

Prof. Jorge Luiz Erthal

Sistema de Freio Veicular

Curitiba-PR

15 de janeiro de 2019

Prof. Jorge Luiz Erthal

Sistema de Freio Veicular

Roteiro para análise e dimensionamento de sistema de freio de veículos de competição tipo Baja e Fórmula.

Universidade Federal do Paraná
Setor de Tecnologia
Departamento de Engenharia Mecânica

Curitiba-PR
15 de janeiro de 2019

Agradecimentos

Ao Prof. Emílio Eiji Kavamura, pelo belo esforço em disseminar a filosofia L^AT_EX na UFPR e por disponibilizar este documento como modelo para relatórios acadêmicos.

Resumo

Este texto é destinado às equipes de competição Baja e Fórmula do DEMEC, visando fornecer informações básicas a respeito do dimensionamento do sistema de freios do veículo.

O conteúdo é baseado em uma versão em português da Seção 10.3 do livro [Woods e Lawrence \(1997\)](#), que trata do projeto do sistema de freios de um veículo da competição. Apresenta a teoria sobre descrição e dimensionamento de um sistema de freios direcionado para veículos pequenos de competição tais como Baja e Fórmula SAE. Um exemplo em SMATH ([SMATH PROJECT, 2018](#)), aplicado a um Fórmula SAE, é adicionado ao final da teoria.

Outras referências devem ser adicionadas para tornar o dimensionamento mais claro, abrangente e objetivo.

A intenção deste documento é de transformá-lo em diretrizes para dimensionamento do sistema de freios para as equipes Baja e Fórmula. Neste sentido, solicita-se que qualquer sugestão de melhoria, correção e/ou alteração seja informado (jorgeerthal@gmail.com) para que o texto tenha sua verdadeira utilidade.

Este documento pode ser encontrado em [DEMEC-UFPR \(2018a\)](#).

Bom proveito!

Prof. Jorge Luiz Erthal

jorgeerthal@gmail.com

Palavras-chaves: projeto de freios automotivos. dinâmica da frenagem. Baja. Fórmula SAE. Eco Octano. latex. abntex.

Lista de ilustrações

Figura 3.1 – Configuração geral do sistema de freio. (a) Identificação dos componentes do sistema. (b) Variáveis e dimensões.	11
Figura 4.1 – Esquema do sistema que gera a força disponível.	12
Figura 4.2 – Força necessária.	13
Figura 4.3 – Alavanca do pedal para a <i>balance bar</i>	13
Figura 4.4 – Distribuição da força na <i>balance bar</i>	14
Figura 4.5 – Esquema de pinças hidráulicas (DIAS, 2016a).	15
Figura 4.6 – Detalhe do funcionamento das pinças (DIAS, 2016a).	16
Figura 4.7 – Dimensões importantes da pinça.	16
Figura 4.8 – Esquema de pinças hidráulicas (DIAS, 2016a).	17
Figura 4.9 – Pressões e forças geradas pelo sistema de freios. (a) Pressões dianteira e traseira. (b) Forças de frenagem dianteira e traseira.	19
Figura 4.10 – Dimensões do carro e forças. (a) Geometria do carro. (b) Forças atuando sobre o carro.	20
Figura 4.11 – Linhas de desaceleração constante.	21
Figura 4.12 – Características da aderência do pneu e μ máximo.	22
Figura 4.13 – Distribuição ótima de frenagem.	24
Figura 4.14 – Forças de frenagem excedendo o valor ideal, causando a derrapagem.	24
Figura 4.15 – Forças de frenagem ideais e ajuste do balanço para um dado μ	25
Figura B.1 – Sangria por gravidade. É importante que no recipiente utilizado, tenha uma pequena quantidade de fluido de freio, o suficiente para cobrir toda a ponta da mangueira e evitar a entrada de ar.	42
Figura B.2 – Esquema de sangria no cilindro mestre. Crédito foto: agcoauto.com.	43

Lista de símbolos

a	aceleração do veículo
F_{pe}	força aplicada no pedal pelo piloto
F_{bar}	força transmitida para a <i>balance bar</i>
L_p	distância da articulação do pedal até o contato do pé do piloto
L_b	distância da articulação do pedal até a haste de acionamento da <i>balance bar</i>
G_m	vantagem mecânica do pedal
δx_{pe}	deslocamento do pé
δx_{bar}	deslocamento da <i>balance bar</i>
Y_f, Y_r	segmentos da <i>balance bar</i> para a dianteira e para a traseira
Y_b	comprimento total da <i>balance bar</i> $Y_b = Y_f + Y_r$
X_{bf}, X_{br}	distribuição de forças entre os cilindros mestres dianteiro e traseiro
F_{mf}, F_{mr}	força sobre os cilindros mestres dianteiro e traseiro
$\delta x_{mf}, \delta x_{mr}$	deslocamentos dos cilindros mestres dianteiro e traseiro quando acionados
D_{mf}, D_{mr}	diâmetros dos pistões dos cilindros mestres dianteiro e traseiro
A_{mf}, A_{mr}	áreas dos pistões dos cilindros mestres dianteiro ($A_{mf} = \pi D_{mf}^2/4$) e traseiro ($A_{mr} = \pi D_{mr}^2/4$)
$\delta P_f, \delta P_r$	pressões geradas nos cilindros mestres dianteiro e traseiro
D_{cf}, D_{cr}	diâmetros dos pistões das pinças dianteira a traseira
A_{cf}, A_{cr}	áreas dos pistões das pinças dianteira e traseira
$\delta x_{cf}, \delta x_{cr}$	deslocamentos dos pistões das pinças dianteira e traseira
$\delta V_{cf}, \delta V_{cr}$	volume de fluido deslocado pelos pistões das pinças dianteira e traseira
$\delta V_{mf}, \delta V_{mr}$	volume de fluido deslocado pelos pistões dos cilindros mestres dianteiro e traseiro

$\delta V_{\beta f}, \delta V_{\beta r}$	volume de fluido deslocado pelos cilindros mestres devido à compressibilidade
L_{cf}, L_{cr}	comprimentos equivalentes dos cilindros das pinças dianteira e traseira
L_{mf}, L_{mr}	comprimentos equivalentes dos cilindros mestres dianteiro e traseiro
V_f, V_r	volume total de fluido nos freios dianteiro e traseiros (sem pressão)
β	módulo bulk do fluido de freio
μ_b	coeficiente de atrito entre a pastilha e o disco
d_{of}, d_{or}	distâncias entre os centros das pinças dianteira e traseira e a borda do disco
D_{df}, D_{dr}	diâmetros dos discos dianteiro e traseiro
n_f, n_r	números de discos na dianteira e na traseira
D_{tf}, D_{tr}	diâmetros dos pneus dianteiro e traseiro
T_f, T_r	torques gerados por um disco na dianteira e na traseira
F_{df}, F_{dr}	forças de frenagem nos eixos dianteiro e traseiro
W	peso total do veículo com piloto
h	altura do centro de gravidade do veículo com piloto
Z_f, Z_r	distância horizontal do eixo dianteiro e traseiro até o centro de gravidade
B	distância entre eixos
X_{wf}, X_{wr}	distribuição estática de peso nos eixos dianteiro e traseiro
W_f, W_r	peso sobre os eixos dianteiro e traseiro (incluindo transferência de peso)
G	desaceleração do veículo em g's ($G = -a/g$)
μ	coeficiente de aderência entre o pneu e a pista

Sumário

1	INTRODUÇÃO	8
2	REVISÃO DA LITERATURA	9
3	DESCRIÇÃO DO SISTEMA	11
4	METODOLOGIA	12
4.1	Força Disponível	12
4.1.1	Geometria do pedal e forças	12
4.1.2	Hidráulica do freio e atrito das pastilhas	15
4.1.3	Forças de frenagem sobre o carro	18
4.2	Força Dinâmica	18
4.2.1	Transferência de peso com a desaceleração	19
4.2.2	Adesão do pneu	21
4.3	Distribuição Ideal de Frenagem	23
5	DIMENSIONAMENTO DE ENGENHARIA PARA APLICAÇÃO ESPECÍFICA	26
	Conclusão	27
	REFERÊNCIAS	28
	APÊNDICES	30
	APÊNDICE A – PROGRAMA SMATH	31
	ANEXO A – MANUTENÇÃO	38
	ANEXO B – SANGRIA	41

1 Introdução

Considere um típico sistema de freio de um carro de corrida. O sistema possui dois cilindros mestres, uma *balance bar* para ajustar a distribuição do esforço de frenagem para a dianteira e para a traseira. O objetivo de um sistema ideal é distribuir as forças de frenagem entre a dianteira e a traseira a fim de compensar as variações da pista., desgaste dos pneus e mudanças na distribuição do peso da traseira para a dianteira durante a frenagem.

Este texto considera a transferência de peso devido ao comportamento dinâmico e ilustra a modelagem prática do sistema completo. Inclui-se um exemplo de como gerar critérios suficientes para dimensionar e selecionar os componentes de um sistema real de engenharia.

O dimensionamento do sistema de freios deve combinar com o tipo de veículo ([GRITT, 2011](#)):

Formula SAE

- Confiabilidade absoluta
- Velocidades elevadas
- A maior desaceleração possível sem bloqueio
- Balanço consistente com a variação da temperatura

Baja

- Confiabilidade absoluta
- Velocidades baixas
- Ambiente bastante hostil
- Presença de lama e umidade

Antes de prosseguir com a teoria do dimensionamento, apresenta-se uma revisão bibliográfica envolvendo a teoria envolvida e a aplicação em veículos tipo Baja e Fórmula.

2 Revisão da literatura

Limpert (1999) fornece uma abordagem de sistemática para projetar freios mais seguros. Considerado referência única entre peritos na determinação do envolvimento de freios na causa do acidente. Cobre a tecnologia mais recente de sistemas de freios, incluindo os sistemas anti-bloqueio (ABS), por fios, e a análise térmica e mecânica de freios a disco. Os capítulos cobrem elementos do desempenho de frenagem, de projeto e de segurança, de projeto e análise de freios de atrito, análise térmica de freios de atrito, a análise dos sistemas de freios mecânicos, hidráulicos e a ar, a dinâmica de frenagem de veículos individuais e combinados, sistemas do freio anti-bloqueio (ABS) e análise de falha de freios.

Silveira (2010) ressalta a necessidade de um correto dimensionamento do sistema de freios do veículo mini-baja da Universidade Federal do Paraná. Nunca houve até então uma busca e revisão bibliográfica de sistema de freios veiculares para que pudesse ser realizada posterior análise das forças envolvidas na frenagem do veículo off-road. Com estes dados em mãos, foi possível dimensionar a linha através da força necessária para frenagem, do cálculo das pressões e das áreas de cilindros de freio. Com tais dados em mãos, foi possível recorrer e verificar componentes que são facilmente encontrados no mercado de reposição e conforme necessário, redimensionar alguns itens.

