10.3.7 Dimensionamento de engenharia para uma aplicação específica

A fim de ilustrar o dimensionamento e a seleção dos componentes e parâmetros do freio, selecionou-se um pequeno carro de competição, denominado de Fórmula SAE, utilizado em competições de engenharia interuniversitárias.
O tamanho e as especificações de um carro típico são:

Peso total, incluindo piloto: $W := 650\ \text{lbf} = 2891{,}344\ \text{N}$

Distância entre eixos: $B := 75\ \text{in} = 1{,}905\ \text{m}$

Altura do CG: $h := 12\ \text{in} = 0{,}3048\ \text{m}$

Razão de distribuição de carga dianteira: $X_{wf} := 0{,}45$

Razão de distribuição de carga traseira: $X_{wr} := 1 - X_{wf} = 0{,}55$

Diâmetro das rodas dianteiras: $D_{tf} := 20\ \text{in} = 0{,}508\ \text{m}$

Diâmetro das rodas traseiras: $D_{tr} := 20\ \text{in} = 0{,}508\ \text{m}$

Nesta aplicação, são utilizados 2 discos na dianteira e apenas 1 disco na traseira. Logo

$n_f := 2$ $n_r := 1$

Pneus slick de corrida podem gerar 1,4 g de acelaração na frenagem em uma pista típica.

$\mu := 1{,}4$

Para gerar tal desaceleração, considera-se uma força no pedal de 100 lbf.

$F_{foot} := 100\ \text{lbf} = 444{,}822\ \text{N}$

Os componentes do sistema suportam, tipicamente,uma pressão de 1000 psi.
Portanto, será utilizado 600 psi para incluir um fator de segurança.

$P_{fmax} := 600\ \text{psi} = 4{,}137\ \text{MPa}$ $P_{rmax} := 600\ \text{psi} = 4{,}1369\ \text{MPa}$

É desejável que a bias bar deja ajustada para 50 % na frenagem máxima, para permitir ajustes mínimos na variação da desaceleração em diferentes superfícies ou à medida que os pneus vão se desgastando.

Os discos do freio dianteiro devem encaixar dentro das rodas. Deseja-se utilizar o máximo diâmetro possível para melhores frenagem e dissipação de calor. Sendo assim, o diâmetro máximo possível é 10,5 polegadas mas, visando uma folga maior, serão utilizados discos de 10 polegadas.
Para o freio traseiro, pode-se utilizar discos de 9 a 11 polegadas.

$$\boxed{D_{df} := 10\ \text{in} = 0{,}254\ \text{m}} \qquad \boxed{D_{dr} := 10\ \text{in} = 0{,}254\ \text{m}}$$

As pinças possuem um deslocamento de 0,875 polegadas, do centro da área de pressão da pinça até a borda do disco.

$$\boxed{d_{of} := 0{,}875\ \text{in} = 0{,}022\ \text{m}} \qquad \boxed{d_{or} := 0{,}875\ \text{in} = 0{,}022\ \text{m}}$$

A primeira seleção é a dos coeficientes das pinças, a partir das forças necessárias para a desaceleração de 1,4 g:

$$F_{fmax} := \mu \cdot \left(X_{wf} + \frac{h}{B} \cdot \mu \right) \cdot W = 613\ \text{lbf} \qquad F_{fmax} = 2728{,}272\ \text{N}$$

$$F_{rmax} := \mu \cdot \left(\left(1 - X_{wf} \right) - \frac{h}{B} \cdot \mu \right) \cdot W = 297\ \text{lbf} \qquad F_{rmax} = 1319{,}609\ \text{N}$$

O torque que pode ser gerado pelo sistema de freio na pressão máxima é:

$$T_{fmax} = n_f \cdot C_f \cdot \left(\frac{D_{df}}{2} - d_{of} \right) \cdot P_{fmax} \qquad T_{rmax} = n_r \cdot C_r \cdot \left(\frac{D_{dr}}{2} - d_{or} \right) \cdot P_{rmax}$$

$$T_{fmax} = \frac{D_{tf}}{2} \cdot F_{fmax} \qquad T_{rmax} = \frac{D_{tr}}{2} \cdot F_{rmax}$$

