3 Freios nas **quatro rodas**

No caso de freios nas quatro rodas a força de frenagem é:

$$F_f = \mu (R_I + R_{II}) \quad (4.17)$$

ou

$$F_f = \mu G \cos \alpha \quad (4.18)$$

Com o valor da força de frenagem determinado para cada um dos casos analisados, o passo seguinte é o cálculo das reações  $R_I$  e  $R_{II}$ . Para isto, basta substituir o valor da força de frenagem determinados nas expressões (4.13), (4.16) e (4.18) nas equações (4.7) e (4.8).

## 4.6 Desaceleração

Tendo sido determinadas as forças de frenagem para os três casos de ação do freio, é possível determinar as desacelerações para cada um dos casos. Para iniciar a abordagem, parte-se da equação (4.6) reescrita como segue

$$F_f = F_I - Q_s - Q_r - Q_a. \quad (4.19)$$

ou

$$F_f = G \left( \frac{a}{g} (1 + \delta) - \text{sen } \alpha - f \cos \alpha \right) - C_x A q \quad (4.20)$$

sendo:

$g$  - aceleração da gravidade;

$G$  - peso do veículo;

$\delta$  - inércia de translação equivalente à rotativa;

$G \text{ sen } \alpha$  - resistência de aclone;

$\alpha$  - ângulo do aclone;

$G f \cos \alpha$  - resistência de rolamento;

$f$  - coeficiente de atrito de rolamento Resistência de rolamento;

$C_x A q$  - resistência aerodinâmica

$C_x$  - coeficiente de resistência aerodinâmica;

$A$  - área frontal projetada;

$q$  - pressão dinâmica.

#### 4.6.1 Caso 1 - Freio na **dianteira** apenas

Neste caso considera-se que a força de frenagem das rodas dianteiras, dada pela equação (4.13), tem que ser igual a força de frenagem dada pela equação (4.20). Assim, com as devidas manipulações, tem-se:

$$\alpha = \frac{g}{(1 + \delta)} \left\{ \left[ \mu \frac{(1 - x) + f \left(\frac{h}{l}\right)}{1 - \mu \left(\frac{h}{l}\right)} \cos \alpha + \sin \alpha + f \cos \alpha \right] + C_x q \frac{A}{G} \right\}. \quad (4.21)$$

ou

$$\alpha = \frac{g}{(1 + \delta)} \left\{ l \left( \frac{\mu (1 - x) + f}{l - \mu h} \right) \cos \alpha + \sin \alpha + C_x q \frac{A}{G} \right\}. \quad (4.22)$$

## 4.6.2 Caso 2 - Freio na traseira apenas

Neste caso considera-se que a força de frenagem das rodas traseiras, dada pela equação (4.16), tem que ser igual a força de frenagem dada pela equação (4.20). Assim:

$$\alpha = \frac{g}{(1 + \delta)} \left\{ \left[ \mu \frac{x - f \left( \frac{h}{l} \right)}{1 + \mu \left( \frac{h}{l} \right)} \cos \alpha + \sin \alpha + f \cos \alpha \right] + C_x q \frac{A}{G} \right\}. \quad (4.23)$$

ou

$$\alpha = \frac{g}{(1 + \delta)} \left\{ \left[ l \left( \frac{\mu x + f}{l + \mu h} \right) \cos \alpha + \sin \alpha \right] + C_x q \frac{A}{G} \right\}. \quad (4.24)$$

### 4.6.3 Caso 3 - Freio nas quatro rodas

Neste caso considera-se que a força de frenagem das quatro rodas, dada pela equação (4.18), tem que ser igual a força de frenagem dada pela equação (4.20). Assim:

$$\alpha = \frac{g}{(1 + \delta)} \left\{ [(\mu + f) \cos \alpha + \sin \alpha] + C_x q \frac{A}{G} \right\} \quad (4.25)$$



$$\alpha = \frac{g}{(1 + \delta)} \left\{ \left[ \mu \frac{(1 - x) + f \left(\frac{h}{l}\right)}{1 - \mu \left(\frac{h}{l}\right)} \cos \alpha + \sin \alpha + f \cos \alpha \right] + C_x q \frac{A}{G} \right\}. \quad (4.21)$$

$$\alpha = \frac{g}{(1 + \delta)} \left\{ \left[ \mu \frac{x - f \left(\frac{h}{l}\right)}{1 + \mu \left(\frac{h}{l}\right)} \cos \alpha + \sin \alpha + f \cos \alpha \right] + C_x q \frac{A}{G} \right\}. \quad (4.23)$$

$$\alpha = \frac{g}{(1 + \delta)} \left\{ [(\mu + f) \cos \alpha + \sin \alpha] + C_x q \frac{A}{G} \right\}. \quad (4.25)$$

Vale salientar que as duas primeiras equações, (4.21) e (4.23), são importantes para o caso de análise de casos limites, onde pode ser analisado o desempenho dos freios no caso da **falha do sistema** em um dos eixos. Observa-se ainda que a massa do veículo só não afeta a aceleração de frenagem se a **inércia de translação equivalente a rotativa**  $\delta$  for pequena e o veículo se deslocar em baixa velocidade (a resistência aerodinâmica é desprezável nesta situação). Em operações de frenagem é normal que o condutor acione a **embreagem** do veículo, o que reduz a inércia rotativa do veículo e aumentam a aceleração de frenagem, porém as rodas e parte do sistema de transmissão ainda são desacelerados conjuntamente com a inércia de translação.

#### 4.6.4 Parâmetros de frenagem

É de conhecimento geral que o *layout* que apresenta melhor desempenho é o de freio nas quatro rodas. Sendo assim, a modelagem que será desenvolvida a seguir é baseada neste tipo de *layout*. O ponto de partida para este equacionamento é força de frenagem, dada pela equação 4.18 e repetida a seguir:

$$F_f = \mu G \cos \alpha. \quad (4.26)$$

Com esta força de frenagem, as reações normais do eixo dianteiro e traseiro, equações 4.7 e 4.8 respectivamente, podem ser reescritas como:

$$R_I = (1 - x) G \cos \alpha + (\mu G \cos \alpha + Q_r) \frac{h}{l} \quad (4.27)$$

$$R_{II} = x G \cos \alpha - (\mu G \cos \alpha + Q_r) \frac{h}{l} \quad (4.28)$$

ou

$$R_I = G \cos \alpha \left[ (1 - x) + (\mu + f) \frac{h}{l} \right] \quad (4.29)$$

$$R_{II} = G \cos \alpha \left[ x - (\mu + f) \frac{h}{l} \right] \quad (4.30)$$

A condição de máxima performance de frenagem ocorre quando a distribuição da força de frenagem nos eixos for proporcional às reações dinâmicas  $R_I$  e  $R_{II}$ , dadas pelas equações 4.29 e 4.30. Sendo assim, define-se o índice de frenagem (*braking ratio*),  $\xi$ , como segue:

$$\xi = \frac{F_{fI}}{F_{fII}} = \frac{\mu R_I}{\mu R_{II}} = \frac{R_I}{R_{II}} = \frac{[(1-x) + (\mu + f) \frac{h}{l}]}{[x - (\mu + f) \frac{h}{l}]} \quad (4.31)$$

Para o veículo se deslocando no plano, desconsiderando os efeitos da resistência aerodinâmica e de resistência de inércia rotativa, a equação 4.25 pode ser reescrita como

$$a = \frac{g}{(1 + \delta)} (\mu + f) \approx g (\mu + f). \quad (4.32)$$

Com isto, a equação 4.31 pode ser reescrita como:

$$\xi \approx \frac{[(1-x) g + a \frac{h}{l}]}{[x g - a \frac{h}{l}]} \quad (4.33)$$

As duas formas de escrever mostram a dependência do índice de frenagem, equações 4.31 e 4.33, com a desaceleração " $\alpha$ ", ou do coeficiente de atrito " $\mu$ " do par pneu/pista. Durante o acionamento dos freios essas duas grandezas variam e, conseqüentemente, o valor de  $\xi$  também. O índice de frenagem define a força tangencial que deve ser aplicada pela sapata ou pelas pastilhas sobre o tambor ou disco dos freios, nas rodas de cada um dos eixos do veículo. Isso implica que as razões entre a área do cilindro mestre e as áreas dos cilindros de roda dos freios dianteiros e traseiros também está definida pelo índice de frenagem, o que impossibilita que a frenagem ótima seja atingida para quaisquer coeficientes de atrito ou desacelerações. Com o objetivo de alterar o índice de frenagem para quaisquer acelerações e maximizar o desempenho, o controle da pressão no sistema hidráulico através das válvulas limitadoras de pressão é a solução mais eficiente. Essas válvulas limitadoras de pressão, que não têm qualquer correlação com os sistemas de freio anti-bloqueio (ABS), têm o seu funcionamento baseado em princípio hidráulico, inercial ou eletrônico.