Gritt (2011) apresenta uma série de comentários a respeito dos conceitos básicos sobre conversão de energia, de layouts hidráulicos, função dos componentes, balanço, distância de parada e *fade*, e sobre tópicos do projeto de freios para Fórmula SAE e Baja.

Um compêndio de termos utilizados no tratamento de freios pode ser encontrado em Baja Tutor (2012).

Schmidt (2012) apresenta o relatório sobre o projeto do sistema de freios do carro da Universidade de Cincinnati Baja SAE 2012. Abrange a pesquisa em produtos similares, design de componentes, orçamento, cronograma, prova de design e testes.

Doria e Santos (2014) apresentam o dimensionamento e modelagem computacional, em Matlab/Simulink, do sistema de freios para um veículo monoposto de alto desempenho tipo fórmula, atendendo todas as normas exigidas pela SAE International. Os cálculos envolvem a dinâmica da frenagem e o dimensionamento dos discos e sistema hidráulico.

Santos (2014) propõe o desenvolvimento de uma metodologia para escolha e o dimensionamento do sistema de freio de um protótipo de carro de competição tipo Fórmula.

Junior (2015) apresenta o dimensionamento do freio para um veículo baja fora de estrada (*offroad*) para a competição projeto baja SAE BRASIL. São criadas planilhas no

programa Microsoft Excel determinando os esforços desde o pedal até as forças aplicadas na roda, bem como os momentos e as forças normais atuante nos eixos. Gráficos são gerados pelo programa representando o comportamento da frenagem do veículo. Utiliza o conceito de eficiência da frenagem.

[Silva \(2017\)](#) realça a importância dos resultados de testes empíricos através da apresentação de um modelo numérico utilizando os dados experimentais do sistema de acionamento do freio do veículo Fórmula que são comparados com os dados teóricos. Os dados experimentais são adquiridos através dos testes, em bancada, utilizando instrumentação de baixo custo, baseada na plataforma Arduino.

[Giansante \(2017\)](#) projetou um sistema de frenagem para atender especificamente as necessidades de um veículo Baja. O foco do projeto foi o dimensionamento da pinça e do disco buscando uma substancial diminuição do peso e um espaçamento adequado entre a pinça e a roda para evitar que eventuais acúmulos de lama possam danificar o sistema. O efeito da temperatura também é levado em conta.

[Negi, Deshmukh e Deshpande \(2017\)](#) apresenta um modelo matemático que calcula e compara os torques gerado e necessário em vários cenários, o que é uma característica de aplicação do veículo. Contem dados do veículo.

O site [Brakepower \(2018\)](#) fornece uma planilha que calcula as dimensões dos componentes do sistema de freio, levando em conta os efeitos das dimensões do sistema, do veículo, força aerodinâmica, peso e a distribuição do peso. Os diâmetros dos cilindros mestres são calculados diretamente enquanto que as dimensões dos demais componentes podem ser obtidas a partir de dados inseridos. O resultado aponta se alterações devem ser feitas para atingir metas desejadas (força no pedal para máxima desaceleração, tipo e diâmetro dos pneus, diâmetro M/C, tamanho do rotor, razão do pedal, etc.)

3 Descrição do Sistema

A configuração geral da montagem do sistema de freios é apresentada na Figura 3.1. O pé do piloto aciona o pedal que está conectado aos cilindros mestres através de

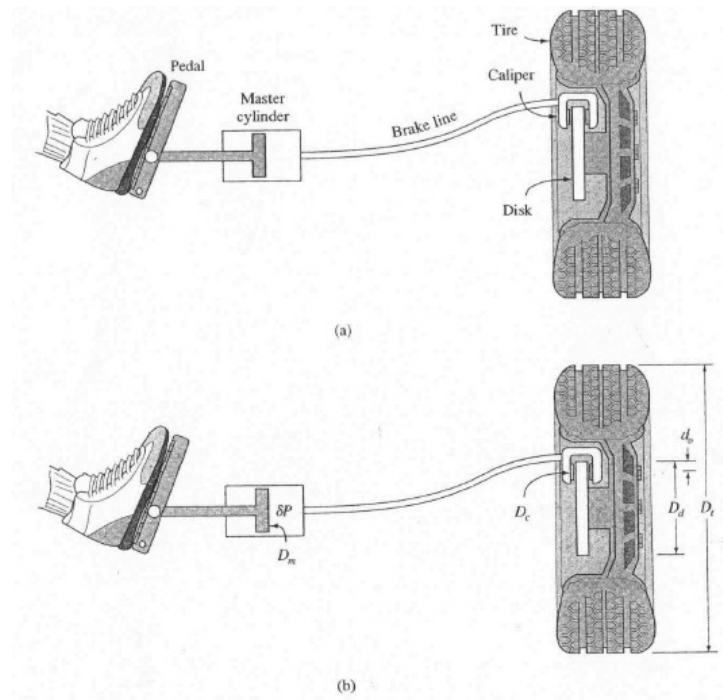


Figura 3.1: Configuração geral do sistema de freio. (a) Identificação dos componentes do sistema. (b) Variáveis e dimensões.

uma *balance bar*. A *balance bar* distribui a força do pé entre os cilindros mestres dianteiro e traseiro a fim de atingir a melhor relação de frenagem entre a dianteira e a traseira, dependendo da distribuição estática de peso do carro e da transferência de peso durante a desaceleração. A pressão gerada pelo cilindro mestre é dirigida às pinças do freio, que aciona um pistão, que força as pastilhas contra o disco de freio. O atrito entre as pastilhas e o disco produz um torque na roda que produz a força de aderência entre o pneu e a pista, que faz parar o carro.

4 Metodologia

A análise de forças envolve duas frentes: a força que chega na roda originada do acionamento do pedal (**força disponível**) e a força exigida pela dinâmica da frenagem para parar o veículo (**força necessária**).

A força disponível é produzida a partir da força aplicada pelo pé do piloto, amplifica-se na haste de acionamento da *balance bar*, distribui-se para as hastes dos cilindros mestres, converte-se em pressão nos cilindros mestres, converte-se novamente em força nos cilindros das pinças e em força de atrito da pastilha sobre o disco e, finalmente em força de frenagem na roda.

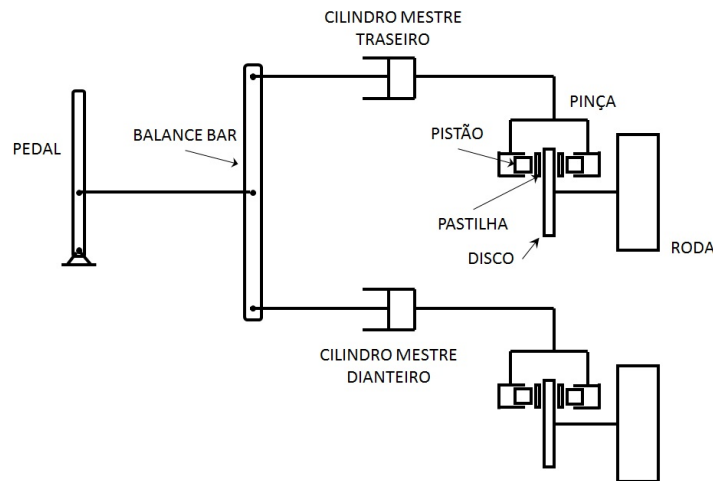


Figura 4.1: Esquema do sistema que gera a força disponível.

A força necessária é a força proveniente da dinâmica da frenagem, produzida pela transferência de peso da traseira para a dianteira e que depende da geometria do veículo, posição do centro de gravidade e coeficiente de atrito entre pneu e pista.

O modelo matemático, descrito a seguir, baseia-se na equiparação entre as forças disponível e necessária.

4.1 Força Disponível

4.1.1 Geometria do pedal e forças

O pedal, representado na Figura 4.3, recebe a força do pé do piloto e é amplificada pela relação do pedal, G_m , para produzir a força sobre a *balance bar*.

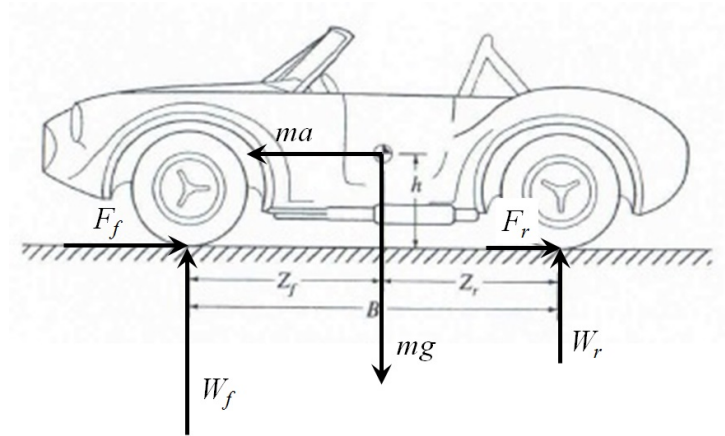
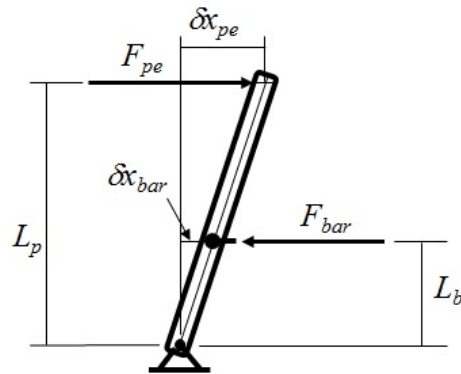


Figura 4.2: Força necessária.


 Figura 4.3: Alavanca do pedal para a *balance bar*.

Do equilíbrio de momentos em torno da articulação do pedal,

$$\begin{aligned} F_{pe} \cdot L_p &= F_{bar} \cdot L_b \\ F_{bar} &= \frac{L_p}{L_b} \cdot F_{pe} \end{aligned} \quad (4.1)$$

e a força transmitida à *balance bar* é

$$F_{bar} = G_m F_{pe} \quad (4.2)$$

sendo G_m a vantagem mecânica do pedal, dada por

$$G_m = \frac{L_p}{L_b} \quad (4.3)$$

Para pequenos movimentos angulares do pedal, a cinemática do movimento entre o pé e a *balance bar* pode ser estabelecida como

$$\begin{aligned} \frac{\delta x_{pe}}{L_p} &= \frac{\delta x_{bar}}{L_b} \\ \delta x_{bar} &= \frac{L_b}{L_p} \cdot \delta x_{pe} \end{aligned} \quad (4.4)$$

e levando em conta (4.3), tem-se

$$\delta x_{bar} = \frac{\delta x_{pe}}{G_m} \quad (4.5)$$

A força da balance bar é distribuída aos cilindros mestres de acordo com o ajuste da barra, conforme ilustrado na Figura 4.4.

