

6

CÁLCULO DA FLEXIBILIDADE PELO MÉTODO DA VIGA EM BALANÇO GUIADA

6.1 MÉTODO DA VIGA EM BALANÇO GUIADA

O método da viga em balanço guiada (*guided-cantilever method*) é um método aproximado para o cálculo das tensões internas e dos esforços da reação nos extremos de uma tubulação, provenientes das dilatações e/ou de movimentos dos pontos extremos. Esse método *não pode* ser empregado para análise de sistemas em que se exijam cálculos mais precisos, como definido no Item 5.9.

O método pode ser aplicado para quaisquer configurações, planas ou espaciais, que satisfaçam a todas as seguintes condições:

1. Todos os lados sejam retos e paralelos a uma das três direções ortogonais.
2. Todos os lados façam ângulos retos entre si.
3. Todos os lados sejam constituídos por tubos de mesmo material e de mesmo momento de inércia, ou seja, do mesmo diâmetro e mesma espessura de parede.
4. O sistema tenha apenas dois pontos de fixação, situados em seus extremos, e nenhuma restrição intermediária.

No estabelecimento desse método, foram feitas as seguintes hipóteses simplificativas:

1. Todos os lados se deformam sem que haja deformações ou rotações nos ângulos, que permanecem retos e com os lados paralelos às direções da posição inicial. Isto é, os lados se deformam como se fossem vigas em balanço com os extremos guiados, como mostra a Fig. 6.1.

2. A dilatação total que se dá em cada uma das três direções ortogonais, isto é, a soma das dilatações dos lados paralelos a essa direção é integralmente absorvida pela flexão dos lados paralelos às outras duas direções ortogonais e vice-versa.

3. Não são levadas em consideração as torções que se dão nos diversos lados de uma configuração tridimensional.

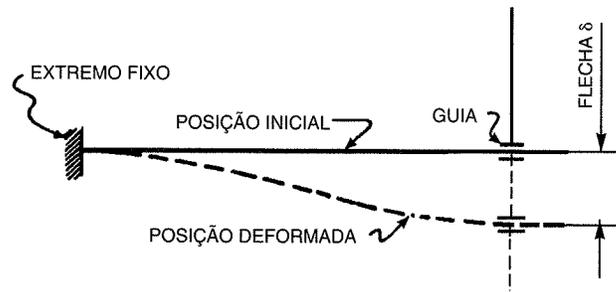


Fig. 6.1

Os resultados obtidos por esse método são em geral conservativos — isto é, os valores calculados das tensões e reações são em geral superiores aos valores que de fato se verificam —, porque a maioria dos sistemas é na realidade bem mais flexível do que o considerado nas hipóteses acima, pelas seguintes razões:

- Há sempre uma flexibilidade adicional causada pelas deformações dos ângulos.
- Nos sistemas espaciais, além da flexão há ainda a torção dos diversos lados, que contribui para aumentar a flexibilidade.
- Nem todos os lados deformam-se como vigas em balanço guiadas; alguns curvam-se apenas, aumentando também a flexibilidade.

Entretanto, não se pode garantir que todos os resultados, para quaisquer sistemas, estejam sempre do lado da segurança.

6.2 CONFIGURAÇÃO SIMPLES EM L

Consideremos uma configuração, em L simples, ancorada em ambos os extremos (Fig. 6.2). Quando há um aquecimento, ambos os lados se dilatam. Como estamos supondo que não haja deformação nos ângulos, a dilatação de um dos lados vai produzir uma

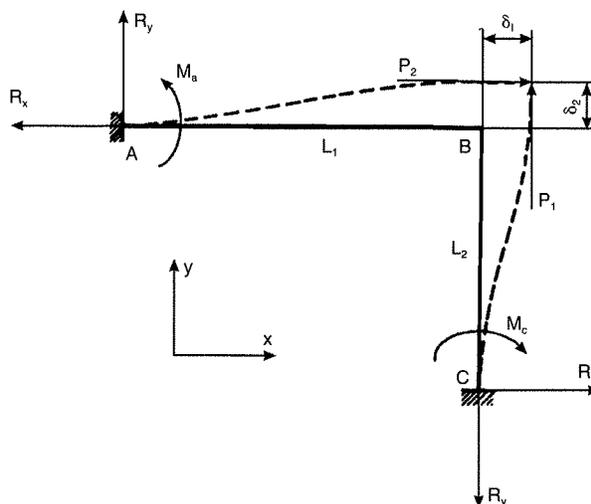


Fig. 6.2

flexão no outro lado, cuja flecha será justamente a referida dilatação. Assim, a flecha a que o lado L_1 estará submetido será a dilatação δ_2 do lado L_2 e vice-versa.

