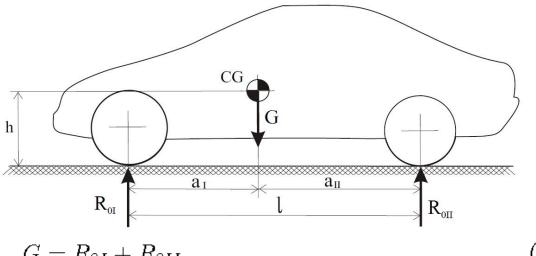
## Fundamentos de Dinâmica Veicular

Capítulo 3
Transmissão de Força Pneu Pista
Parte I - Aceleração

#### Referência:

NICOLAZZI, Lauro Cesar. **Uma introdução à modelagem quase-estática de veículos automotores de rodas**. Publicação interna do GRANTE, Departamento de Engenharia Mecânica, UFSC. 2013

## 3.2 - Posição do centro de gravidade



$$G = R_{0I} + R_{0II}. (3.1)$$

Definindo

$$x = R_{0II}/G \tag{3.2}$$

pode-se expressar as reações normais dos pneus ao solo como

$$R_{0I} = (1 - x) G, (3.3)$$

$$R_{0II} = xG. (3.4)$$

## 3.2 - Posição do centro de gravidade

Para se obter a posição do CG, toma-se o equilíbrio de momentos em relação ao eixo dianteiro do veículo esquematizado na Figura 3.1, o que resulta

 $Ga_I = R_{0II} l. \tag{3.5}$ 

Logo:

$$a_{I} = \frac{R_{0II}}{G} l$$

$$R_{oI} \downarrow \qquad \qquad R_{oI} \downarrow \qquad \qquad R_{oII}$$
Figura 3.1: Posição longitudinal do  $CG$ . (3.6)

ou ainda:

$$a_I = x \, l \tag{3.7}$$

De forma semelhante, para o eixo traseiro:

$$Ga_{II} = R_{0I} l (3.8)$$

ou ainda

$$a_{II} = (1 - x)l \tag{3.9}$$

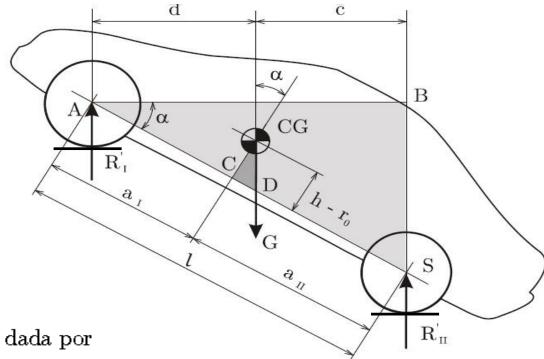
sendo:

l-distância entre os eixos dianteiro e traseiro;

 $a_I$  - distância do CG ao eixo dianteiro;

 $a_{II}$  - distância do CG ao eixo traseiro.

## 3.2 - Posição do centro de gravidade



A posição vertical do CG é dada por

$$(h - r_0) = l \cot \alpha \left[ x' - x \right], \tag{3.17}$$

que pode ser rescrita como

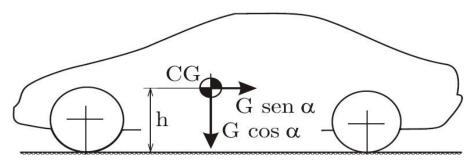
$$(h - r_0) = \frac{l}{G} \cot \alpha \ [R_{0I} - R'_I]. \tag{3.18}$$

sendo:

 $R_{0I}$  - é a reação do eixo dianteiro medida com o carro na horizontal;

 $R'_{I}$  - é a reação vertical do eixo dianteiro medida com o carro na rampa.

## 3.3 - Carga nos eixos de um veículo parado em aclive



O momento da força axial que age no centro de gravidade, em relação ao solo, é dado por:

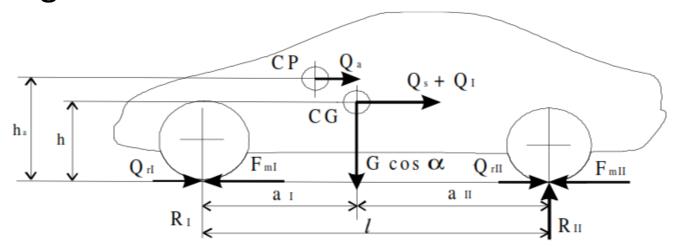
#### $Ghsen \alpha$

Esse momento se traduz em um acréscimo da reação no eixo traseiro e uma redução da reação no eixo dianteiro em relação ao veículo parado no plano. Assim, pode-se escrever que:

$$R_I = G\left[ (1-x) \cos \alpha - \frac{h}{l} \sin \alpha \right]$$
 (3.19)

$$R_{II} = G \left[ x \cos \alpha + \frac{h}{l} \sin \alpha \right] \tag{3.20}$$

## 3.4 - Carga nos eixos com o veículo em movimento



Do equilíbrio de forças na direção do movimento tem-se:

$$F_m = Q_S + Q_r + Q_I + Q_a (3.21)$$

onde:

 $F_m = F_{mI} + F_{mII}$  - força motriz;

 $Q_a$  - resistência aerodinâmica;

 $Q_r = Q_{rI} + Q_{rII}$  - resistência de rolamento;

 $Q_I$  - resistência de inércia;

 $Q_S$  - resistência ao aclive;

 $F_{mI}$ ,  $F_{mII}$  - força motriz nos eixos dianteiro e traseiro;

 $Q_{rI}$ ,  $Q_{rII}$  - resistência ao rolamento dos eixos dianteiro e traseiro.

# 3.4 - Carga nos eixos com o veículo em movimento

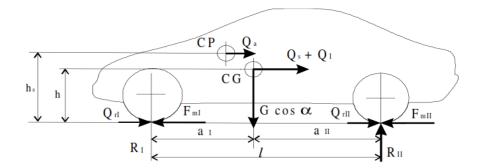


Figura 3.4: Modelo diagramático de um veículo em movimento.

As resistências ao movimento modificam as cargas nos eixos de um veículo como aquele representado na Figura 3.4. Assim, para quantificar a variação da carga normal ao solo aplicam-se as equações de equilíbrio, o que resulta em:

$$R_I l = a_{II} G \cos \alpha - [Q_a h_a + (Q_I + Q_S) h]$$

$$(3.22)$$

$$R_{II} l = Q_a h_a + (Q_I + Q_s) h + a_I G \cos \alpha$$
(3.23)

Admitindo a simplificação de que a resistência aerodinâmica esteja atuando sobre o centro de gravidade, as últimas duas expressões podem ser rescritas como

$$R_I l = a_{II} G \cos \alpha - [Q_s + Q_I + Q_a] h, \qquad (3.24)$$

$$R_{II} l = a_I G \cos \alpha + (Q_s + Q_I + Q_a) h. \tag{3.25}$$

## 3.4 - Carga nos eixos com o veículo em movimento

Por outro lado, da expressão (3.21) rearranjada tem-se:

$$Q_s + Q_a + Q_I = F_m - Q_r (3.26)$$

Com isto, as equações (3.24) e (3.25) simplificam-se para:

$$R_{I} = (1 - x) G \cos \alpha - (F_{m} - Q_{r}) \frac{h}{l}$$
(3.27)

$$R_{II} = x G \cos \alpha + (F_m - Q_r) \frac{h}{l}$$
(3.28)

É importante salientar que nesta modelagem o efeito de forças aerodinâmicas verticais não foram consideradas, porém o seu efeito pode ser facilmente adicionado nas expressões anteriores.

## 3.5 - Força motriz máxima

#### Veículo com tração dianteira

Fazendo  $F_{mII} = 0$  e grafando com  $\mu$  o coeficiente de atrito entre o pneu e a pista, a máxima força tangencial possível de transmitir pelas rodas dianteiras será:

$$F_{mI}^{m\acute{a}x} = \mu R_I \tag{3.30}$$

ou

$$F_{mI}^{m\acute{a}x} = \mu \left[ (1 - x) G \cos \alpha - \left( F_{mI}^{m\acute{a}x} - f G \cos \alpha \right) \frac{h}{l} \right]$$
 (3.31)

com os devidos rearranjos, pode-se escrever que:

$$F_{mI}^{m\acute{a}x} = \mu G \cos \alpha \left[ \frac{(1-x) + f\left(\frac{h}{l}\right)}{1 + \mu\left(\frac{h}{l}\right)} \right]$$
(3.32)

sendo que na equação 3.27, a resistência de rolamento foi tomada como sendo:

$$Q_R = f G \cos \alpha \tag{3.33}$$

## 3.5 - Força motriz máxima

#### Veículo com tração traseira

Neste caso, usando a expressão para  $R_{II}$ , obtém-se

$$F_{mII}^{m\acute{a}x} = \mu R_{II} \tag{3.34}$$

ou

$$F_{mII}^{m\acute{a}x} = \mu \left[ x G \cos \alpha + \left( F_{mII}^{m\acute{a}x} - f G \cos \alpha \right) \frac{h}{l} \right]$$
 (3.35)

ou ainda

$$F_{mII}^{m\acute{a}x} = \mu G \cos \alpha \left[ \frac{x - f\left(\frac{h}{l}\right)}{1 - \mu\left(\frac{h}{l}\right)} \right]. \tag{3.36}$$