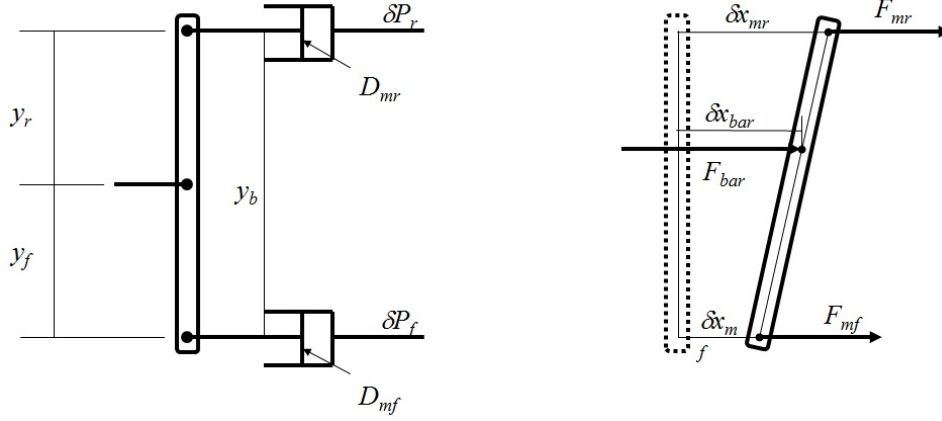


Figura 4.4: Distribuição da força na *balance bar*.

Do equilíbrio de forças sobre a *balance bar* tem-se a relação entre a força sobre a barra e as forças transmitidas aos cilindros mestres:

$$F_{bar} = F_{mf} + F_{mr} \quad (4.6)$$

Aplicando-se o equilíbrio de momentos em torno dos pontos de articulação nas extremidades da barra, determina-se as forças sobre os cilindros mestres. Tem-se

$$\begin{aligned} F_{mf} \cdot Y_b &= F_{bar} \cdot Y_r & F_{mr} \cdot Y_b &= F_{bar} \cdot Y_f \\ F_{mf} &= \frac{Y_r}{Y_b} \cdot F_{bar} & F_{mr} &= \frac{Y_f}{Y_b} \cdot F_{bar} \end{aligned} \quad (4.7)$$

e, finalmente,

$$F_{mf} = X_{bf} F_{bar} \quad F_{mr} = X_{br} F_{bar} \quad (4.8)$$

sendo

$$X_{bf} = \frac{Y_r}{Y_b} \quad X_{br} = \frac{Y_f}{Y_b} \quad (4.9)$$

As relações X_{bf} e X_{br} representam o percentuais da força total de frenagem que estão sendo aplicados no freio dianteiro e traseiro, respectivamente. É desejável que o ajuste da *balance bar*, X_{bf} , se situe em 50% para a situação nominal da máxima frenagem (WOODS; LAWRENCE, 1997).

A cinemática do deslocamento da *balance bar* pode ser estabelecida como se segue (para pequenos deslocamentos angulares):

$$\begin{aligned} \frac{\delta x_{mr} - \delta x_{mf}}{Y_b} &= \frac{\delta x_{bar} - \delta x_{mf}}{Y_f} \\ \delta x_{mr} Y_f - \delta x_{mf} Y_f &= \delta x_{bar} Y_b - \delta x_{mf} Y_b \end{aligned} \quad (4.10)$$

$$\begin{aligned}
\delta x_{bar} &= \frac{\delta x_{mr} Y_f - \delta x_{mf} Y_f + \delta x_{mf} Y_b}{Y_b} \\
\delta x_{bar} &= \delta x_{mr} \frac{Y_f}{Y_b} - \delta x_{mf} \frac{Y_f - Y_b}{Y_b} \\
\delta x_{bar} &= \delta x_{mr} \frac{Y_f}{Y_b} + \delta x_{mf} \frac{Y_r}{Y_b} \\
\delta x_{bar} &= X_{br} \delta x_{mr} + X_{bf} \delta x_{mf}
\end{aligned} \tag{4.11}$$

Da Equação (4.3), tem-se

$$\delta x_{pe} = G_m \delta x_{bar} \tag{4.12}$$

Assim, o deslocamento do pedal em função do deslocamento dos cilindros mestres, vale

$$\delta x_{pe} = G_m (X_{br} \delta x_{mr} + X_{bf} \delta x_{mf}) \tag{4.13}$$

4.1.2 Hidráulica do freio e atrito das pastilhas

As forças sobre os cilindros mestres produzem pressões estáticas que dependem da área do pistão (desprezando-se qualquer atrito originado do deslocamento do próprio pistão):

$$\delta P_f = \frac{F_{mf}}{A_{mf}} \quad \delta P_r = \frac{F_{mr}}{A_{mr}} \tag{4.14}$$

Os dois componentes do freio de disco são a pinça e as pastilhas, conforme Figura 4.5.

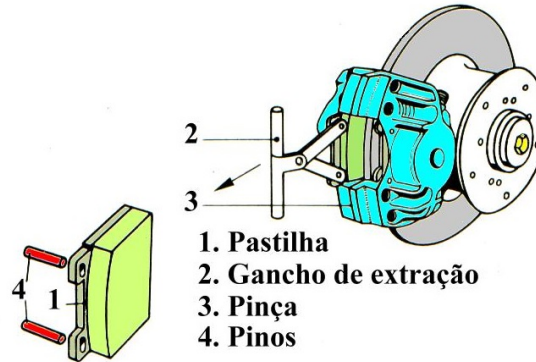


Figura 4.5: Esquema de pinças hidráulicas (DIAS, 2016a).

As pressões produzidas nos cilindros mestres provocam o deslocamento dos pistões, existentes dentro das pinças, contra as pastilhas e estas, por sua vez, aplicam forças normais contra os discos, produzindo o atrito, conforme Figura (4.6).

Esta força normal é a pressão multiplicada pela área A_c do pistão da pinça, conforme Figura 4.7 .

$$F_{nf} = \delta P_f \cdot A_{cf} \quad F_{nr} = \delta P_r \cdot A_{cr} \tag{4.15}$$

sendo

$$A_{cf} = \pi \cdot \frac{D_{cf}^2}{4} \quad A_{cr} = \pi \cdot \frac{D_{cr}^2}{4} \tag{4.16}$$

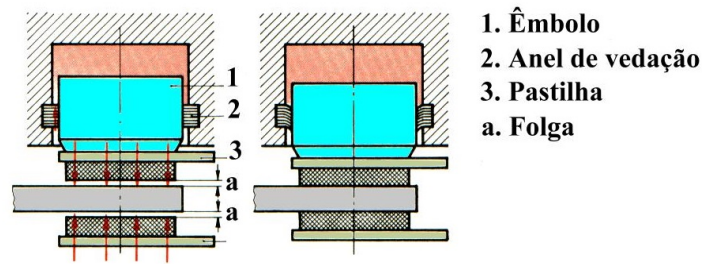


Figura 4.6: Detalhe do funcionamento das pinças (DIAS, 2016a).

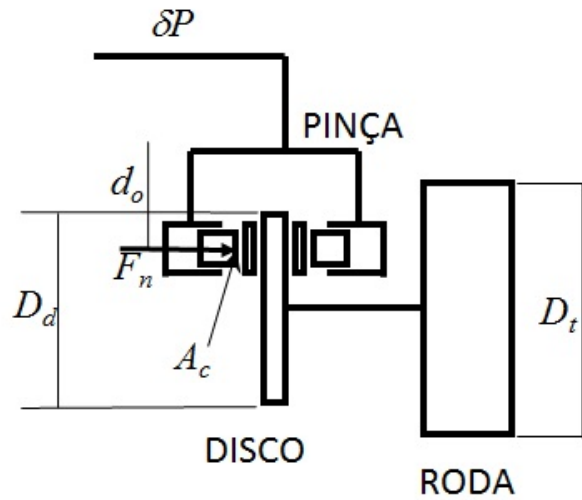


Figura 4.7: Dimensões importantes da pinça.

O centro da força localiza-se a uma distância d_o a partir da borda externa do disco.

O coeficiente de atrito da pastilha sobre o disco produz a força a ser transmitida ao disco. Visto que há duas pastilhas (uma de cada lado), a força de atrito em cada roda é dobrada.

$$F_{af} = 2 \cdot \mu_{bf} \cdot F_{nf} \quad F_{ar} = 2 \cdot \mu_{br} \cdot F_{nr} \quad (4.17)$$

Estas forças produzem um torque T_d na roda, pela ação das forças de atrito, em um raio igual ao raio do disco, menos a distância d_o . Assim, considerando o número de discos por eixo, o torque numa roda individual vale:

$$\begin{aligned} T_{df} &= F_{af} \left(\frac{D_{df}}{2} - d_{of} \right) & T_{dr} &= F_{ar} \left(\frac{D_{dr}}{2} - d_{or} \right) \\ T_{df} &= 2\mu_{bf} \cdot \delta P_f \cdot A_{cf} \left(\frac{D_{df}}{2} - d_{of} \right) & T_{dr} &= 2\mu_{br} \cdot \delta P_r \cdot A_{cr} \left(\frac{D_{dr}}{2} - d_{or} \right) \\ T_{df} &= C_f \left(\frac{D_{df}}{2} - d_{of} \right) \delta P_f & T_{dr} &= C_r \left(\frac{D_{dr}}{2} - d_{or} \right) \delta P_r \end{aligned} \quad (4.18)$$

O coeficiente da pinça, C , é duas vezes a área do pistão (já que há um par de pistões por pinça, cada qual produzindo a força de atrito de um lado do disco) vezes o

coeficiente de atrito da pastilha sobre o disco μ_b ¹:

$$C_f = 2A_{cf}\mu_{bf} \quad C_r = 2A_{cr}\mu_{br} \quad (4.19)$$

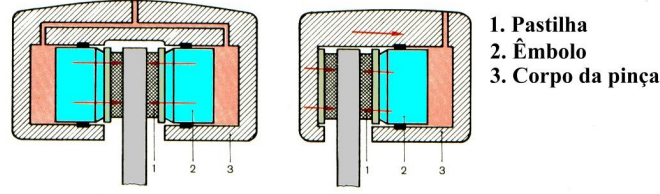


Figura 4.8: Esquema de pinças hidráulicas (DIAS, 2016a).