Pode-se determinar diretamente do índice de frenagem a distribuição de cargas de frenagem nos eixos, bem como as demais variantes relacionadas com esse índice tais como potência e calor dissipados na operação de frenagem, bem como parcela da massa total dos freios para cada eixo. Para isso basta lembrar que a força de frenagem total dos dois eixos, no caso de um veículo com freio nas quatro rodas, é igual a soma da força de frenagem das rodas dianteiras e traseiras, como segue:

$$F_f = F_{fI} + F_{fII} = F_{fI} \frac{F_{fII}}{F_{fII}} + F_{fII} = \frac{F_{fI}}{F_{fII}} F_{fII} + F_{fII} = \xi F_{fII} + F_{fII} = (\xi + 1) F_{fII} \quad (4.34)$$

Isolando, da última expressão, a força de frenagem no eixo traseiro se tem:

$$F_{fII} = \frac{1}{(\xi + 1)} F_f \quad (4.35)$$

e, de forma similar:

$$F_{fI} = \frac{\xi}{(\xi + 1)} F_f \quad (4.36)$$

# Requisitos para Desempenho em Frenagem

NHTSA - National Highway Traffic Safety Administration

FMVSS - Federal Motor Vehicle Safety Standard

- FMVSS 105 - Requisitos para desempenho em frenagem para veículos com sistema de freio hidráulico.
- FMVSS 121 - Requisitos para desempenho em frenagem para veículos com sistema de freio a ar.

# Requisitos para Desempenho em Frenagem

## FMVSS 105 - Condições de uso:

- 1ª. eficácia
  - totalmente carregado
  - freio não amaciado
  - deve parar de 30 mph com  $17 \text{ ft/s}^2$   
e de 60 mph com  $18 \text{ ft/s}^2$
- 2ª. eficácia
  - totalmente carregado
  - freio amaciado
  - deve parar de 30 mph com  $17 \text{ ft/s}^2$ , de 60 mph com  $19 \text{ ft/s}^2$  e de 80 mph com  $18 \text{ ft/s}^2$
- ...

# Proporção de Frenagem

Transferência de carga para o eixo dianteiro

$$R_I = (1 - x).G + \frac{h}{l}.m.a_x$$

$$R_{II} = x.G - \frac{h}{l}.m.a_x$$

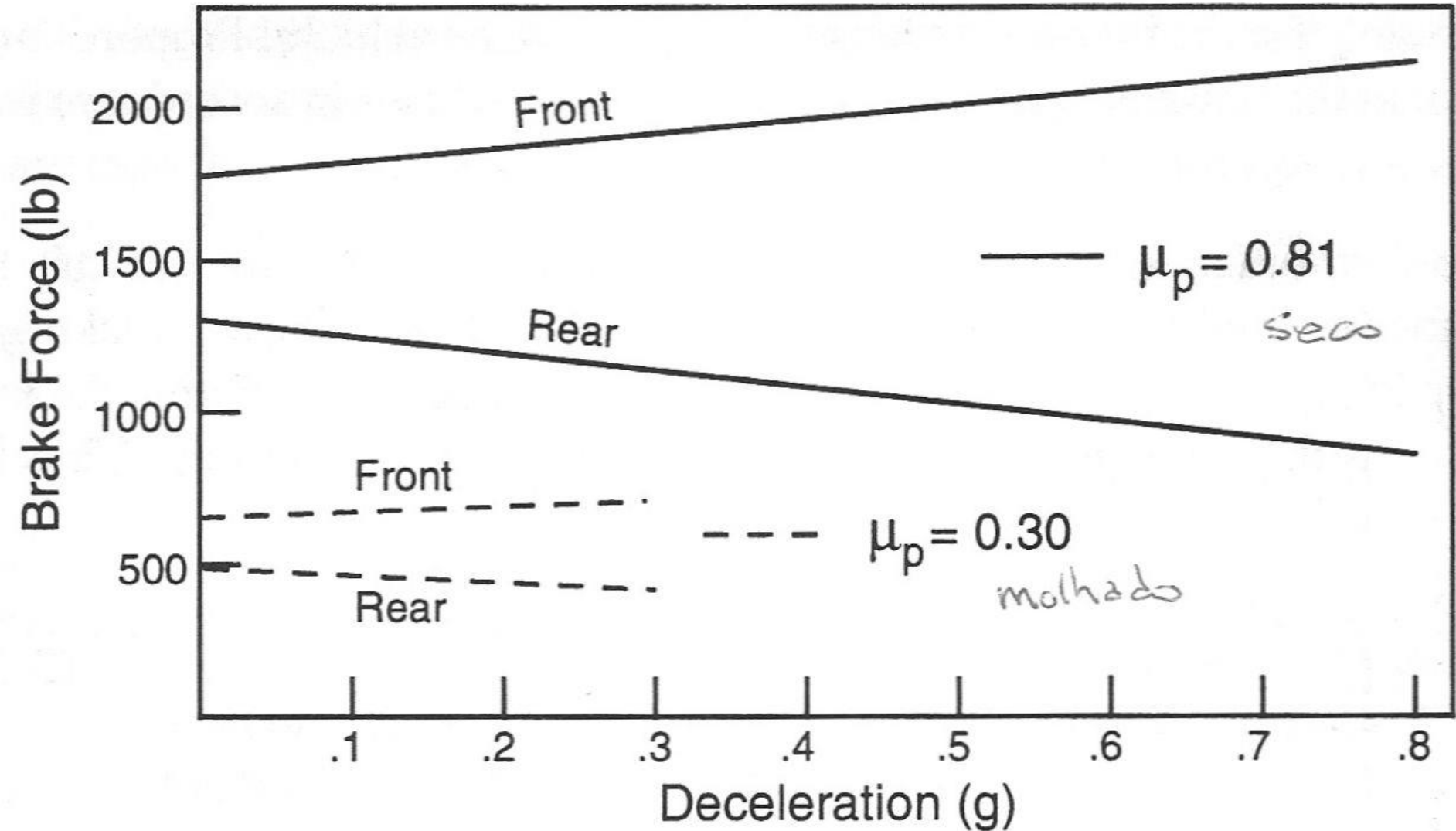
Força máxima de frenagem

$$F_{xI}^{\max} = \mu_a.R_I = \mu_a \cdot \left( (1 - x).G + \frac{h}{l}.m.a_x \right)$$

$$F_{xII}^{\max} = \mu_a.R_{II} = \mu_p \cdot \left( x.G - \frac{h}{l}.m.a_x \right)$$