## 3.5 - Força motriz máxima

#### Veículo com tração integral

Neste caso a força que os pneus exercem sobre o solo é a parcela do peso do veículo normal ao solo, sendo assim a força motriz dada por:

$$F_m^{m\acute{a}x} = \mu G \cos \alpha. \tag{3.37}$$

#### 3.5.1 – Aclives máximos

Para determinar os valores máximos de aclives, considera-se que a velocidade do veículo seja constante e baixa, logo a força de inércia é nula e, por ser a velocidade baixa, a resistência aerodinâmica é muito pequena. A força motriz deve vencer apenas as resistências de rolamento e aclive. Assim

$$F_m = Q_r + Q_s (3.38)$$

ou

$$F_m = G(\operatorname{sen}\alpha + f\cos\alpha). \tag{3.39}$$

Dependendo do tipo de tração iguala-se esta força com a força máxima disponível,  $F_m^{m\acute{a}x}$ .

### 3.5.1 – Aclives máximos

#### Veículo com tração dianteira

$$\tan \alpha|_{m\acute{a}x} = \mu \left[ \frac{(1-x) + f\left(\frac{h}{l}\right)}{1 + \mu\left(\frac{h}{l}\right)} \right] - f \tag{3.40}$$

#### Veículo com tração traseira

$$\tan \alpha|_{m\acute{a}x} = \mu \left[ \frac{x - f\left(\frac{h}{l}\right)}{1 - \mu\left(\frac{h}{l}\right)} \right] - f \tag{3.41}$$

#### Veículo com tração integral

$$\tan \alpha|_{m\acute{a}x} = \mu - f. \tag{3.42}$$

## 3.5.2 – Acelerações máximas

A experiência mostra que as acelerações máximas ocorrem somente com velocidades baixas e isto implica que:

$$Q_a = 0 (3.43)$$

logo

$$F_m = Q_I + Q_r + Q_s \tag{3.44}$$

ou

$$F_m = m a + f G \cos \alpha + G \sin \alpha. \tag{3.45}$$

Esta força deve ser igualada com a força motriz máxima disponível, de forma a se obter a aceleração máxima que o veículo pode ter. Dependendo do tipo de tração tem-se:

## 3.5.2 – Acelerações máximas

#### Veículo com tração dianteira

$$a_{m\acute{a}x} = g \left[ \frac{\mu (1-x) - f}{\left(1 + \mu \left(\frac{h}{l}\right)\right)} \cos \alpha - \sin \alpha \right]. \tag{3.46}$$

#### Veículo com tração traseira

$$a_{m\acute{a}x} = g \left[ \frac{\mu x - f}{\left(1 - \mu\left(\frac{h}{l}\right)\right)} \cos \alpha - \sin \alpha \right]. \tag{3.47}$$

#### Veículo com tração integral

$$a_{m\acute{a}x} = g \left[ (\mu - f) \cos \alpha - \sin \alpha \right]. \tag{3.48}$$

## Exemplo

Analisar a capacidade de transferir carga ao solo dos veículos com as características apresentadas na Tabela 3.1.

- Ângulo de aclive máximo e reações
  - veículo apontado para baixo da rampa
  - veículo apontado para cima da rampa
- Cálculo da força motriz máxima e reações normais com veículo se deslocando no plano
  - tração traseira
  - tração dianteira
  - tração integral
- Aclives e acelerações máximas
  - tração traseira
  - tração dianteira
  - tração integral

## Exemplo

Tabela 3.1: Características do veículo.

Grandeza		Dimensão	Veículo1	Veículo2	Veículo3
Tração		_	Traseira	Dianteira	Integral
Distribuição de carga	x		0,50	0,50	0,50
Bitola dianteira	$t_I$	m	1,4	1,4	1,4
Bitola Traseira	$t_{II}$	m	1,5	1,5	1,5
Distância entre eixos	l	m	2,48	2,48	2, 48
Altura do CG	h	m	0,66	0,66	0,66
Peso do veículo	G	N	16.503	16.503	16.503
Raio dinâmico do pneu	$r_d$	m	0,32	0,32	0,32
Escorregamento	e	_	0,02	0,02	0,02
Coef. atrito de rolamento	f	_	0,015	0,015	0,015
Coef. de atrito	$\mu$	_	0,85	0, 85	0,85