As pinças deslocam uma quantidade δx_c quando acionadas, o que corresponde a um pequeno deslocamento de volume δV_c de fluido nos freios dianteiro e traseiro:

$$\delta V_{cf} = n_f A_{cf} \delta x_{cf} \quad \delta V_{cr} = n_r A_{cr} \delta x_{cr} \quad (4.20)$$

O volume deslocado no cilindro mestre, δV_m , é igual ao volume deslocado nas pinças mais o volume necessário devido à compressibilidade do fluido. A compressibilidade do fluido está relacionada com o módulo de compressibilidade do fluido, β , e com a pressão do sistema. Assim:

$$\delta V_{mf} = \delta V_{cf} + \frac{V_f}{\beta} \delta P_f \quad \delta V_{mr} = \delta V_{cr} + \frac{V_r}{\beta} \delta P_r \quad (4.21)$$

O volume total de fluido em cada sistema é dado por:

$$V_f = A_{mf} L_{mf} + n_f A_{cf} L_{cf} \quad V_r = A_{mr} L_{mr} + n_r A_{cr} L_{cr} \quad (4.22)$$

Note que o volume de fluido referente às linhas e à flexibilidade mecânica é desprezado nesta análise.

O volume deslocado dos cilindros mestres permitem calcular o deslocamento dos cilindros:

$$\delta x_{mf} = \frac{\delta V_{mf}}{A_{mf}} = \frac{n_f A_{cf} L_{cf} + \left(\frac{A_{mf} L_{mf} + n_f A_{cf} L_{cf}}{\beta} \right) \delta P_f}{A_{mf}} \quad (4.23)$$

$$\delta x_{mr} = \frac{\delta V_{mr}}{A_{mr}} = \frac{n_r A_{cr} L_{cr} + \left(\frac{A_{mr} L_{mr} + n_r A_{cr} L_{cr}}{\beta} \right) \delta P_r}{A_{mr}}$$

Estes deslocamentos podem agora ser utilizados para determinar se o cilindro mestre possui deslocamento suficiente para suprir os freios de fluido. Além disso, permitem calcular o deslocamento do pedal:

$$\delta x_{pe} = G_m X_{bf} \left\{ \frac{n_f A_{cf} L_{cf} + \frac{V_f}{\beta} \delta P_f}{A_{mf}} \right\} + G_m X_{br} \left\{ \frac{n_r A_{cr} L_{cr} + \frac{V_r}{\beta} \delta P_r}{A_{mr}} \right\} \quad (4.24)$$

¹ Caso cada pinça seja acionada por dois pares de pistões, o coeficiente da pinça será igual a $2C$

4.1.3 Forças de frenagem sobre o carro

Os torques gerados nas rodas devido à frenagem, produzem forças de atrito na área de contato dos pneus com a pista e são obtidas por:

$$F_{df} = \frac{T_{df}}{D_{tf}/2} \quad F_{dr} = \frac{T_{dr}}{D_{tr}/2} \quad (4.25)$$

As forças totais de frenagem são as forças obtidas em cada disco vezes o número de discos na dianteira e na traseira:

$$F_f = n_f F_{df} \quad F_r = n_r F_{dr} \quad (4.26)$$

Assim, as expressões combinadas para as forças geradas no eixo dianteiro e no eixo traseiro podem ser obtidas por:

$$F_f = \frac{n_f C_f \left(\frac{D_{df}}{2} - d_{of} \right) X_{bf}}{\left(\frac{D_{tf}}{2} \right) A_{mf}} G_m F_{pe}$$

$$F_r = \frac{n_r C_r \left(\frac{D_{dr}}{2} - d_{or} \right) (1 - X_{bf})}{\left(\frac{D_{tr}}{2} \right) A_{mr}} G_m F_{pe} \quad (4.27)$$

Note que esta configuração de dois cilindros mestres e uma *balance bar* produz pressões que aumentam linearmente com a força no pedal e que as pressões na dianteira e na traseira também se relacionam linearmente, conforme apresentado na expressão 4.28 e na Figura 4.9:

$$\delta P_r = \frac{A_{mf} (1 - X_{bf})}{A_{mr} X_{bf}} \delta P_f \quad (4.28)$$

As forças totais de frenagem dianteira e traseira também possuem relação linear:

$$F_r = \frac{n_r C_r (D_{dr}/2 - d_{or}) D_{tf} A_{mf} (1 - X_{bf})}{n_f C_f (D_{df}/2 - d_{of}) D_{tr} A_{mr} X_{bf}} F_f \quad (4.29)$$

Esta relação é mostrada na Figura 4.9b sendo a inclinação das retas ajustada através da *balance bar*.

4.2 Força Dinâmica

A força de frenagem produzida pelo acionamento do pedal deve ser igual ou maior do que a força necessária para parar o carro. Esta força, denominada de força dinâmica, é originada da transferência de peso da traseira para a dianteira e do atrito entre os pneus e a pista.

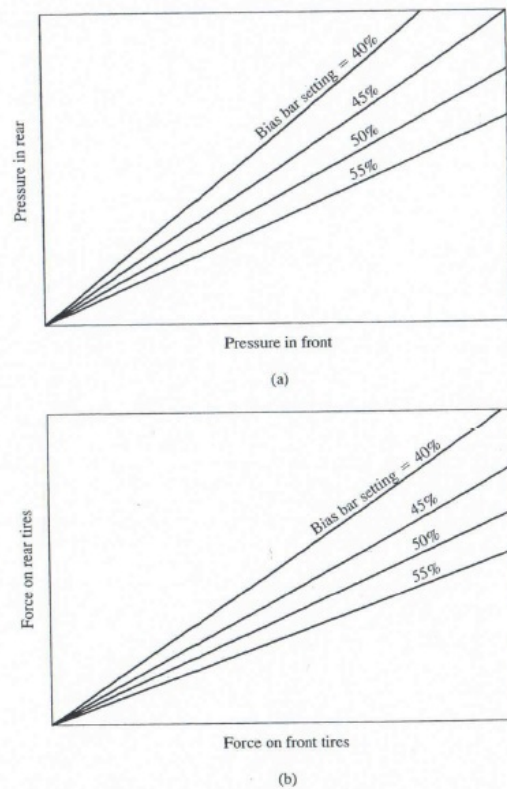


Figura 4.9: Pressões e forças geradas pelo sistema de freios. (a) Pressões dianteira e traseira. (b) Forças de frenagem dianteira e traseira.

Esta seção apresenta um método de obtenção da força dinâmica.

4.2.1 Transferência de peso com a desaceleração

Para determinar o que o carro precisa, apresenta-se na Figura 4.10a, um carro com a localização longitudinal e vertical do CG. A Figura 4.10b ilustra as forças agindo sobre o carro. A força da gravidade, Mg , e a força de desaceleração, Ma , atuam no centro de gravidade do carro. As forças reativas nas rodas representam a força ou peso sobre as rodas dianteiras e traseiras bem como as forças de atrito dos pneus sobre a pista.

Primeiramente, observe-se que o peso do carro é a massa vezes a aceleração da gravidade g :

$$W = Mg \quad (4.30)$$

Segundo, observe-se que a força devido à desaceleração a pode ser expressa como função do peso e da aceleração normalizada, da seguinte forma:

$$Ma = Mg \frac{a}{g} = W \frac{a}{g} = WG \quad (4.31)$$

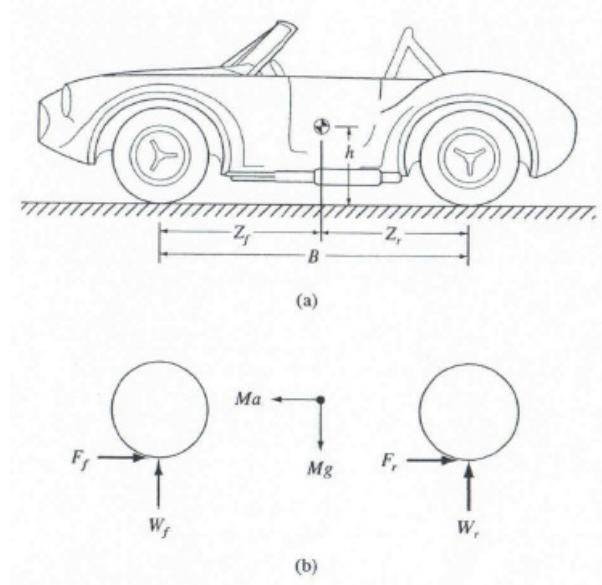


Figura 4.10: Dimensões do carro e forças. (a) Geometria do carro. (b) Forças atuando sobre o carro.

A relação a/g representa a aceleração em g 's unidades de aceleração.

$$G = \frac{a}{g} \quad (4.32)$$

Do equilíbrio de forças na direção da gravidade (vertical) obtém-se o peso instantâneo sobre cada eixo do carro:

$$W = W_f + W_r \quad (4.33)$$

Do equilíbrio de forças na direção do movimento (horizontal) obtém-se a relação entre as forças de frenagem em cada eixo:

$$WG = F_f + F_r \quad \text{ou} \quad \frac{F_f}{W} + \frac{F_r}{W} = G \quad (4.34)$$

Deste resultado, conclui-se que a soma das forças de atrito dos pneus é igual a um número de g 's de desaceleração. Assim, linhas de desaceleração constante podem ser mostradas no gráfico da Figura 4.11.

Do equilíbrio estático de momentos em relação aos pontos de contato das rodas dianteiras e traseiras com a pista, define-se os pesos nos dois eixos:

$$W_f = \frac{Z_r}{B}W \quad \text{e} \quad W_r = \frac{Z_f}{B}W \quad (4.35)$$

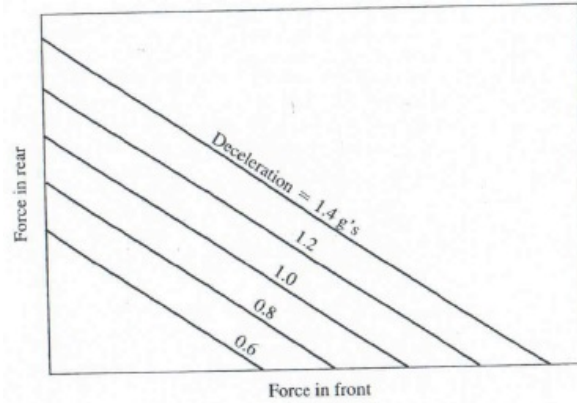


Figura 4.11: Linhas de desaceleração constante.

Assim, a distribuição estática de peso sobre os eixos vale:

$$X_{wf} = \frac{Z_r}{B} \quad \text{e} \quad X_{wr} = \frac{Z_f}{B} \quad (4.36)$$

sendo:

$$Z_f + Z_r = B \quad \text{e} \quad X_{wf} + X_{wr} = 1 \quad (4.37)$$

A Equação (4.35) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\frac{W_f}{W} = X_{wf} \quad \text{e} \quad \frac{W_r}{W} = X_{wr} \quad (4.38)$$

Do equilíbrio dinâmico (considerando a desaceleração) de momentos em relação aos pontos de contato das rodas dianteiras e traseiras com a pista, define-se a equação de transferência de peso entre os eixos:

$$BW_f = Z_r W + hWG \quad BW_r = Z_f W - hWG \quad (4.39)$$

ou

$$\frac{W_f}{W} = X_{wf} + \frac{h}{B}G \quad \frac{W_r}{W} = X_{wr} - \frac{h}{B}G \quad (4.40)$$

Compare as equações (4.38) e (4.40) e observe a influência da desaceleração representada na Equação (4.40).