# Força de frenagem em função da desaceleração



# Desaceleração no limite de cada eixo

$$a_x = \frac{F_{fI}^{\max} + F_{fII}}{m}$$

$$a_x = \frac{F_{fII}^{\max} + F_{fI}}{m}$$

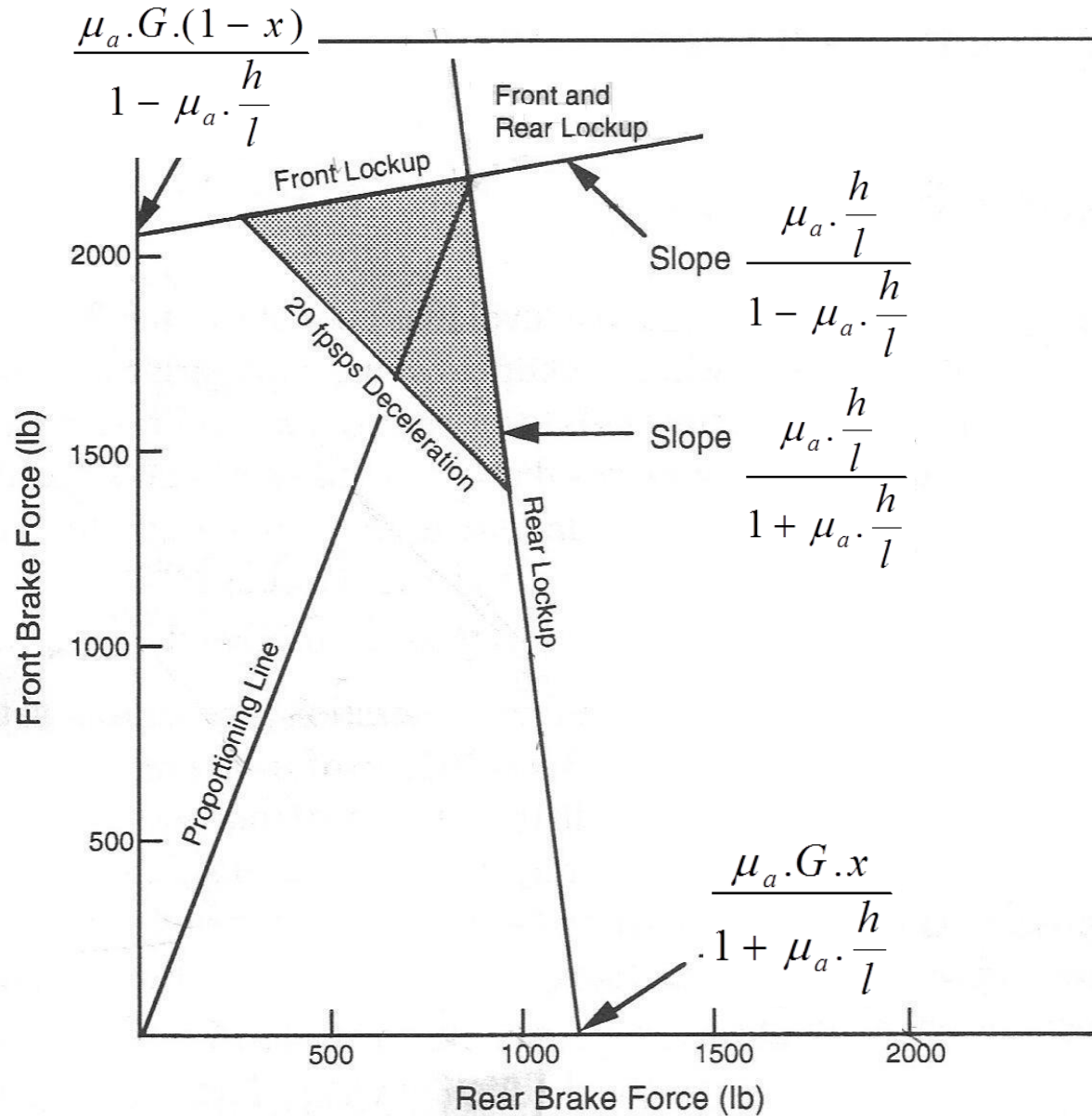
Proporção  
de  
Frenagem

Força máxima de frenagem

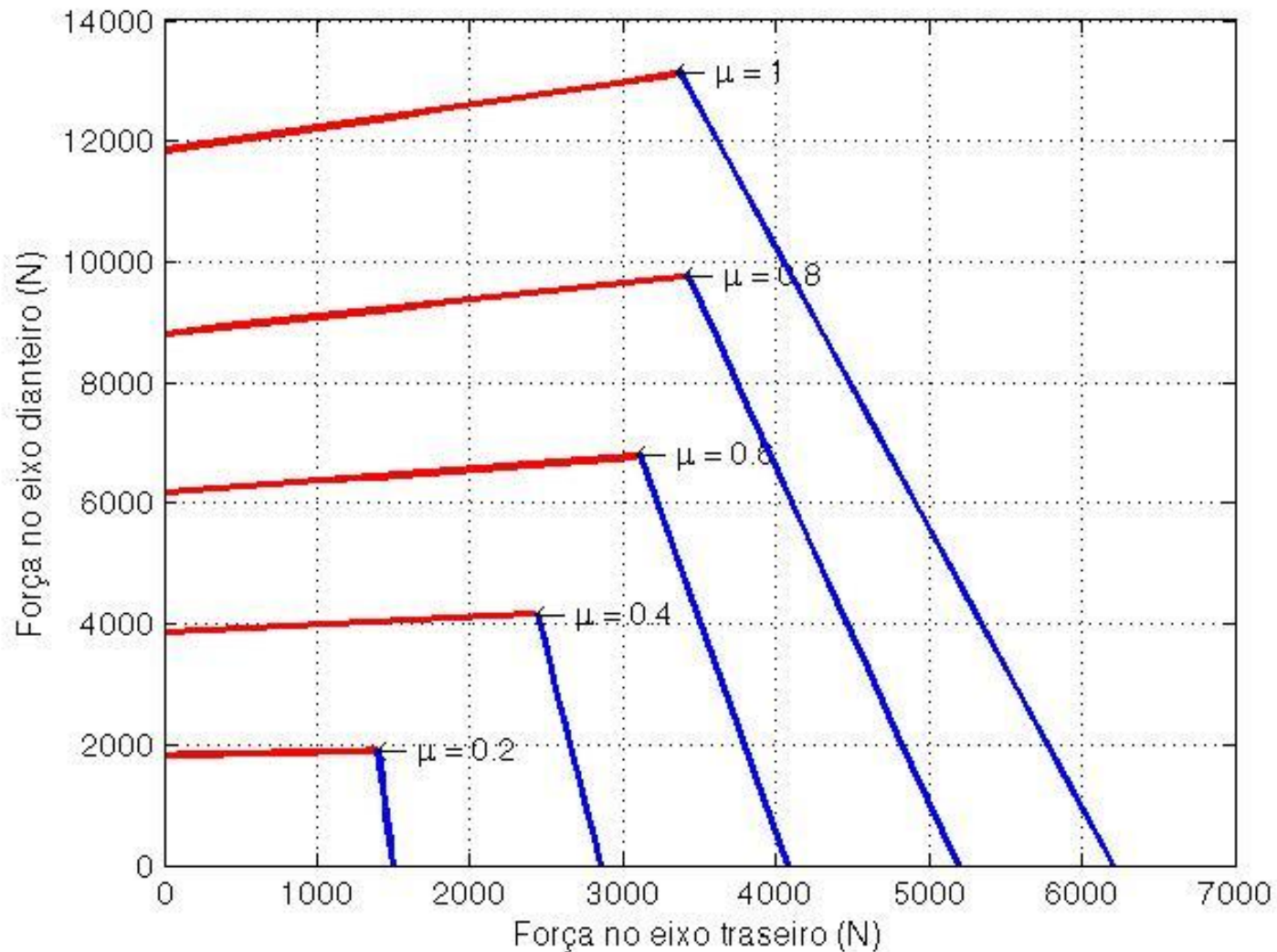
$$F_{fI}^{\max} = \frac{\mu_a \cdot \left( G \cdot (1 - x) + F_{fII} \cdot \frac{h}{l} \right)}{1 - \mu_a \cdot \frac{h}{l}}$$

$$F_{fII}^{\max} = \frac{\mu_a \cdot \left( G \cdot x - F_{fI} \cdot \frac{h}{l} \right)}{1 + \mu_a \cdot \frac{h}{l}}$$