Igualando-se os torques, obtem-se os coeficientes das pinças:

$$C_{cf} := \frac{\frac{D_{tf}}{2} \cdot F_{fmax}}{n_f \cdot \left(\frac{D_{df}}{2} - d_{of} \right) \cdot P_{fmax}} = 1{,}24\ \frac{\text{lbf}}{\text{psi}}$$

$$C_{cr} := \frac{\frac{D_{tr}}{2} \cdot F_{rmax}}{n_r \cdot \left(\frac{D_{dr}}{2} - d_{or} \right) \cdot P_{rmax}} = 1{,}20\ \frac{\text{lbf}}{\text{psi}}$$

Um levantamento sobre pinças disponíveis revela que um pistão com 1,75 polegadas é comum.

$$\boxed{D_{cf} := 1{,}75\ \text{in} = 0{,}044\ \text{m}} \qquad \boxed{D_{cr} := 1{,}75\ \text{in} = 0{,}044\ \text{m}}$$

$$A_{cf} := \frac{\pi \cdot D_{cf}^{\ 2}}{4} = 2{,}405\ \text{in}^2 \qquad A_{cr} := \frac{\pi \cdot D_{cr}^{\ 2}}{4} = 2{,}405\ \text{in}^2$$

$$A_{cf} = 1551{,}7917\ \text{mm}^2 \qquad A_{cr} = 1551{,}792\ \text{mm}^2$$

Adotando coeficiente de atrito entre a pastilha e o disco $\boxed{\mu_b := 0{,}3}$

Isto resulta em um novo coeficiente da pinça (Eq.10.25)de:

$C_{cf} := 2 \cdot A_{cf} \cdot \mu_b = 1,44 \ \frac{lbf}{psi}$

$C_{cf} = 931,075 \ \frac{N}{MPa}$

$C_{cr} := 2 \cdot A_{cr} \cdot \mu_b = 1,44 \ \frac{lbf}{psi}$

$C_{cr} = 931,075 \ \frac{N}{MPa}$

Para os diâmetros selecionados para as pinças, as pressões máximas serão:

$\delta P_f := \left(\frac{F_{fmax}}{C_{cf}} \right) = 424,995 \ psi$

$\delta P_r := \left(\frac{F_{rmax}}{C_{cr}} \right) = 205,5615 \ psi$

DÚVIDA

$\boxed{\delta P_f := 517 \ psi = 3,565 \ MPa}$

$\boxed{\delta P_r := 500 \ psi = 3,447 \ MPa}$

Em função do espaço disponível, os discos terão diâmetros de:

$\boxed{D_{df} := 10 \ in = 254 \ mm}$

$\boxed{D_{dr} := 10 \ in = 254 \ mm}$

Tem-se ainda uma série de parâmetros a serem selecionados mas que são inter relacionados. Necessita-se de lógica, portanto, para selecioná-los individualmente aos invés de selecionar seus produtos.
Pode-se selecionar um valor aproximado para a área do cilindro mestre, caso se conheça os deslocamentos dos pistões das pinças e dos cilindros mestres. Contudo, a equação da área do cilindro mestre é não-linear.
Pode-se então, fazer aproximações simplificadoras para se obter um resultado preliminar.
Primeiramente, despreza-se os efeitos de compressibilidade e resolve-se para a área, a partir das equações de deflexão.
Deve-se permitir a compressibilidade definindo uma área mior e, consequantemente, o deslocamento real do cilindro mestre deve ser menor do que o deslocamento máximo permitido. Assim, a área deverá ser maior do que a calculada da forma a seguir.

Pinças típicas possuem uma deflexão da pastilha em torno de 0,015 polegadas por pastilha, resultando num deslocamento total de 0,030 polegadas. O deslocamento máximo típico do cilindro mestre é de 0,5 polegadas mas será utilizado em torno da metade do deslocamento máximo para acomodar a possibilidade da presença de ar nos freios e o aumento do deslocamento devido à presença do ar.

Serão utilizados os seguintes valores para o cálculo aproximado da área.

$\boxed{\delta x_{cf} := 0,030 \ in = 0,762 \ mm}$

$\boxed{\delta x_{cr} := 0,030 \ in = 0,762 \ mm}$

$\boxed{\delta x_{mf} := 0,25 \ in = 6,35 \ mm}$

$\boxed{\delta x_{mr} := 0,25 \ in = 6,35 \ mm}$

Para o freio dianteiro, tem-se:

$A_{mf} := \frac{n_f \cdot A_{cf} \cdot \delta x_{cf}}{\delta x_{mf}} = 0,577 \ in^2$