4.2.2 Adesão do pneu

A aderência dos pneus é similar ao atrito, exceto que, no atrito tem-se movimento relativo ou escorregamento entre as duas superfícies, enquanto que nos pneus deseja-se aderência sem escorregamento ou travamento das rodas. Segundo NICOLAZZI, define-se

escorregamento (e) com a velocidade relativa entre o pneu e a pista como sendo uma porcentagem da velocidade do carro, ou seja:

$$e = \frac{v_c - v_p}{v_c} \quad (4.41)$$

Se for aplicada a carga máxima de frenagem, de modo a provocar o travamento das rodas, tem-se 100% de escorregamento. Aplicando uma força de frenagem que provoque um leve escorregamento (e provavelmente começando a “guinchar”), chega-se ao máximo efeito de frenagem, μ_{max} , conforme mostrado na Figura 4.12, no ponto aproximado de 5% de escorregamento.

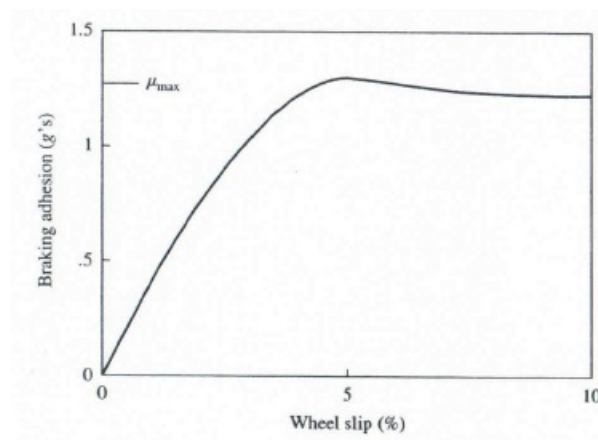


Figura 4.12: Características da aderência do pneu e μ máximo.

Na Figura, a aderência de frenagem, μ , é a relação entre a força de aderência e a força normal sobre o pneu, naquele instante (peso estático mais transferência de peso). Esta relação de forças é também igual à desaceleração normalizada, G .²

Observa-se, na Figura 4.12 que, à medida que a força de frenagem aumenta, ocorre mais desaceleração, até um pico (em aproximadamente 5% de escorregamento, neste caso). Aplicando-se mais força de frenagem, ocorre aumento do escorregamento e uma diminuição da força de aderência. Logo, a desaceleração ideal ocorre dentro de uma faixa estreita de escorregamento e qualquer esforço adicional provoca menos desaceleração e, possivelmente, chegando a 100% de escorregamento que é o travamento completo da roda. Similar ao coeficiente de atrito, o coeficiente de aderência μ de um pneu é o máximo valor mostrado na Figura 4.12 (μ_{max}).

Neste ponto, será enfatizada a equivalência da relação entre a força de desaceleração e a força normal (ou peso) sobre o pneu, o coeficiente de aderência e a desaceleração normalizada.

² Não está claro, tendo em vista a Equação (4.34)

4.3 Distribuição Ideal de Frenagem

Da discussão prévia, observa-se que, se as forças de frenagem forem menores do que μ vezes o peso sobre o pneu, então tem-se aderência. Ou seja:

$$\text{se } F_f < \mu W_f \text{ e } F_r < \mu W_r \text{ então, aderência.} \quad (4.42)$$

A máxima eficiência de frenagem, ou a força de frenagem ideal (F^*), é atingida quando as forças de frenagem são exatamente iguais a μ vezes o peso sobre o pneu:

$$F_f^* = \mu W_f \quad F_r^* = \mu W_r \quad (4.43)$$

Além disso, na frenagem ideal, as forças de frenagem dianteira e traseira atingem valores ideais ao mesmo tempo. Portanto, a distribuição ideal pode ser determinada como:

$$\frac{F_f^*}{W} = \mu \frac{W_f}{W} = \mu \left[X_{wf} + \frac{h}{B} G \right] \quad \text{e} \quad \frac{F_r^*}{W} = \mu \frac{W_r}{W} = \mu \left[X_{wr} - \frac{h}{B} G \right] \quad (4.44)$$

Lembrando que a soma da distribuição de peso é igual a 1,0, conforme Equação (4.37), notando que a soma das duas equações anteriores é, portanto, igual a μ , então, lembrando que a soma das forças de frenagem dianteiras e traseiras são cada uma igual a WG , conforme Equação (4.34), pode-se observar que a desaceleração máxima do carro é igual a μ se a *balance bar* estiver ajustado na posição ideal. Em outras palavras,

$$\text{se } \frac{F_f}{W} + \frac{F_r}{W} = G \text{ e } \frac{F_f^*}{W} + \frac{F_r^*}{W} = \mu \text{ então } G_{max} = \mu \quad (4.45)$$

Substituindo $G_{max} = \mu$ nas equações de distribuição de frenagem, equações (4.44), resulta na relação ideal de distribuição de frenagem:

$$\frac{F_f^*}{W} = \mu \left[X_{wf} + \frac{h}{B} \mu \right] \quad \text{e} \quad \frac{F_r^*}{W} = \mu \left[X_{wr} - \frac{h}{B} \mu \right] \quad (4.46)$$

A relação dessas forças ideais de frenagem como função de μ é mostrada na Figura 4.13. Note que é uma relação não-linear de modo que a relação ideal entre as forças dianteiras e traseiras é uma função de μ da pista (Ver Figura 4.11).

A fim de melhor entender o gráfico da Figura 4.13, a Figura 4.14 ilustra que, para um dado μ da estrada, se a *balance bar* for ajustado para muito alto ou muito baixo, então os freios aplicarão mais pressão aos pneus dianteiros ou traseiros do que o valor ideal. Assim, qualquer força de frenagem diferente para cima do valor ideal, resultará em travamento do pneu.

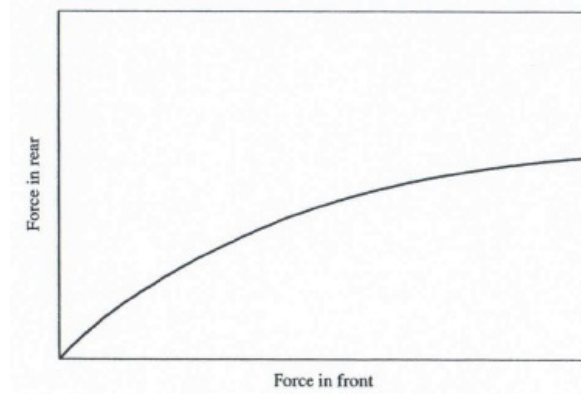


Figura 4.13: Distribuição ótima de frenagem.

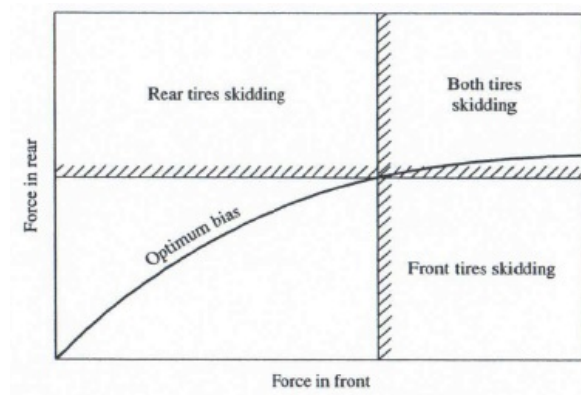


Figura 4.14: Forças de frenagem excedendo o valor ideal, causando a derrapagem.

Em termos de pressão, o desempenho em frenagem ideal pode ser declarado como

$$\delta P_f^* = \frac{D_{tf} W \mu \left[X_{wf} + \frac{h}{B} \mu \right]}{2n_f C_f \left(\frac{D_{df}}{2} - d_{of} \right)} \quad \delta P_r^* = \frac{D_{tr} W \mu \left[X_{wr} - \frac{h}{B} \mu \right]}{2n_r C_r \left(\frac{D_{dr}}{2} - d_{or} \right)} \quad (4.47)$$

A fim de atingir tal distribuição ideal de frenagem a *balance bar* deve ser ajustada para passar através do ponto ideal de frenagem para um dado μ da pista, conforme ilustrado na Figura 4.15.

O ajuste ideal da *balance bar* pode ser expresso por:

$$x_{bf} = \frac{1}{1 + \frac{n_f C_f \left(\frac{D_{df}}{2} - d_{of} \right) D_{tr} A_{mr} \left(X_{wr} - \frac{h}{B} \mu \right)}{n_r C_r \left(\frac{D_{dr}}{2} - d_{or} \right) D_{tf} A_{mf} \left(X_{wf} + \frac{h}{B} \mu \right)}} \quad (4.48)$$

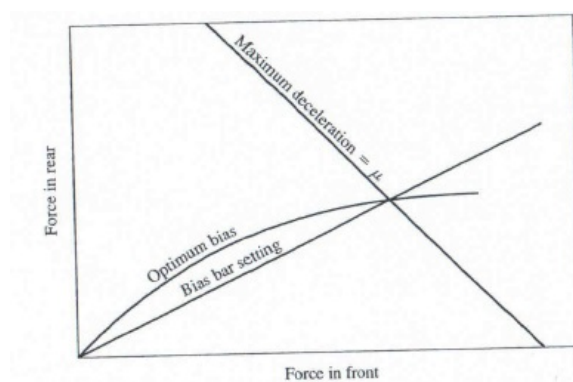


Figura 4.15: Forças de frenagem ideais e ajuste do balanço para um dado μ .

5 Dimensionamento de Engenharia para Aplicação Específica

O Apêndice [A](#) apresenta o exemplo apresentado no texto original, desenvolvido no software SMath. O SMath Studio é um programa matemático de código aberto, semelhante ao Mathcad. Está disponível para Windows e Linux em [SMath Project \(2018\)](#).

O arquivo do exemplo pode ser obtido em [DEMEC-UFPR \(2018b\)](#).

Conclusão

Este documento apresentou o uso da análise de engenharia e a sequência lógica para o dimensionamento de todos os componentes necessários do sistema de freio automotivo.