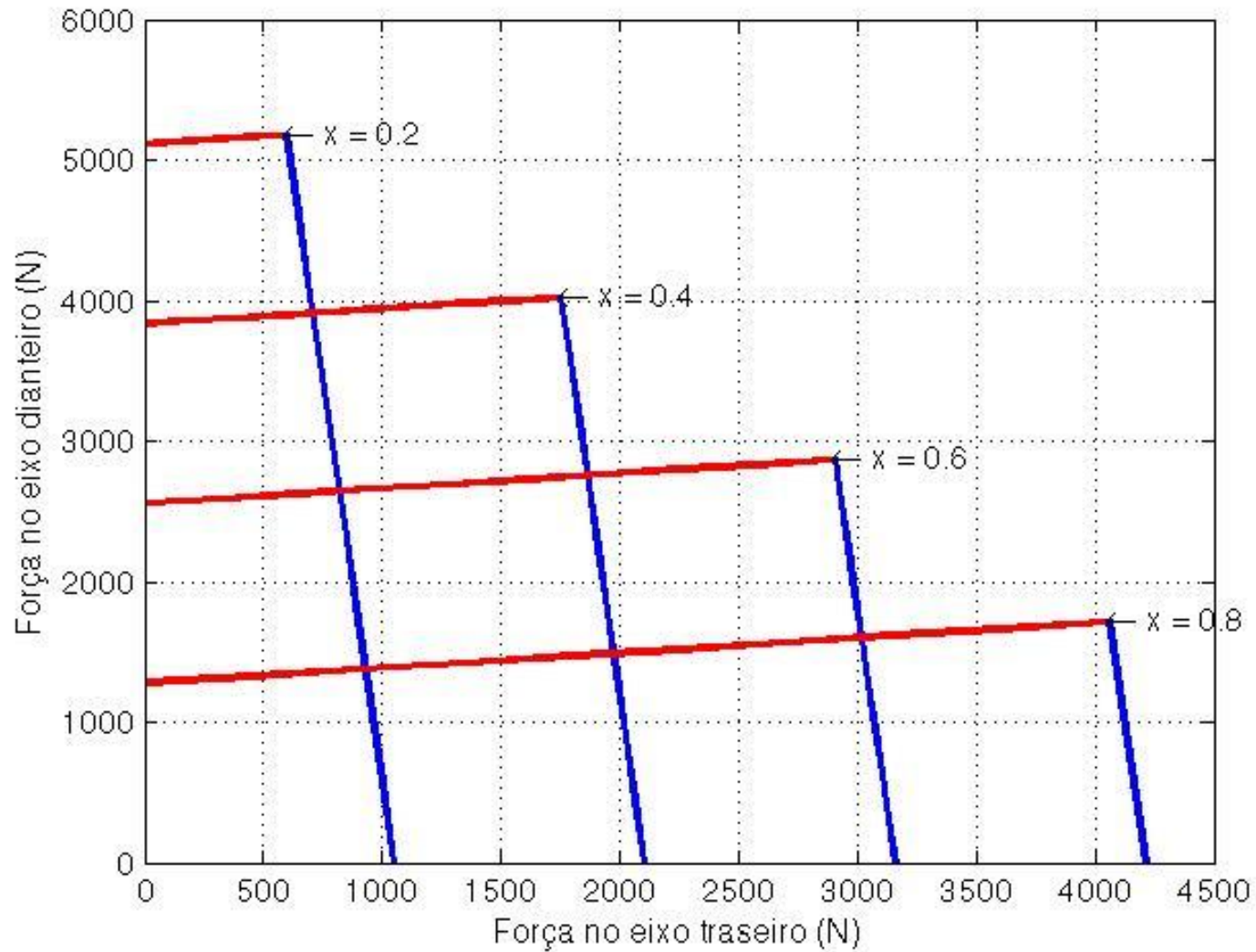
# Força máxima de frenagem nos eixos



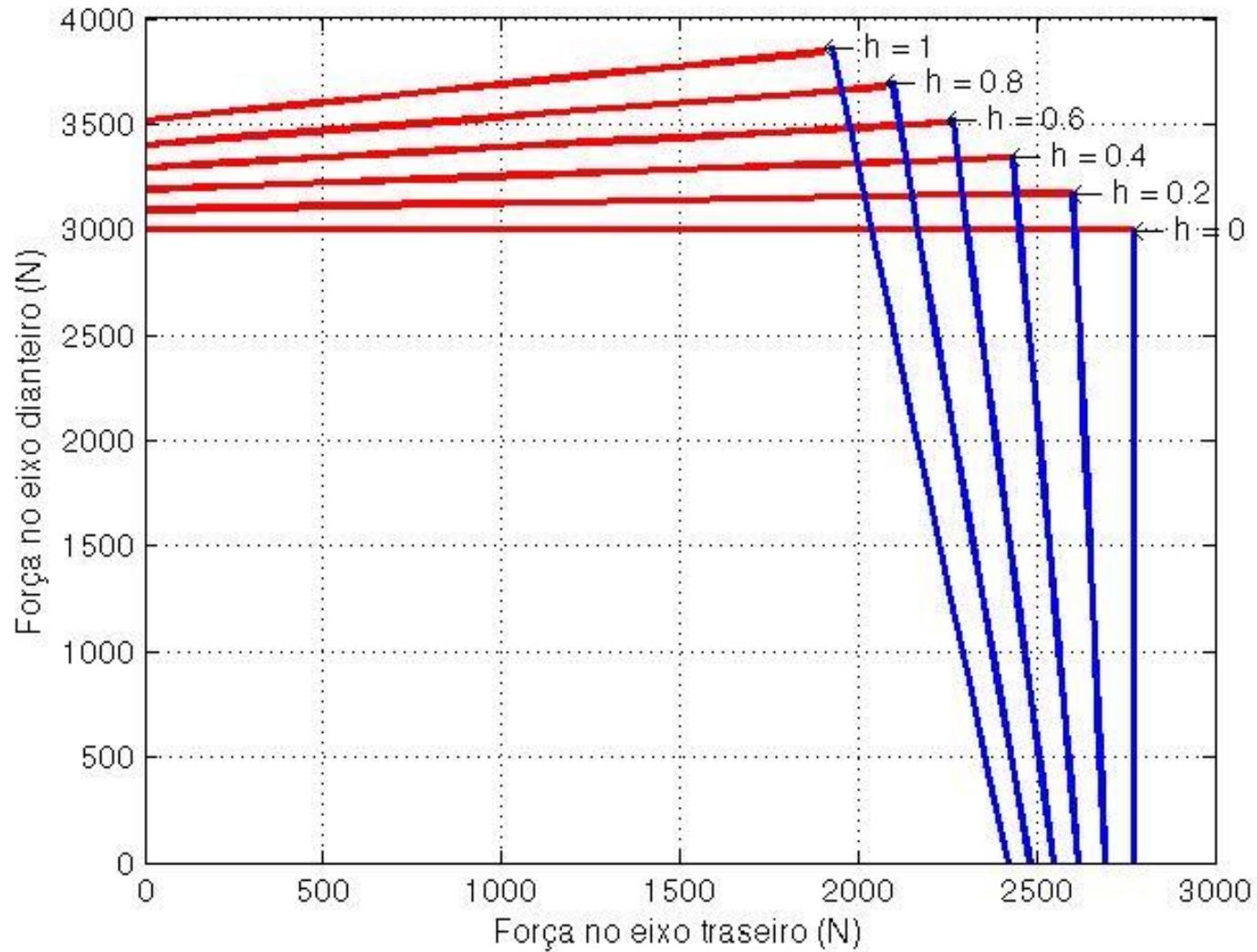
# Força máxima de frenagem nos eixos



# Força máxima de frenagem nos eixos



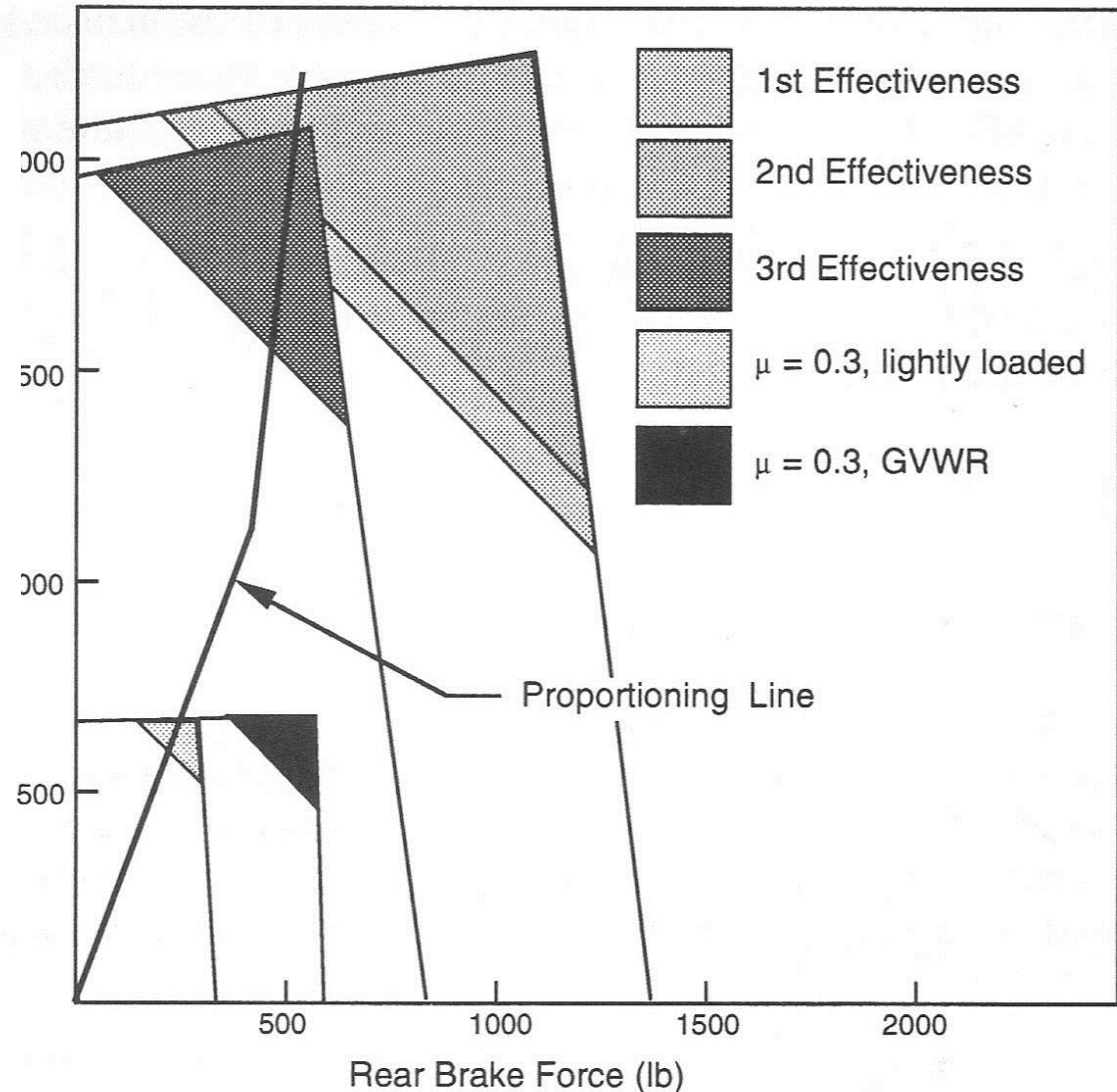
# Força máxima de frenagem nos eixos



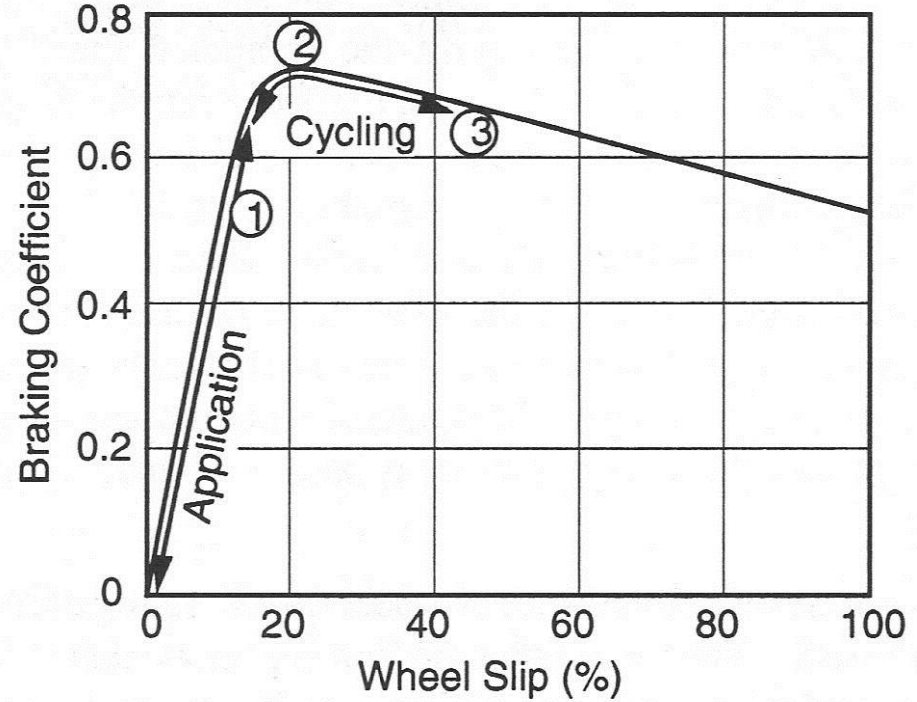
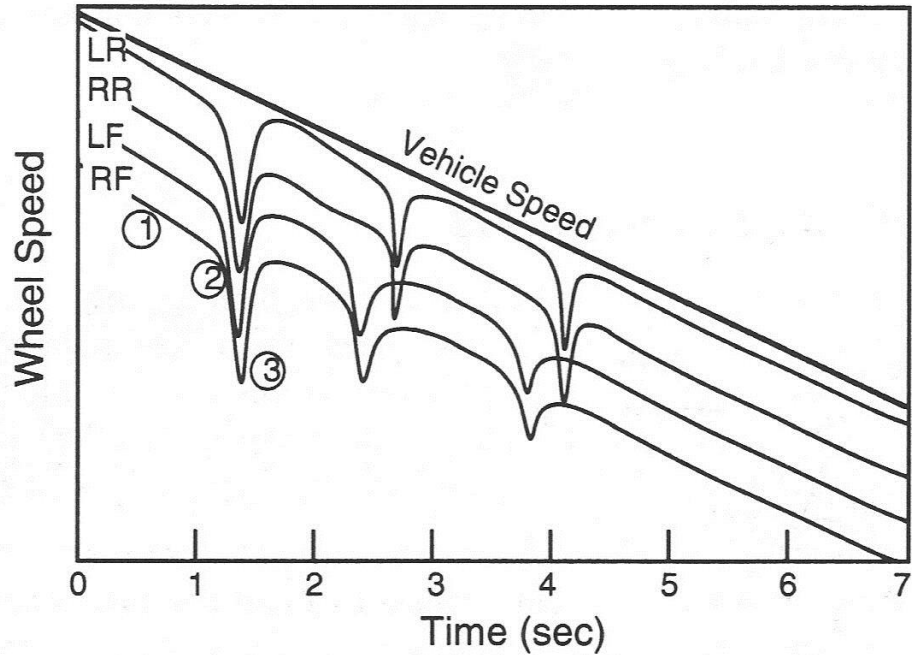
# Força de frenagem para condições múltiplas de frenagem

## Válvula proporcional

- Otimiza a distribuição de frenagem entre os eixos