$A_{mf} = 372,43 \ mm^2$

Esta área resulta em um diâmetro mínimo do cilindro mestre dianteiro de

$D_{mf} := \sqrt{\dfrac{4 \cdot A_{mf}}{\pi}} = 0{,}857 \text{ in}$ $\qquad D_{mf} = 21{,}776 \text{ mm}$

Para o freio traseiro, tem-se:

$A_{mr} := \dfrac{n_r \cdot A_{cr} \cdot \delta x_{cr}}{\delta x_{mr}} = 0{,}289 \text{ in}^2$ $\qquad A_{mr} = 186{,}215 \text{ mm}^2$

resultando em um diâmetro mínimo do cilindro mestre traseiro de

$D_{mr} := \sqrt{\dfrac{4 \cdot A_{mr}}{\pi}} = 0{,}606 \text{ in}$ $\qquad D_{mr} = 15{,}398 \text{ mm}$

A análise anterior fornece valores aproximados para os cilindros mestres. Agora, será incluído os efeitos da compressibilidade. Valores típicos para os comprimentos efetivos das pinças e dos cilindros mestres são:

$\boxed{L_{cf} := 1 \text{ in} = 25{,}4 \text{ mm}}$ $\qquad \boxed{L_{cr} := 1 \text{ in} = 25{,}4 \text{ mm}}$

$\boxed{L_{mf} := 1 \text{ in} = 25{,}4 \text{ mm}}$ $\qquad \boxed{L_{mr} := 1 \text{ in} = 25{,}4 \text{ mm}}$

Com um módulo de 200000 psi, o volume deslocado pelos cilindros mestres, necessário para compensar a compressibilidade é:

$\boxed{\beta := 200000 \text{ psi} = 1378{,}951 \text{ MPa}}$

$\delta V_{\beta f} := \dfrac{A_{mf} \cdot L_{mf} + n_f \cdot A_{cf} \cdot L_{cf}}{\beta} \cdot \delta P_f = 0{,}0139 \text{ in}^3$ $\qquad \delta V_{\beta f} = 228{,}232 \text{ mm}^3$

$\delta V_{\beta r} := \dfrac{A_{mr} \cdot L_{mr} + n_r \cdot A_{cr} \cdot L_{cr}}{\beta} \cdot \delta P_r = 0{,}0067 \text{ in}^3$ $\qquad \delta V_{\beta r} = 110{,}3634 \text{ mm}^3$

Este volume incremental necessário para a compressibilidade deve ser comparado ao volume deslocado requerido nas pinças para encontrar o valor real do curso do cilindro mestre:

$\delta V_{mf} = \delta V_{cf} + \delta V_{\beta f}$ $\qquad \delta V_{mf} := n_f \cdot A_{cf} \cdot \delta x_{cf} + \delta V_{\beta f} = 0{,}1582 \text{ in}^3$ $\qquad \delta V_{mf} = 2593{,}162 \text{ mm}^3$

$\delta V_{mr} = \delta V_{cr} + \delta V_{\beta r}$ $\qquad \delta V_{mr} := n_r \cdot A_{cr} \cdot \delta x_{cr} + \delta V_{\beta r} = 0{,}0789 \text{ in}^3$ $\qquad \delta V_{mr} = 1292{,}8287 \text{ mm}^3$

Portanto, a compressibilidade representa um aumento no deslocamento em em volume de 10 % e 9 % para os cilindros dianteiro e traseiro, respectivamente.

Agora, retornando e recalculando as áreas necessárias dos cilindros mestres e levando em conta a compressibilidade, pode-se obter valores atualizados para as áreas dos cilindros mestres:

$$A_{mf} := \frac{\delta V_{mf}}{\delta x_{mf}} = 0{,}633\ \text{in}^2 \qquad A_{mf} = 408{,}372\ \text{mm}^2$$

$$A_{mr} := \frac{\delta V_{mr}}{\delta x_{mr}} = 0{,}316\ \text{in}^2 \qquad A_{mr} = 203{,}5951\ \text{mm}^2$$

Tais áreas resultam nos diâmetros dos cilindros mestres de

$$D_{mf} := \sqrt{\frac{4 \cdot A_{mf}}{\pi}} = 0{,}898\ \text{in} \qquad D_{mr} := \sqrt{\frac{4 \cdot A_{mr}}{\pi}} = 0{,}634\ \text{in}$$

Desde que se deseja que a bias bar fique em torno de 50 % para o caso nominal, as forças sobre os cilindros mestres serão aproximadamente iguais. Assim, a relação das áreas dos cilindros mestres devem ser proporcionais às relações das pressões:

$$\frac{A_{mf}}{A_{ms}} = \frac{X_{bf}}{1 - X_{bf}} \cdot \frac{\delta P_r}{\delta P_f}$$