O exemplo apresentado, sugere uma metodologia prática e direta para dimensionamento de sistemas de freios utilizados em veículos, quer seja na competição Baja quer seja para Fórmula, bastando adequar os dados referentes ao veículo, as condições de pista e o limite de desempenho em frenagem correspondente.

Referências

- BAJA TUTOR. *Glossary of Breaking Terms*. 2012. Acesso em 08/10/2018. Disponível em: <<https://bajatutor.net/glossary-breaking-terms/>>. Citado na página 9.
- BRAKEPOWER. *Brake Calculator*. 2018. Acesso em 11/09/2018. Disponível em: <<https://brakepower.com/>>. Citado na página 10.
- DEMEC-UFPR. *TMEC078-Fundamentos de Dinamica Veicular*. 2018. Disponível em: <https://drive.google.com/open?id=1QsNd8ASb7VkxNfKH0x9Sj3t_L2DfLve>. Citado na página 3.
- DEMEC-UFPR. *TMEC078-Fundamentos de Dinamica Veicular*. 2018. Disponível em: <<http://servidor.demec.ufpr.br/disciplinas/TMEC078/Aulas/SMath/>>. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 31.
- DIAS, A. *Funcionamento e Detalhes do Sistema de Freio a Disco*. 2016. Acesso em 17/09/2018. Disponível em: <<http://www.carrosinfoco.com.br/carros/2016/03/funcionamento-e-detahes-do-sistema-de-freio-a-disco/>>. Citado 4 vezes nas páginas 4, 15, 16 e 17.
- DIAS, A. *Funcionamento normas e detalhes dos Fluidos de Freios Automotivos*. 2016. Acesso em 17/09/2018. Disponível em: <<http://www.carrosinfoco.com.br/carros/2016/08/funcionamento-normas-e-detahes-dos-fluidos-de-freios-automotivos/>>. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 41.
- DORIA, I. da S.; SANTOS, A. J. de J. Projeto do sistema de freios para um prototipo de formula sae eletrico. *Engineering Sciences*, 2014. Citado na página 9.
- GIANSANTE, B. C. Z. *Desenvolvimento de um sistema de freio para veiculo off road leve de competicao Baja SAE*. Dissertação (Mestrado) — UFRJ, 2017. TCC. Citado na página 10.
- GRITT, P. S. Brake systems. In: . [S.l.: s.n.], 2011. Citado 2 vezes nas páginas 8 e 9.
- JUNIOR, N. M. de J. *Dimensionamento de um freio para baja*. Dissertação (mathesis) — FATEC, Santo Andre, 2015. Disponível em: <<http://fatecsantoandre.edu.br/arquivos/TCC327.pdf>>. Citado na página 9.
- LIMPERT, R. *Brake Design and Safety*. [S.l.]: SAE, 1999. Citado na página 9.
- NEGI, V. S.; DESHMUKH, N.; DESHPANDE, A. Design of braking system of baja vehicle. *International Journal of Advance Engineering and Research Development*, v. 4, n. 11, nov. 2017. Citado na página 10.
- SANTOS, G. C. M. dos. *Projeto e dimensionamento de um sistema de freio aplicado a um veiculo Formula SAE*. Dissertação (TCC) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2014. Disponível em: <<http://www.monografias.poli.ufrj.br/monografias/monopoli10011351.pdf>>. Citado na página 9.

- SCHMIDT, M. *University of Cincinnati SAE Baja Race Team - Brake System*. Dissertação (TCC) — University of Cincinnati, 2012. Citado na página 9.
- SILVA, P. H. M. da. *Análise do sistema de freio de um veículo de competição Fórmula SAE*. Dissertação (Mestrado) — UFSC, 2017. TCC. Citado na página 10.
- SILVEIRA, R. *Dimensionamento e projeto do sistema de freios de um veículo fora de estrada tipo baja*. Dissertação (mathesis) — UFPR, Curitiba-PR, 2010. Citado na página 9.
- SMATH. *SMath Studio*. 2019. Disponível em: <<https://en.smath.com/view/SMathStudio/summary>>. Nenhuma citação no texto.
- SMATH PROJECT. *SMath Studio*. 2018. Disponível em: <<https://en.smath.info/view/SMathStudio/summary>>. Citado 3 vezes nas páginas 3, 26 e 31.
- WOODS, R.; LAWRENCE, K. *Modeling and simulation of dynamic systems*. Prentice Hall, 1997. ISBN 9780133373790. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=TIRRAAAAMAAJ>>. Citado 3 vezes nas páginas 3, 14 e 31.

Apêndices

APÊNDICE A – Programa SMath

Este Apêndice apresenta a sequência de dimensionamento do sistema de freio de um veículo Fórmula SAE, apresentada em [Woods e Lawrence \(1997\)](#).

O arquivo do exemplo (exemplo-WOODS-SI.sm e exemplo-WOODS-SI.pdf) pode ser obtido em [DEMEC-UFPR \(2018b\)](#), na versão em SMath ([SMATH PROJECT, 2018](#)).

10.3.7 Dimensionamento de engenharia para uma aplicação específica

A fim de ilustrar o dimensionamento e a seleção dos componentes e parâmetros do freio, selecionou-se um pequeno carro de competição, denominado de Fórmula SAE, utilizado em competições de engenharia interuniversitárias.

O tamanho e as especificações de um carro típico são:

Peso total, incluindo piloto: $\bar{W} := 650 \text{ lbf} = 2891,344 \text{ N}$

Distância entre eixos: $B := 75 \text{ in} = 1,905 \text{ m}$

Altura do CG: $h := 12 \text{ in} = 0,3048 \text{ m}$

Razão de distribuição de carga dianteira: $X_{wf} := 0,45$

Razão de distribuição de carga traseira: $X_{wr} := 1 - X_{wf} = 0,55$

Diâmetro das rodas dianteiras: $D_{tf} := 20 \text{ in} = 0,508 \text{ m}$

Diâmetro das rodas traseiras: $D_{tr} := 20 \text{ in} = 0,508 \text{ m}$

Nesta aplicação, são utilizados 2 discos na dianteira e apenas 1 disco na traseira. Logo

$$n_f := 2$$

$$n_r := 1$$

Pneus slick de corrida podem gerar 1,4 g de aceleração na frenagem em uma pista típica.

$$\mu := 1,4$$

Para gerar tal desaceleração, considera-se uma força no pedal de 100 lbf.

$$F_{foot} := 100 \text{ lbf} = 444,822 \text{ N}$$

Os componentes do sistema suportam, tipicamente, uma pressão de 1000 psi. Portanto, será utilizado 600 psi para incluir um fator de segurança.

$$P_{fmax} := 600 \text{ psi} = 4,137 \text{ MPa}$$

$$P_{rmax} := 600 \text{ psi} = 4,1369 \text{ MPa}$$

É desejável que a bias bar seja ajustada para 50 % na frenagem máxima, para permitir ajustes mínimos na variação da desaceleração em diferentes superfícies ou à medida que os pneus vão se desgastando.

Os discos do freio dianteiro devem encaixar dentro das rodas. Deseja-se utilizar o máximo diâmetro possível para melhores frenagem e dissipação de calor. Sendo assim, o diâmetro máximo possível é 10,5 polegadas mas, visando uma folga maior, serão utilizados discos de 10 polegadas. Para o freio traseiro, pode-se utilizar discos de 9 a 11 polegadas.

$$D_{df} := 10 \text{ in} = 0,254 \text{ m}$$

$$D_{dr} := 10 \text{ in} = 0,254 \text{ m}$$

As pinças possuem um deslocamento de 0,875 polegadas, do centro da área de pressão da pinça até a borda do disco.

$$d_{of} := 0,875 \text{ in} = 0,022 \text{ m}$$

$$d_{or} := 0,875 \text{ in} = 0,022 \text{ m}$$

A primeira seleção é a dos coeficientes das pinças, a partir das forças necessárias para a desaceleração de 1,4 g:

$$F_{fmax} := \mu \cdot \left(X_{wf} + \frac{h}{B} \cdot \mu \right) \cdot W = 613 \text{ lbf}$$

$$F_{fmax} = 2728,272 \text{ N}$$

$$F_{rmax} := \mu \cdot \left((1 - X_{wf}) - \frac{h}{B} \cdot \mu \right) \cdot W = 297 \text{ lbf}$$

$$F_{rmax} = 1319,609 \text{ N}$$

O torque que pode ser gerado pelo sistema de freio na pressão máxima é:

$$T_{fmax} = n_f \cdot C_f \cdot \left(\frac{D_{df}}{2} - d_{of} \right) \cdot P_{fmax}$$

$$T_{rmax} = n_r \cdot C_r \cdot \left(\frac{D_{dr}}{2} - d_{or} \right) \cdot P_{rmax}$$

$$T_{fmax} = \frac{D_{tf}}{2} \cdot F_{fmax}$$

$$T_{rmax} = \frac{D_{tr}}{2} \cdot F_{rmax}$$

Igualando-se os torques, obtém-se os coeficientes das pinças:

$$C_{cf} := \frac{\frac{D_{tf}}{2} \cdot F_{fmax}}{n_f \cdot \left(\frac{D_{df}}{2} - d_{of} \right) \cdot P_{fmax}} = 1,24 \frac{\text{lbf}}{\text{psi}}$$

$$C_{cr} := \frac{\frac{D_{tr}}{2} \cdot F_{rmax}}{n_r \cdot \left(\frac{D_{dr}}{2} - d_{or} \right) \cdot P_{rmax}} = 1,20 \frac{\text{lbf}}{\text{psi}}$$

Um levantamento sobre pinças disponíveis revela que um pistão com 1,75 polegadas é comum.

$$D_{cf} := 1,75 \text{ in} = 0,044 \text{ m}$$

$$D_{cr} := 1,75 \text{ in} = 0,044 \text{ m}$$

$$A_{cf} := \frac{\pi \cdot D_{cf}^2}{4} = 2,405 \text{ in}^2$$

$$A_{cr} := \frac{\pi \cdot D_{cr}^2}{4} = 2,405 \text{ in}^2$$

$$A_{cf} = 1551,7917 \text{ mm}^2$$

$$A_{cr} = 1551,792 \text{ mm}^2$$

Adotando coeficiente de atrito entre a pastilha e o disco

$$\mu_b := 0,3$$

Isto resulta em um novo coeficiente da pinça (Eq.10.25)de:

$$C_{cf} := 2 \cdot A_{cf} \cdot \mu_b = 1,44 \frac{\text{lbf}}{\text{psi}}$$

$$C_{cr} := 2 \cdot A_{cr} \cdot \mu_b = 1,44 \frac{\text{lbf}}{\text{psi}}$$

$$C_{cf} = 931,075 \frac{\text{N}}{\text{MPa}}$$

$$C_{cr} = 931,075 \frac{\text{N}}{\text{MPa}}$$

Para os diâmetros selecionados para as pinças, as pressões máximas serão:

$$\delta P_f := \left(\frac{F_{fmax}}{C_{cf}} \right) = 424,995 \text{ psi}$$

$$\delta P_r := \left(\frac{F_{rmax}}{C_{cr}} \right) = 205,5615 \text{ psi}$$

DÚVIDA

$$\delta P_f := 517 \text{ psi} = 3,565 \text{ MPa}$$

$$\delta P_r := 500 \text{ psi} = 3,447 \text{ MPa}$$

Em função do espaço disponível, os discos terão diâmetros de:

$$D_{df} := 10 \text{ in} = 254 \text{ mm}$$

$$D_{dr} := 10 \text{ in} = 254 \text{ mm}$$

Tem-se ainda uma série de parâmetros a serem selecionados mas que são inter relacionados. Necessita-se de lógica, portanto, para selecioná-los individualmente aos invés de selecionar seus produtos.