- Caminhões:
  - sensor de carga
  - de inércia
  - ABS

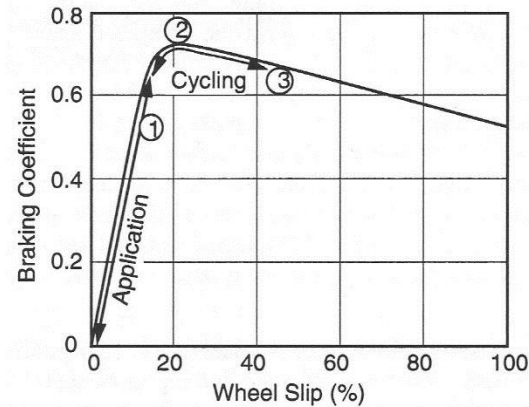
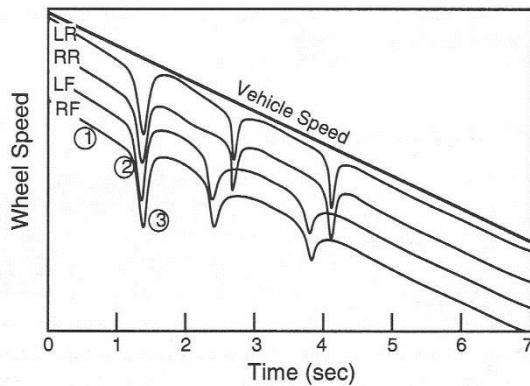


# Sistemas Anti-Bloqueio (ABS)





# Sistemas Anti-Bloqueio (ABS)



Demonstração Sistema de travagem anti-bloqueio (ABS)

<http://www.youtube.com/watch?v=gBdlgkf7NnE&feature=related>

Freios ABS - teste Bosch

<http://www.youtube.com/watch?v=ZP40PoAPDOM&playnext=1&list=PLC952005F967665B3&index=5>