A expressão da flecha em uma viga em balanço com o extremo guiado é:

$$\delta = \frac{PL^3}{12EI} \quad (1)$$

em que:

- P = força aplicada no extremo da viga.
- L = comprimento do lado.
- E = módulo de elasticidade do material.
- I = momento de inércia do tubo.

Note-se que a flecha que cada lado é capaz de suportar é proporcional ao cubo do seu comprimento; assim, aumentando-se o comprimento de um lado em apenas 10%, a sua flexibilidade fica aumentada de 33%. Embora esse método de cálculo seja aproximado, essa proporcionalidade é exata. Temos, entretanto:

$$M = \frac{PL}{2}; \quad S = \frac{MD}{2I} \quad (2)$$

em que:

- M = momento fletor máximo.
- S = tensão máxima na fibra mais distendida do material.
- D = diâmetro externo do tubo.

O diagrama dos momentos está mostrado na Fig. 6.3. Substituindo, vem:

$$\delta = \frac{L^2 S}{3ED} \quad (3)$$

ou

$$S = \frac{3ED\delta}{L^2} \quad (4)$$

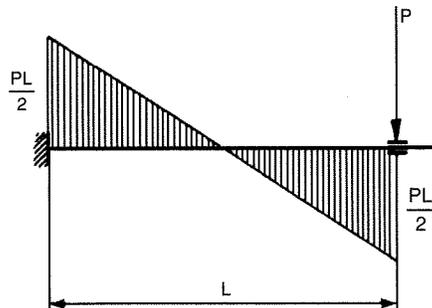


Fig. 6.3

que é a expressão da tensão máxima que se desenvolve em um lado de comprimento L quando submetido a uma flecha δ . Como a norma ASME B 31 estabelece que o cálculo das tensões seja feito com o módulo de elasticidade em temperatura de montagem prevista para a tubulação (que será em geral a temperatura ambiente) — E_c —, a fórmula acima ficará:

$$S = \frac{3 E_c D \delta}{L^2}. \quad (4a)$$

As tensões máximas S_1 e S_2 , nos dois lados L_1 e L_2 serão, portanto:

$$S_1 = \frac{3 E_c D \delta_2}{L_1^2}$$

$$S_2 = \frac{3 E_c D \delta_1}{L_2^2}.$$

As dilatações δ_1 e δ_2 serão:

$$\delta_1 = e L_1$$

$$\delta_2 = e L_2 \quad (5)$$

em que e é o coeficiente de dilatação unitária do material para a variação de temperatura em questão. Teremos, então, para as tensões máximas:

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= \frac{3 E_c D e L_2}{L_1^2} = \frac{K L_2}{L_1^2} \\ S_2 &= \frac{3 E_c D e L_1}{L_2^2} = \frac{K L_1}{L_2^2} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Para que o sistema seja considerado como tendo flexibilidade suficiente, isto é, consiga absorver as dilatações sem que seja ultrapassado o valor da tensão admissível, deveremos ter:

$$\frac{K L_2}{L_1^2} \leq S_a$$

$$\frac{K L_1}{L_2^2} \leq S_a$$

A constante K tem os seguintes valores práticos:

$$K = \frac{3 E_c D e}{1\,000\,000} \quad \text{para} \quad \left\{ \begin{array}{l} S \text{ e } E_c \text{ em MPa} \\ L \text{ em m} \\ D \text{ e } \delta \text{ em mm} \\ e \text{ em mm / m} \end{array} \right.$$

$$K = \frac{3E_c D e}{10\,000} \quad \text{para} \quad \left\{ \begin{array}{l} S \text{ e } E_c \text{ em kg / cm}^2 \\ L \text{ em m} \\ D \text{ e } \delta \text{ em mm} \\ e \text{ em mm / m} \end{array} \right.$$

$$K = \frac{E_c D e}{48} \quad \text{para} \quad \left\{ \begin{array}{l} S \text{ e } E_c \text{ em psi} \\ L \text{ em pés} \\ D \text{ e } \delta \text{ em pol} \\ e \text{ em pol / pés} \end{array} \right.$$