Pode-se selecionar um valor aproximado para a área do cilindro mestre, caso se conheça os deslocamentos dos pistões das pinças e dos cilindros mestres. Contudo, a equação da área do cilindro mestre é não-linear. Pode-se então, fazer aproximações simplificadoras para se obter um resultado preliminar.

Primeiramente, despreza-se os efeitos de compressibilidade e resolve-se para a área, a partir das equações de deflexão.

Deve-se permitir a compressibilidade definindo uma área mior e, consequentemente, o deslocamento real do cilindro mestre deve ser menor do que o deslocamento máximo permitido. Assim, a área deverá ser maior do que a calculada da forma a seguir.

Pinças típicas possuem uma deflexão da pastilha em torno de 0,015 polegadas por pastilha, resultando num deslocamento total de 0,030 polegadas. O deslocamento máximo típico do cilindro mestre é de 0,5 polegadas mas será utilizado em torno da metade do deslocamento máximo para acomodar a possibilidade da presença de ar nos freios e o aumento do deslocamento devido à presença do ar.

Serão utilizados os seguintes valores para o cálculo aproximado da área.

$$\delta x_{cf} := 0,030 \text{ in} = 0,762 \text{ mm}$$

$$\delta x_{cr} := 0,030 \text{ in} = 0,762 \text{ mm}$$

$$\delta x_{mf} := 0,25 \text{ in} = 6,35 \text{ mm}$$

$$\delta x_{mr} := 0,25 \text{ in} = 6,35 \text{ mm}$$

Para o freio dianteiro, tem-se:

$$A_{mf} := \frac{n_f \cdot A_{cf} \cdot \delta x_{cf}}{\delta x_{mf}} = 0,577 \text{ in}^2$$

$$A_{mf} = 372,43 \text{ mm}^2$$

Esta área resulta em um diâmetro mínimo do cilindro mestre dianteiro de

$$D_{mf} := \sqrt{\frac{4 \cdot A_{mf}}{\pi}} = 0,857 \text{ in} \quad D_{mf} = 21,776 \text{ mm}$$

Para o freio traseiro, tem-se:

$$A_{mr} := \frac{n_r \cdot A_{cr} \cdot \delta x_{cr}}{\delta x_{mr}} = 0,289 \text{ in}^2 \quad A_{mr} = 186,215 \text{ mm}^2$$

resultando em um diâmetro mínimo do cilindro mestre traseiro de

$$D_{mr} := \sqrt{\frac{4 \cdot A_{mr}}{\pi}} = 0,606 \text{ in} \quad D_{mr} = 15,398 \text{ mm}$$

A análise anterior fornece valores aproximados para os cilindros mestres. Agora, será incluído os efeitos da compressibilidade. Valores típicos para os comprimentos efetivos das pinças e dos cilindros mestres são:

$$L_{cf} := 1 \text{ in} = 25,4 \text{ mm}$$

$$L_{cr} := 1 \text{ in} = 25,4 \text{ mm}$$

$$L_{mf} := 1 \text{ in} = 25,4 \text{ mm}$$

$$L_{mr} := 1 \text{ in} = 25,4 \text{ mm}$$

Com um módulo de 200000 psi, o volume deslocado pelos cilindros mestres, necessário para compensar a compressibilidade é:

$$\beta := 200000 \text{ psi} = 1378,951 \text{ MPa}$$

$$\delta V_{\beta f} := \frac{A_{mf} \cdot L_{mf} + n_f \cdot A_{cf} \cdot L_{cf}}{\beta} \cdot \delta P_f = 0,0139 \text{ in}^3 \quad \delta V_{\beta f} = 228,232 \text{ mm}^3$$

$$\delta V_{\beta r} := \frac{A_{mr} \cdot L_{mr} + n_r \cdot A_{cr} \cdot L_{cr}}{\beta} \cdot \delta P_r = 0,0067 \text{ in}^3 \quad \delta V_{\beta r} = 110,3634 \text{ mm}^3$$

Este volume incremental necessário para a compressibilidade deve ser comparado ao volume deslocado requerido nas pinças para encontrar o valor real do curso do cilindro mestre:

$$\delta V_{mf} = \delta V_{cf} + \delta V_{\beta f} \quad \delta V_{mf} := n_f \cdot A_{cf} \cdot \delta x_{cf} + \delta V_{\beta f} = 0,1582 \text{ in}^3 \quad \delta V_{mf} = 2593,162 \text{ mm}^3$$

$$\delta V_{mr} = \delta V_{cr} + \delta V_{\beta r} \quad \delta V_{mr} := n_r \cdot A_{cr} \cdot \delta x_{cr} + \delta V_{\beta r} = 0,0789 \text{ in}^3 \quad \delta V_{mr} = 1292,8287 \text{ mm}^3$$

Portanto, a compressibilidade representa um aumento no deslocamento em em volume de 10 % e 9 % para os cilindros dianteiro e traseiro, respectivamente.

Agora, retornando e recalculando as áreas necessárias dos cilindros mestres e levando em conta a compressibilidade, pode-se obter valores atualizados para as áreas dos cilindros mestres:

$$A_{mf} := \frac{\delta V_{mf}}{\delta X_{mf}} = 0,633 \text{ in}^2$$

$$A_{mf} = 408,372 \text{ mm}^2$$

$$A_{mr} := \frac{\delta V_{mr}}{\delta X_{mr}} = 0,316 \text{ in}^2$$

$$A_{mr} = 203,5951 \text{ mm}^2$$

Tais áreas resultam nos diâmetros dos cilindros mestres de

$$D_{mf} := \sqrt{\frac{4 \cdot A_{mf}}{\pi}} = 0,898 \text{ in}$$

$$D_{mr} := \sqrt{\frac{4 \cdot A_{mr}}{\pi}} = 0,634 \text{ in}$$

Desde que se deseja que a bias bar fique em torno de 50 % para o caso nominal, as forças sobre os cilindros mestres serão aproximadamente iguais. Assim, a relação das áreas dos cilindros mestres devem ser proporcionais às relações das pressões:

$$\frac{A_{mf}}{A_{ms}} = \frac{X_{bf}}{1 - X_{bf}} \cdot \frac{\delta P_r}{\delta P_f}$$

Já que as pressões dianteira e traseira são aproximadamente iguais e a bias bar está em 0,5, os cilindros mestres podem ser do mesmo tamanho. Um levantamento sobre cilindros mestres disponíveis apresenta diâmetros de 0,625; 0,700; 0,750 e 0,875 polegadas. Considerando o compromisso entre área e deslocamento, decide-se pelas seguintes escolhas:

$$D_{mf} := 0,75 \text{ in} = 0,019 \text{ m}$$

$$A_{mf} := \frac{\pi \cdot D_{mf}^2}{4} = 0,442 \text{ in}^2$$

$$\delta X_{mf} := 0,358 \text{ in} = 9,093 \text{ mm}$$

$$D_{mr} := 0,75 \text{ in} = 0,019 \text{ m}$$

$$A_{mr} := \frac{\pi \cdot D_{mr}^2}{4} = 0,442 \text{ in}^2$$

$$\delta X_{mr} := 0,179 \text{ in} = 4,5466 \text{ mm}$$

Note que o cilindro mestre dianteiro desloca um pouco mais da metade do deslocamento total e o cilindro mestre traseiro desloca-se menos do que a metade do deslocamento total.

Com as áreas selecionadas pode-se considerar as forças necessárias sobre as hastes dos cilindros mestres:

$$F_{mf} := A_{mf} \cdot \delta P_f = 228 \text{ lbf}$$

$$F_{mf} = 1015,99 \text{ N}$$

$$F_{mr} := A_{mr} \cdot \delta P_r = 221 \text{ lbf}$$

$$F_{mr} = 982,582 \text{ N}$$

A força sobre a bias bar pode ser calculada por:

$$F_{bias} := F_{mf} + F_{mr} = 449 \text{ lbf}$$

$$F_{bias} = 1998,572 \text{ N}$$

A força no pedal vale

$$F_{foot} = 100 \text{ lbf}$$

$$F_{foot} = 444,822 \text{ N}$$

logo, a razão do pedal vale:

$$G_m := \frac{F_{bias}}{F_{foot}} = 4,49$$

Com os valores seleccionados, o ajuste ideal real do brake bias é de

$$x_{bf} := \frac{1}{1 + \frac{n_f \cdot C_{cf} \cdot \left(\frac{D_{df}}{2} - d_{of}\right) \cdot D_{tf} \cdot A_{mr} \cdot \left(X_{wr} - \frac{h}{B} \cdot \mu\right)}{n_r \cdot C_{cr} \cdot \left(\frac{D_{dr}}{2} - d_{or}\right) \cdot D_{tf} \cdot A_{mf} \cdot \left(X_{wf} + \frac{h}{B} \cdot \mu\right)}} = 50,8 \%$$

O desempenho de pressão ilustrando pressões ótimas, pressões com vários da bias bar e várias forças no pedal, é mostrado na Figura 10.14.

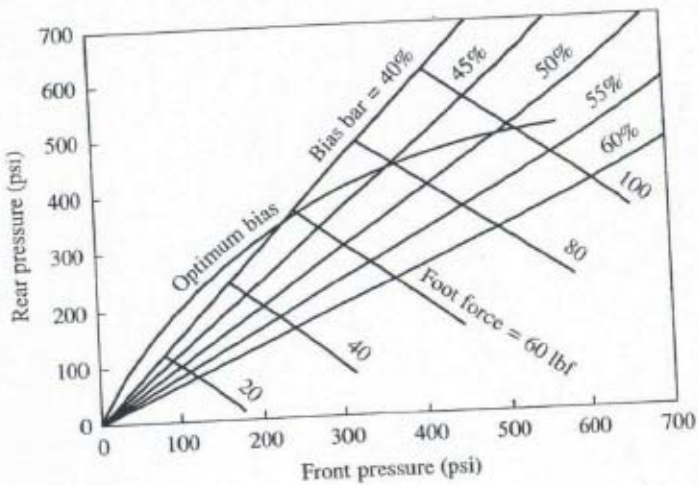


Figure 10.14 Pressure performance of brake system.