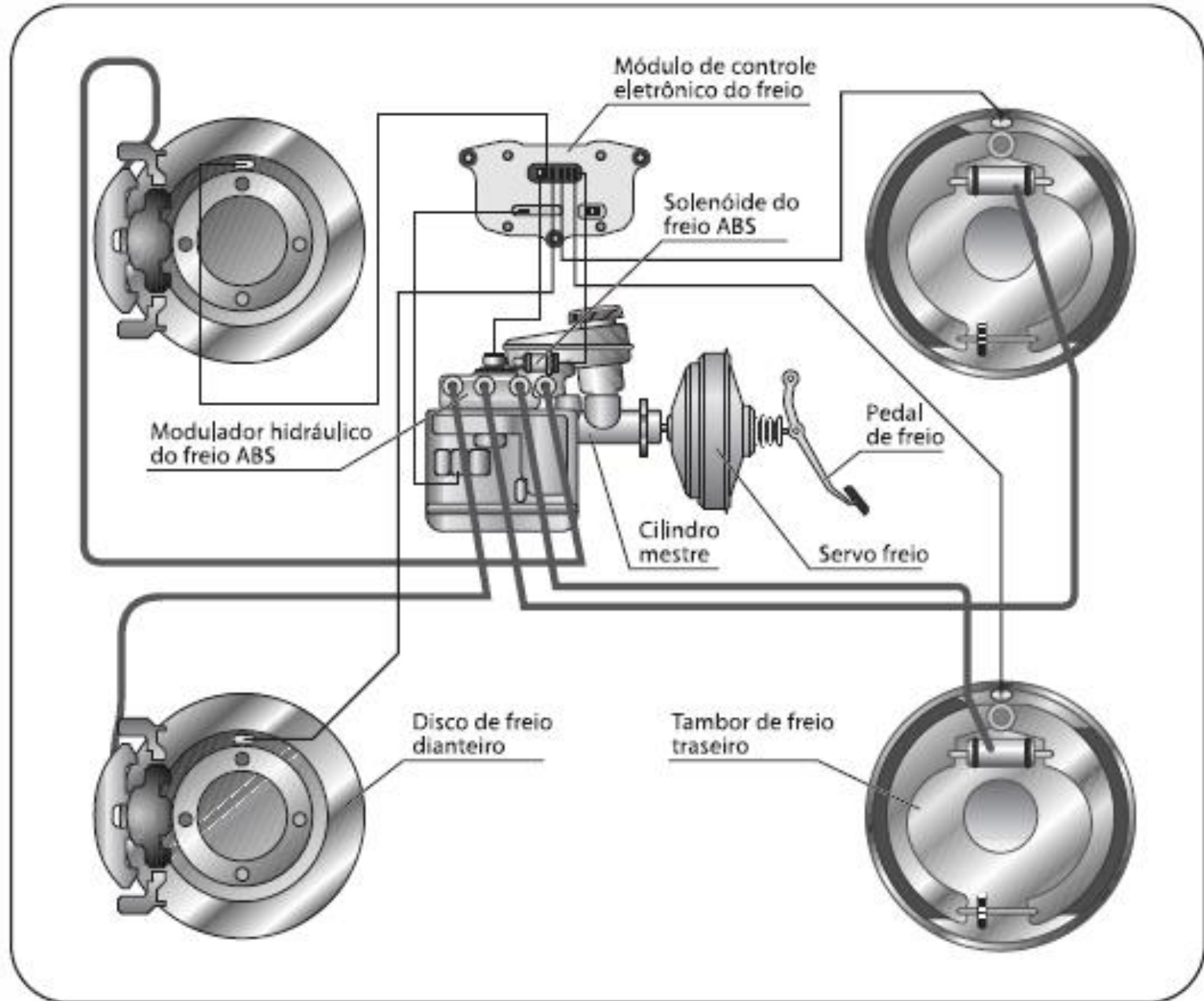
Funcionamento do ESP

<http://www.youtube.com/watch?v=6UMRJ02sr7A>

Actros Active System Brake.wmv

<http://www.youtube.com/watch?v=flgmZdqo3SI>

# Sistemas Anti-Bloqueio (ABS)



## 4.7 Desempenho de frenagem

$$\alpha = \frac{g}{(1 + \delta)} \left\{ \left[ \mu \frac{(1 - x) + f \left( \frac{h}{l} \right)}{1 - \mu \left( \frac{h}{l} \right)} \cos \alpha + \operatorname{sen} \alpha + f \cos \alpha \right] + C_x q \frac{A}{G} \right\}. \quad (4.21)$$

$$\alpha = \frac{g}{(1 + \delta)} \left\{ \left[ \mu \frac{x - f \left( \frac{h}{l} \right)}{1 + \mu \left( \frac{h}{l} \right)} \cos \alpha + \operatorname{sen} \alpha + f \cos \alpha \right] + C_x q \frac{A}{G} \right\}. \quad (4.23)$$

$$\alpha = \frac{g}{(1 + \delta)} \left\{ [(\mu + f) \cos \alpha + \operatorname{sen} \alpha] + C_x q \frac{A}{G} \right\}. \quad (4.25)$$

$$a = \Theta + \Xi v^2 \quad (4.38)$$

$$\Theta = \frac{g}{(1 + \delta)} [(\mu + f) \cos \alpha + \operatorname{sen} \alpha]; \quad (4.39)$$

$$\Xi = \frac{1}{2m(1 + \delta)} C_x A \rho. \quad (4.40)$$

## 4.7 Desempenho de frenagem

$$a = \Theta + \Xi v^2 \quad (4.38)$$

$$\Theta = \frac{g}{(1 + \delta)} [(\mu + f) \cos \alpha + \operatorname{sen} \alpha]; \quad (4.39)$$

$$\Xi = \frac{1}{2m(1 + \delta)} C_x A \rho. \quad (4.40)$$

Lembrando da definição de aceleração

$$a = \frac{dv}{dt}, \quad (4.41)$$

e considerando que o coeficiente de penetração aerodinâmico,  $C_x$ , seja constante com a velocidade, pode-se calcular o tempo de frenagem a partir da seguinte equação

$$t = \int_{v_1}^{v_2} \frac{1}{\Theta + \Xi v^2} dv \quad (4.42)$$

## 4.7 Desempenho de frenagem

que integrada resulta em:

$$t = \frac{1}{\sqrt{\Xi\Theta}} \left[ \tan^{-1} \left( v_1 \sqrt{\frac{\Xi}{\Theta}} \right) - \tan^{-1} \left( v_2 \sqrt{\frac{\Xi}{\Theta}} \right) \right] + t_{reação}. \quad (4.43)$$

Caso a freiada imobilize o veículo, a última expressão se reduz a:

$$t = \frac{1}{\sqrt{\Xi\Theta}} \tan^{-1} \left( v_1 \sqrt{\frac{\Xi}{\Theta}} \right) + t_{reação} \quad (4.44)$$

# 4.7 Desempenho de frenagem

A aceleração também pode ser expressa a partir da distância percorrida "s" com o auxílio da seguinte relação

$$a = \frac{dv}{ds} \frac{ds}{dt} = \frac{dv}{ds} v \quad (4.45)$$

pois

$$v = \frac{ds}{dt} \quad (4.46)$$

Assim a expressão dada por

$$\frac{dv}{ds} v = \Theta + \Xi v^2 \quad (4.47)$$

pode ser reescrita como

$$ds = \frac{v dv}{\Theta + \Xi v^2} \quad (4.48)$$

a qual, após a integração, resulta em

$$s = \frac{1}{2\Xi} \ln \left[ \frac{\Theta + \Xi v_1^2}{\Theta + \Xi v_2^2} \right] + s_{reação} \quad (4.49)$$

Caso o veículo esteja parado no final da freiada, a última expressão é reescrita como:

$$s = \frac{1}{2\Xi} \ln \left[ 1 + \frac{\Xi}{\Theta} v_1^2 \right] + s_{reação} \quad (4.50)$$

## Exemplo

Para veículos se deslocando no plano, com as características apresentadas na Tabela 4.1, determinar a distribuição de força de frenagem para um atrito de 0,35 para o par pneu/pista. Também fazer a análise do comportamento de frenagem quando o coeficiente de atrito for maior e menor do que 0,35. Neste texto será analisado apenas o Caso 1, sendo deixados a cargo do leitor a análise dos outros casos propostos.

### Solução do caso 1

Para iniciar a análise é necessário calcular do índice de frenagem.

$$\xi = \frac{[(1 - x) + (\mu + f) \frac{h}{l}]}{[x - (\mu + f) \frac{h}{l}]} = \frac{[(1 - 0,48) + (0,35 + 0,011) \frac{0,66}{2,4}]}{[0,48 - (0,35 + 0,011) \frac{0,66}{2,4}]} = \frac{61,93}{38,07} = 1,63$$

Neste caso, para o coeficiente de atrito de 0,35, a distribuição da carga de freiada é de 61,93% no eixo dianteiro e 38,07% para o eixo traseiro. Conseqüentemente o calor gerado no freio dianteiro será 62% maior que no traseiro.

Tabela 4.1: Características do veículo.