As reações que o sistema exerce sobre as ancoragens na direção x serão as forças R_x , iguais e de sinais contrários à força P_2 , que está fletindo o lado L_2 . Analogamente, as reações na direção y serão as forças R_y , iguais e de sinais contrários à força P_1 . Os momentos de reação M_a e M_c serão os valores máximos dos momentos fletores aplicados em cada um dos lados. Da fórmula (2) poderemos tirar esses valores em função das tensões máximas:

$$\left. \begin{array}{l} M_a = \frac{2IS_1}{D} \frac{E_h}{E_c} = CS_1 \\ M_c = \frac{2IS_2}{D} \frac{E_h}{E_c} = CS_2 \end{array} \right\} \quad (7)$$

O fator E_h/E_c foi acrescentado porque a norma ASME B 31 estabelece que o cálculo das reações deve ser feito com o valor do módulo de elasticidade na temperatura máxima do ciclo térmico (E_h), e as tensões foram calculadas com o valor de E_c , isto é, o módulo de elasticidade na temperatura mínima do ciclo térmico. As reações R_x e R_y serão:

$$\left. \begin{array}{l} R_x = P_2 = \frac{2M_c}{L_2} \\ R_y = P_1 = \frac{2M_a}{L_1} \end{array} \right\} \quad (8)$$

A constante C tem os seguintes valores práticos:

$$C = \frac{20 I}{D} \frac{E_h}{E_c} \quad \text{para } M \text{ em m.N, } R \text{ em N, } I \text{ em cm}^4$$

$$C = \frac{2 I}{100 D} \frac{E_h}{E_c} \quad \text{para } M \text{ em mkg, } R \text{ em kg, } I \text{ em cm}^4$$

$$C = \frac{I}{6 D} \frac{E_h}{E_c} \quad \text{para } M \text{ em pé:lb, } R \text{ em lb, } I \text{ em pol}^4$$

Observe-se que o valor das tensões é proporcional ao diâmetro e independente do momento da inércia, isto é, da espessura do tubo; um tubo de menor diâmetro será assim, em igualdade de outras condições, mais flexível do que o de maior diâmetro. O valor das reações é, entretanto, como se poderia prever, proporcional ao momento de inércia.

O cálculo das reações e momentos de reação acima descrito é apenas aproximado, podendo os resultados ser bastante diferentes dos obtidos pelo cálculo hiperestático exato.

6.3 CONFIGURAÇÃO EM U

Consideremos agora uma configuração plana em U, como mostra a Fig. 6.4. A dilatação do lado L_2 desenvolve-se para os dois lados, causando simultaneamente flechas nos lados L_1 e L_3 . A flecha que causará a flexão no lado L_2 será a diferença entre as dilatações δ_1 e δ_3 dos lados L_1 e L_3 . Teremos assim a seguinte correlação entre lados e flechas impostas:

Lado L_1 : flecha δ_{21} .

Lado L_2 : flecha $\delta_1 - \delta_3$

Lado L_3 : flecha δ_{23} .

A soma das flechas δ_{21} e δ_{23} será a dilatação total δ_2 do lado L_2 :

$$\delta_2 = \delta_{21} + \delta_{23}. \quad (9)$$

A distribuição da dilatação δ_2 pelos lados L_1 e L_3 se fará de acordo com a maior ou menor flexibilidade desses dois lados: o lado mais flexível, isto é, mais comprido, absorverá uma maior parcela de δ_2 . Como já vimos, a flexibilidade de cada lado é proporcional ao cubo do seu comprimento; teremos então:

$$\frac{\delta_{21}}{\delta_{23}} = \frac{L_1^3}{L_3^3}. \quad (10)$$

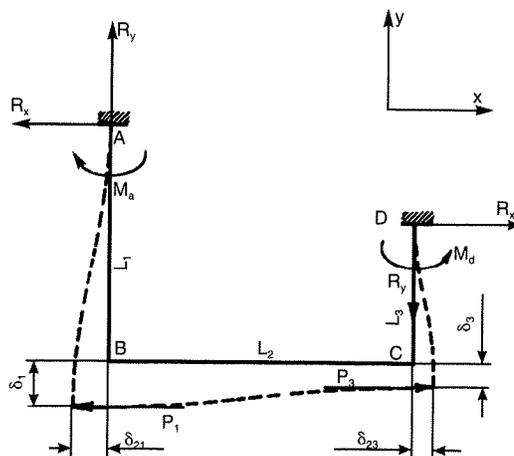


Fig. 6.4

Dessa expressão tira-se sucessivamente:

$$\frac{\delta_{21} + \delta_{23}}{\delta_{21}} = \frac{L_1^3 + L_3^3}{L_1^3}; \delta_{21} = \frac{L_1^3 + L_3^3}{L_1^3}; \delta_{21} = \delta_{23} \frac{L_1^3}{L_1^3 + L_3^3}.$$