ANEXO A – Manutenção

Texto explicativo do procedimento de sangria do sistema de freio. Extraído de [Dias \(2016b\)](#)

Basicamente, a manutenção no sistema de freios referente ao fluido de freio, é a substituição deste. Como já abordado nos parágrafos anteriores, o fluido de freio deve ser substituído no prazo indicado pelo manual do veículo que, geralmente, indica um período entre 1-2 anos de uso. O processo de substituição do fluido de freio é chamado de sangria.

A sangria de freio é um procedimento no qual ocorre o escoamento do fluido antigo, o abastecimento com o fluido novo e a retirada das bolhas de ar do sistema. O procedimento pode ser realizados de duas formas diferentes. Sangria por gravidade. É importante que no recipiente utilizado, tenha uma pequena quantidade de fluido de freio, o suficiente para cobrir toda a ponta da mangueira e evitar a entrada de ar. Crédito foto: <http://carsintrend.com> Sangria por gravidade. É importante que no recipiente utilizado, tenha uma pequena quantidade de fluido de freio, o suficiente para cobrir toda a ponta da mangueira e evitar a entrada de ar. Crédito foto: <http://carsintrend.com>

O método mais simples de efetuar a sangria é por gravidade. Cada roda do veículo possui parafusos sangradores, que quando abertos, liberam a passagem de fluido para fora do sistema. O procedimento consiste em abrir o parafuso sangrador mais distante do cilindro mestre, deixar que por este esorra o fluido de freio ao mesmo tempo que se completa o nível no reservatório do cilindro mestre. No sangrador é conectado um mangueira que conduz o fluido para um recipiente apropriado. Este método não é o mais adequado, pois o tempo para que todo o fluido esorra é longo e não condiz com o dia-a-dia cada vez mais corrido das oficinas. Além de não se ter garantias de que o fluido de freio de todo o sistema foi substituído. Esquema de sangria no cilindro mestre. Crédito foto: agcoauto.com Esquema de sangria no cilindro mestre. Crédito foto: agcoauto.com

Para efetuar a sangria de forma correta e eficiente, inicia-se o processo pelo cilindro mestre. As tubulações dos freios das rodas são desconectadas do cilindro mestre, e no lugar destes são colocados parafusos sangradores. O objetivo é injetar o fluido de freio novo nas duas câmaras do cilindro mestre (cilindro mestre duplo, leia mais). Portanto, abastece-se o recipiente do cilindro mestre. Em um dos sangradores é ligada uma mangueira que conduz o fluido de volta ao reservatório. Abre-se o sangrador conectado à mangueira, e aciona-se o pistão cilindro mestre. O fluido irá retornar para o reservatório, porém, com bolhas de ar. Quando o fluido retornar ao reservatório sem bolhas de ar, significa que na câmara respectiva ao sangrador, não há mais bolhas de ar. Portanto, o sangrador é fechado e o processo repetido no sangrador referente a câmara secundária. Este processo de sangria no cilindro mestre pode ser realizado com mesmo em bancada.

Finalizado o processo acima, o próximo passo é sangrar as tubulações de freio. Com o cilindro mestre totalmente abastecido com fluido de freio novo e sem bolhas de ar, cada sangrador deve ser retirado e seguidamente, conectada as respectivas tubulações de freio. O início da sangria é realizado pela roda mais distante do cilindro mestre, a traseira direita. Com a ajuda de outro técnico, um se encarrega de efetuar o acionamento

do pedal de freio, para bombear o fluido para as tubulações, o outro é responsável por abrir e fechar o parafuso sangrador das rodas e sinalizar o momento certo para bombear o fluido e acionar o pedal de freio a fundo.

O primeiro passo é o bombeamento do pedal de freio, neste passo o pedal é acionado diversas vezes. Assim o cilindro mestre está empurrando fluido para todas as rodas, mas o fluido segue com bolhas de ar contidas nas tubulações, estas bolhas devem ser retiradas, ou o pedal de freio ficará com sensação esponjosa e não aplicará a pressão adequada nas pastilhas sobre o disco. Após isso, o parafuso sangrador é aberto, nesse momento o pedal de freio irá se deslocar até o assoalho caracterizando que o sistema perdeu pressão. Portanto, o fluido de freio será expulso da tubulação e passará através de uma mangueira transparente conectada ao parafuso sangrador, na qual se verifica a presença de bolhas no fluido. Enquanto tiver bolhas saindo do parafuso sangrador, este será fechado e o pedal de freio bombeado novamente. O processo deste parágrafo deverá ser repetido até o momento em que apenas fluido de freio sair do parafuso. Assim, deve ser fechado o parafuso sangrador da roda e repetido o processo nas rodas seguintes.

No procedimento acima, deve se atentar sempre para o nível de fluido de freio contido no cilindro mestre, em hipótese nenhuma o reservatório de fluido de freio deve ficar vazio, ou caso contrário o ar entrará novamente no sistema causando um retrabalho demorado.

ANEXO B – Sangria

Texto explicativo do procedimento de sangria do sistema de freio. Extraído de [Dias \(2016b\)](#)

Basicamente, a manutenção no sistema de freios referente ao fluido de freio, é a substituição deste. Como já abordado nos parágrafos anteriores, o fluido de freio deve ser substituído no prazo indicado pelo manual do veículo que, geralmente, indica um período entre 1-2 anos de uso. O processo de substituição do fluido de freio é chamado de sangria.

A sangria de freio é um procedimento no qual ocorre o escoamento do fluido antigo, o abastecimento com o fluido novo e a retirada das bolhas de ar do sistema. O procedimento pode ser realizados de duas formas diferentes. Sangria por gravidade. É importante que no recipiente utilizado, tenha uma pequena quantidade de fluido de freio, o suficiente para cobrir toda a ponta da mangueira e evitar a entrada de ar. Crédito foto: <http://carsintrend.com>



Figura B.1: Sangria por gravidade. É importante que no recipiente utilizado, tenha uma pequena quantidade de fluido de freio, o suficiente para cobrir toda a ponta da mangueira e evitar a entrada de ar..

O método mais simples de efetuar a sangria é por gravidade. Cada roda do veículo possui parafusos sangradores, que quando abertos, liberam a passagem de fluido para fora do sistema. O procedimento consiste em abrir o parafuso sangrador mais distante do cilindro mestre, deixar que por este esorra o fluido de freio ao mesmo tempo que se completa o nível no reservatório do cilindro mestre. No sangrador é conectado um mangueira que conduz o fluido para um recipiente apropriado. Este método não é o mais adequado, pois o tempo para que todo o fluido esorra é longo e não condiz com o dia-a-dia cada vez mais corrido das oficinas. Além de não se ter garantias de que o fluido de freio de todo o sistema foi substituído. Esquema de sangria no cilindro mestre. Crédito foto: agcoauto.com

Para efetuar a sangria de forma correta e eficiente, inicia-se o processo pelo cilindro mestre. As tubulações dos freios das rodas são desconectadas do cilindro mestre, e no lugar destes são colocados parafusos sangradores. O objetivo é injetar o fluido de freio novo nas duas câmaras do cilindro mestre (cilindro mestre duplo, leia mais). Portanto, abastece-se o recipiente do cilindro mestre. Em um dos sangradores é ligada uma mangueira que conduz

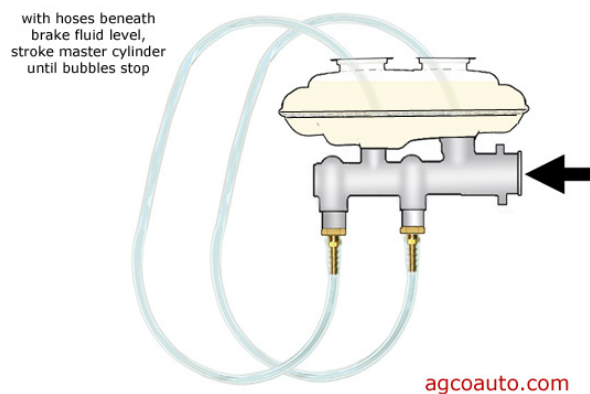


Figura B.2: Esquema de sangria no cilindro mestre. Crédito foto: agcoauto.com.

o fluido de volta ao reservatório. Abre-se o sangrador conectado à mangueira, e aciona-se o pistão cilindro mestre. O fluido irá retornar para o reservatório, porém, com bolhas de ar. Quando o fluido retornar ao reservatório sem bolhas de ar, significa que na câmara respectiva ao sangrador, não há mais bolhas de ar. Portanto, o sangrador é fechado e o processo repetido no sangrador referente a câmara secundária. Este processo de sangria no cilindro mestre pode ser realizado com mesmo em bancada.

Finalizado o processo acima, o próximo passo é sangrar as tubulações de freio. Com o cilindro mestre totalmente abastecido com fluido de freio novo e sem bolhas de ar, cada sangrador deve ser retirado e seguidamente, conectada as respectivas tubulações de freio. O início da sangria é realizado pela roda mais distante do cilindro mestre, a traseira direita. Com a ajuda de outro técnico, um se encarrega de efetuar o acionamento do pedal de freio, para bombear o fluido para as tubulações, o outro é responsável por abrir e fechar o parafuso sangrador das rodas e sinalizar o momento certo para bombear o fluido e acionar o pedal de freio a fundo.

O primeiro passo é o bombeamento do pedal de freio, neste passo o pedal é acionado diversas vezes. Assim o cilindro mestre está empurrando fluido para todas as rodas, mas o fluido segue com bolhas de ar contidas nas tubulações, estas bolhas devem ser retiradas, ou o pedal de freio ficará com sensação esponjosa e não aplicará a pressão adequada nas pastilhas sobre o disco. Após isso, o parafuso sangrador é aberto, nesse momento o pedal de freio irá se deslocar até o assoalho caracterizando que o sistema perdeu pressão. Portanto, o fluido de freio será expulso da tubulação e passará através de uma mangueira transparente conectada ao parafuso sangrador, na qual se verifica a presença de bolhas no fluido. Enquanto tiver bolhas saindo do parafuso sangrador, este será fechado e o pedal de freio bombeado novamente. O processo deste parágrafo deverá ser repetido até o momento em que apenas fluido de freio sair do parafuso. Assim, deve ser fechado o parafuso sangrador da roda e repetido o processo nas rodas seguintes.

No procedimento acima, deve se atentar sempre para o nível de fluído de freio contido no cilindro mestre, em hipótese nenhuma o reservatório de fluído de freio deve ficar vazio, ou caso contrário o ar entrará novamente no sistema causando um retrabalho demorado.