Grandeza		Dimensão	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Distribuição de carga	$x$	—	0,48	0,50	0,52
Distância entre eixos	$l$	$m$	2,40	2,40	2,40
Altura do CG veículo leve	$h$	$m$	0,66	0,66	0,66
Altura do CG veículo carregado	$h$	$m$	0,68	0,68	0,68
Peso do veículo leve	$G$	$N$	16.503	16.503	16.503
Peso do veículo carregado	$G$	$N$	18.500	18.500	18.500
Raio dinâmico do pneu	$r_d$	$m$	0,32	0,32	0,32
Braço sup. manga de eixo	$a$	$m$	0,035	0,035	0,035
Braço inf. manga de eixo	$b$	$m$	0,03	0,03	0,03
Off set da manga de eixo	$s$	$m$	0,012	0,012	0,012
Coef. atrito de rolamento	$f$	—	0,011	0,011	0,011
Velocidade máxima	$v$	$m/s$	50	50	50
Área projetada	$A$	$m^2$	2,0	2,0	2,0
Densidade do ar	$\rho$	$kg/m^3$	1,22557	1,22557	1,22557
Coeficiente de penetração	$C_x$	—	0,33	0,33	0,33



*Cálculo da força de frenagem*

*A força de frenagem para esse coeficiente de atrito é dada pela equação 4.18, repetida a seguir*

$$F_f = \mu G = 0,35 \cdot 16.503 = 5776,05 \text{ N}$$

*Para essa força de frenagem as reações normais ao solo, equações 4.29 e 4.30, são:*

$$R_I = G \left[ (1 - x) + (\mu + f) \frac{h}{l} \right] =$$

$$16.503 \left[ (1 - 0,48) + (0,35 + 0,011) \frac{0,66}{2,4} \right] = 10.219,90 \text{ N}$$

$$R_{II} = G \left[ x - (\mu + f) \frac{h}{l} \right] = 16.503 \left[ 0,48 - (0,35 + 0,011) \frac{0,66}{2,4} \right] = 6.283,10 \text{ N}$$

*e as forças de frenagem nos eixos dianteiro e traseiro são:*

$$F_{fI} = \mu R_I = 0,35 \cdot 10.219,90 = 3.576,97 \text{ N}$$

$$F_{fII} = \mu R_{II} = 0,35 \cdot 6.283,10 = 2.199,09 \text{ N}$$

Considerando que os freios sejam a disco na dianteira e na traseira, os dois com diâmetro de 250 mm e posição radial do centro das pastilhas de 100 mm, tem-se que a força que deve ser exercida pela pastilha sobre os discos dianteiros e traseiros são:

$$F_{dI} = \frac{1}{2} F_{fI} \frac{r_d}{r_{fI}} = \frac{1}{2} 3.576,97 \frac{0,32}{0,1} = 5.723,15 \text{ N}$$

$$F_{dII} = \frac{1}{2} F_{fII} \frac{r_d}{r_{fII}} = \frac{1}{2} 2.199,09 \frac{0,32}{0,1} = 3.518,54 \text{ N}$$

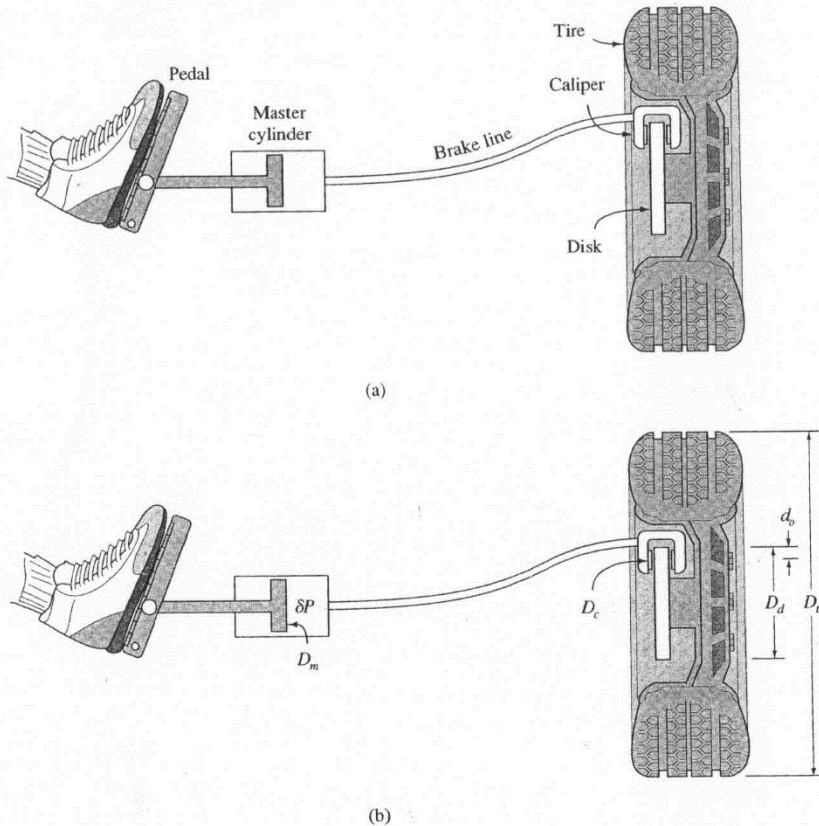
Considerando um valor típico para coeficiente de atrito entre as pastilhas de  $\mu_{\text{Pastilha}} = 0,45$ , [10], e que a pressão de acionamento dos cilindros das pinças seja  $p_{\text{Hid}} = 2,45 \text{ MPa}$  (cerca de 25 atm), a área dos cilindros das pinças dianteiras e traseiras são:

$$A_I = \frac{F_{dI}}{p_{\text{Hid}} \mu_{\text{Pastilha}}} = \frac{5.723,15}{2,45 \cdot 0,45} = 5.191,07 \text{ mm}^2$$

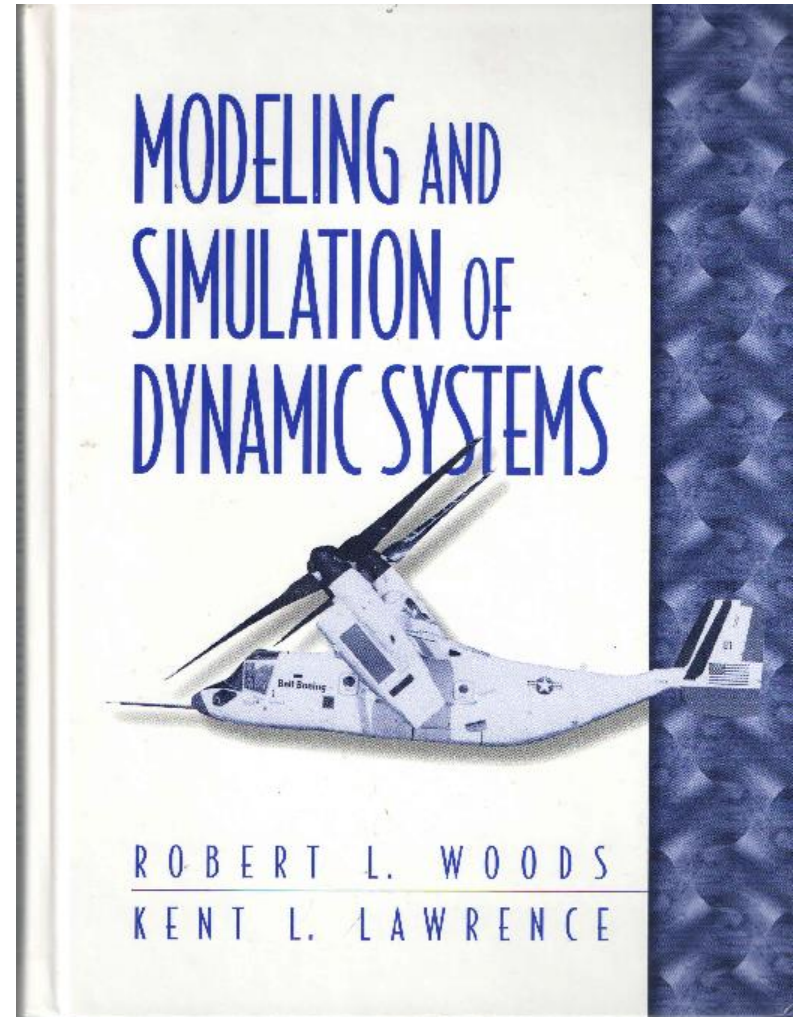
$$A_{II} = \frac{F_{dII}}{p_{\text{Hid}} \mu_{\text{Pastilha}}} = \frac{3.518,54}{2,45 \cdot 0,45} = 3.191,42 \text{ mm}^2$$

Como cada pinça possui pelo menos dois pistões ou é flutuante, as áreas calculadas correspondem a dois pistões de cerca de 41 e 32 mm de diâmetro para cada uma das pinças dianteira e traseira, respectivamente. É interessante salientar que a razão entre área dos cilindros das pinças dianteiras e traseiras é igual ao índice de frenagem, porém os diâmetros não são, já que os mesmos tem uma relação não linear com as áreas.