Já que as pressões dianteira e traseira são aproximadamente iguais e a bias bar está em 0,5, os cilindros mestres podem ser do mesmo tamanho. Um levantamento sobre cilindros mestres disponíveis apresenta diâmetros de 0,625; 0,700; 0,750 e 0,875 polegadas. Considerando o compromisso entre área e deslocamento, decide-se pelas seguintes escolhas:

$$\boxed{D_{mf} := 0{,}75\ \text{in} = 0{,}019\ \text{m}} \qquad A_{mf} := \frac{\pi \cdot D_{mf}^2}{4} = 0{,}442\ \text{in}^2 \qquad \boxed{\delta X_{mf} := 0{,}358\ \text{in} = 9{,}093\ \text{mm}}$$

$$\boxed{D_{mr} := 0{,}75\ \text{in} = 0{,}019\ \text{m}} \qquad A_{mr} := \frac{\pi \cdot D_{mr}^2}{4} = 0{,}442\ \text{in}^2 \qquad \boxed{\delta X_{mr} := 0{,}179\ \text{in} = 4{,}5466\ \text{mm}}$$

Note que o cilindro mestre dianteiro desloca um pouco mais da metade do deslocamento total e o cilindro mestre traseiro desloca-se menos do que a metade do deslocamento total.

Com as áreas selecionadas pode-se considerar as forças necessárias sobre as hastes dos cilindros mestres:

$$F_{mf} := A_{mf} \cdot \delta P_f = 228\ \text{lbf} \qquad F_{mf} = 1015{,}99\ \text{N}$$

$$F_{mr} := A_{mr} \cdot \delta P_r = 221\ \text{lbf} \qquad F_{mr} = 982{,}582\ \text{N}$$

A força sobre a bias bar pode ser calculada por:

$$F_{bias} := F_{mf} + F_{mr} = 449\ \text{lbf} \qquad F_{bias} = 1998{,}572\ \text{N}$$

A força no pedal vale $F_{foot} = 100\ \text{lbf}$ $F_{foot} = 444{,}822\ \text{N}$

logo, a razão do pedal vale:

$$G_m := \frac{F_{bias}}{F_{foot}} = 4{,}49$$

Com os valores selecionados, o ajuste ideal real do brake bias é de

$$x_{bf} := \frac{1}{1 + \dfrac{n_f \cdot C_{cf} \cdot \left(\dfrac{D_{df}}{2} - d_{of}\right) \cdot D_{tf} \cdot A_{mr} \cdot \left(X_{wr} - \dfrac{h}{B} \cdot \mu\right)}{n_r \cdot C_{cr} \cdot \left(\dfrac{D_{dr}}{2} - d_{or}\right) \cdot D_{tf} \cdot A_{mf} \cdot \left(X_{wf} + \dfrac{h}{B} \cdot \mu\right)}} = 50{,}8\ \%$$

O desempenho de pressão ilustrando pressões ótimas, pressões com vários da bias bar e várias forças no pedal, é mostrado na Figura 10.14.

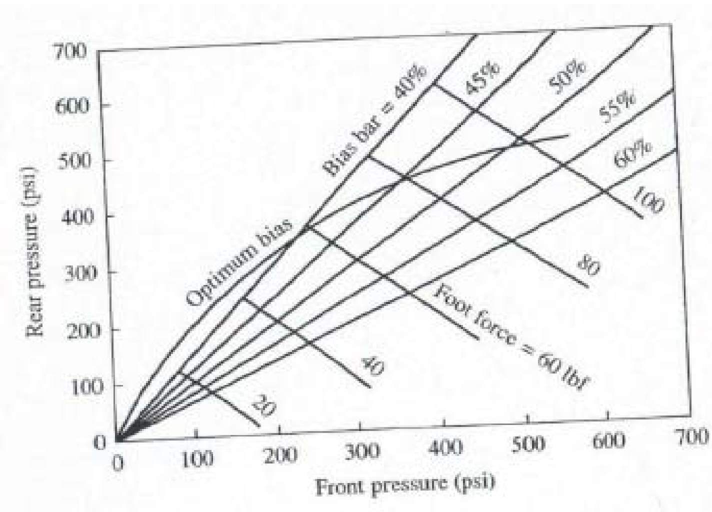

Figure 10.14 Pressure performance of brake system.