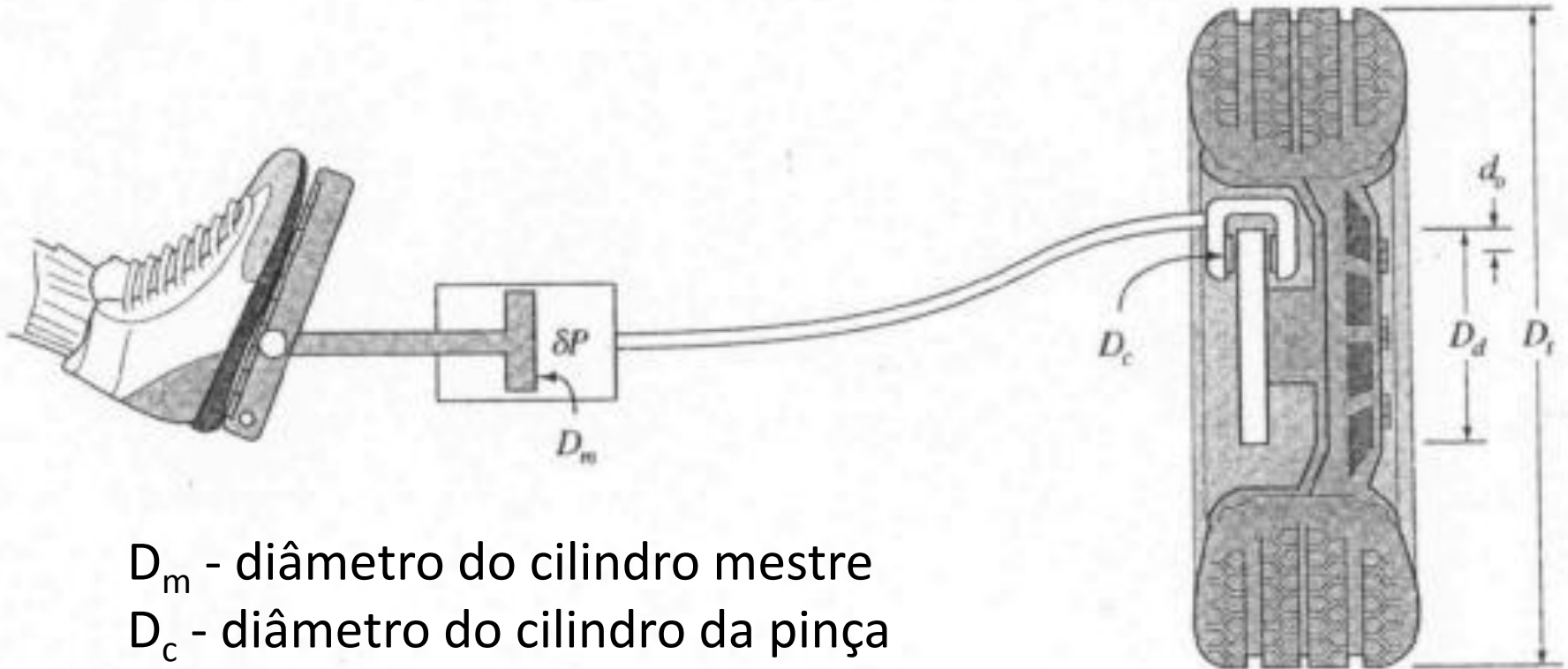
# Projeto do sistema de freios



**Figure 10.4** Overall configuration of brake system. (a) Identification of brake system components. (b) Variables and dimensions.



# Projeto do sistema de freios



$D_m$  - diâmetro do cilindro mestre

$D_c$  - diâmetro do cilindro da pinça

$D_d$  - diâmetro do disco

$D_t$  - diâmetro do pneu

$d_o$  - posição do cilindro da pinça em relação à borda do disco

índices: f - dianteiro

r - traseiro

# Projeto do sistema de freios

Força de acionamento:  $F_{bias} = F_{pe} \cdot \frac{L_p}{L_b}$

Força em cada cilindro mestre:  $F_{mf} = F_{bias} \cdot \frac{y_r}{y_b}$

$$F_{mr} = F_{bias} \cdot \frac{y_f}{y_b}$$

Pressão na linha:  $P_f = \frac{4 \cdot F_{mf}}{\pi \cdot D_{mf}^2}$

$$P_r = \frac{4 \cdot F_{mr}}{\pi \cdot D_{mr}^2}$$

# Projeto do sistema de freios

Força de acionamento da pinça:  $F_{cf} = P_f \cdot \frac{\pi \cdot D_{cf}^2}{4} \cdot n_{cf}$

$$F_{cr} = P_r \cdot \frac{\pi \cdot D_{cr}^2}{4} \cdot n_{cr}$$

Força de atrito da pastilha:

$$F_{af} = \mu_{cf} \cdot F_{cf}$$

$$F_{ar} = \mu_{cr} \cdot F_{cr}$$

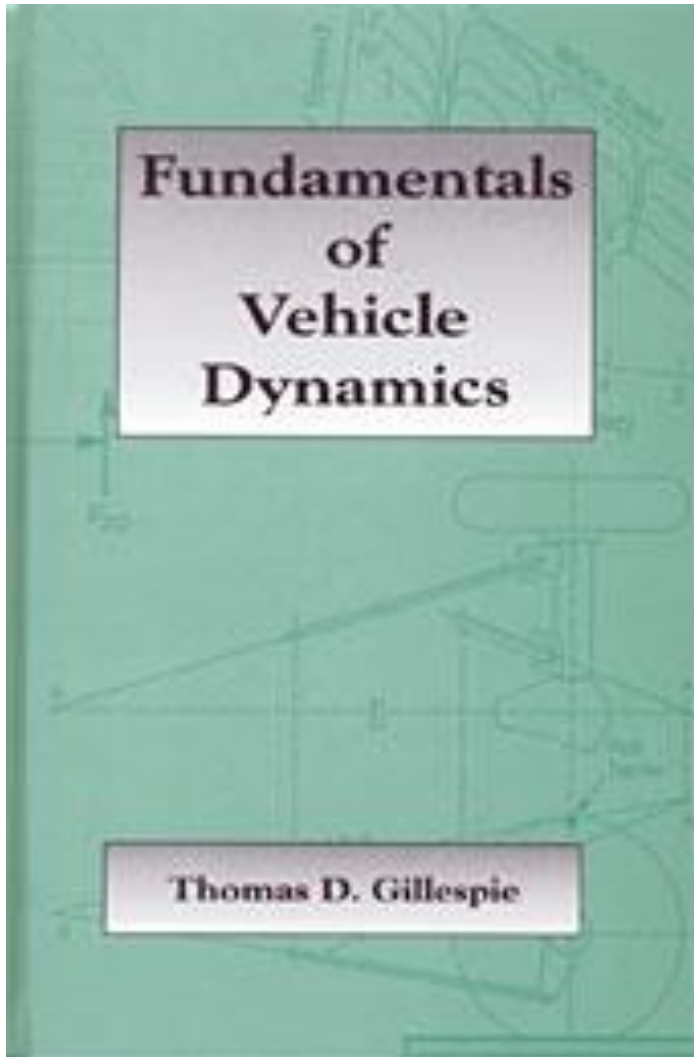
Força de frenagem:  $F_{ff} = F_{af} \cdot \left( \frac{D_{df}}{2} - d_{of} \right) \cdot \frac{2}{D_{tf}} \cdot 2$

$$F_{fr} = F_{ar} \cdot \left( \frac{D_{dr}}{2} - d_{or} \right) \cdot \frac{2}{D_{tr}} \cdot 2$$

# Projeto do sistema de freios

TP04 - PROJETO DE SISTEMA DE FREIO

# Referência bibliográfica



Gillespie, Thomas D.  
FUNDAMENTALS OF  
VEHICLE DYNAMICS  
Warrendale: SAE, 1992



# Referência bibliográfica



**Uma introdução à  
modelagem quase-estática  
de automóveis**

**Publicação interna do GRANTE  
Departamento de Engenharia  
Mecânica da UFSC**

**Autores:**

Longuinho da Costa Machado Leal - [jcmleal@yahoo.com.br](mailto:jcmleal@yahoo.com.br)

Edison da Rosa - [edarosa@emc.ufsc.br](mailto:edarosa@emc.ufsc.br)

Lauro Cesar Nicolazzi - [lauro@grante.ufsc.br](mailto:lauro@grante.ufsc.br)

Fevereiro de 2012

Nicolazzi, Lauro C., Rosa, E. e Leal,  
L.C.M..

**UMA INTRODUÇÃO À MODELAGEM  
QUASE-ESTÁTICA DE VEÍCULOS  
AUTOMOTORES**

Florianópolis: Publicação interna do  
Departamento de Engenharia  
Mecânica da UFSC, 2012

UM ÚLTIMO ALERTA:

DIFERENÇA DE VELOCIDADE

<http://www.youtube.com/watch?v=WSAUno11T14>