Tem-se, finalmente:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{21} &= e L_2 \frac{L_1^3}{L_1^3 + L_3^3} \\ \delta_{23} &= e L_2 \frac{L_3^3}{L_1^3 + L_3^3} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

As fórmulas (11) dão a distribuição da dilatação total do lado L_2 sobre cada um dos lados L_1 e L_3 .

As tensões máximas nos três lados serão portanto:

$$\left. \begin{aligned} L_1: S_1 &= \frac{3 E_c D \delta_{21}}{L_1^2} = \frac{3 E_c D e L_2 L_1}{L_1^3 + L_3^3} = K \frac{L_2 L_1}{L_1^3 + L_3^3} \\ L_2: S_2 &= \frac{3 E_c D (\delta_{21} - \delta_{23})}{L_2^2} = \frac{3 E_c D e (L_1 - L_3)}{L_2^2} = K \frac{L_1 - L_3}{L_2^2} \\ L_3: S_3 &= \frac{3 E_c D \delta_{23}}{L_3^2} = \frac{3 E_c D e L_2 L_3}{L_1^3 + L_3^3} = K \frac{L_2 L_3}{L_1^3 + L_3^3} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Para que o sistema tenha flexibilidade suficiente, deveremos ter as três tensões máximas inferiores à tensão admissível S_a . Observemos que se tivermos $L_1 = L_3$, teremos também $\delta_{21} = \delta_{23}$ e $S_1 = S_3$; nesse caso (pelas hipóteses desse método), o lado L_2 não sofrerá nenhuma flexão, continuando retilíneo.

O cálculo dos momentos e forças de reação será feito de maneira análoga ao explicado no exemplo anterior. Teremos pois:

$$M_a = \frac{2 I S_1 E_h}{D E_c} = C S_1$$

$$M_d = \frac{2 I S_3 E_h}{D E_c} = C S_3.$$

As reações R_x serão iguais, em valor absoluto, às forças P_1 e P_3 exercidas pelo lado L_2 sobre os lados L_1 e L_3 , isto é, as forças fletoras desses lados. Teremos assim:

$$R_{xa} = P_1 = \frac{2 M_a}{L_1}$$

$$R_{xd} = P_3 = \frac{2 M_d}{L_3}$$

É fácil verificar que teremos sempre $R_{xa} = R_{xd}$, mesmo porque o sistema está em equilíbrio estático. As forças de reação R_y serão iguais, em valor absoluto, às forças P_2 que estão fletindo ao lado L_2 , correspondentes, portanto, ao momento fletor sobre esse lado:

$$R_y = \frac{2 C S_2}{L_2}$$

6.4 EXEMPLO NUMÉRICO

Verificar a flexibilidade e calcular as reações e momentos de reação da configuração indicada na Fig. 6.5.

Os dados são os seguintes:

- Tubo: 6" série 40.
- Material: aço-carbono ASTM A 53 Gr. A.
- Norma: ASME B 31.3.
- Temperatura de projeto: 360°C.

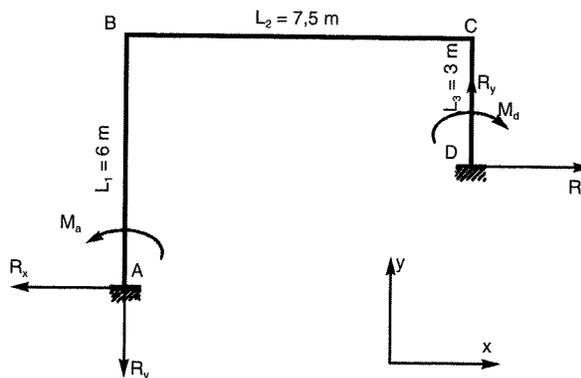


Fig. 6.5

Das tabelas apropriadas tiramos:

- Dilatação unitária: $e = 4,6 \text{ mm/m}$.
- Diâmetro externo: $D = 168,2 \text{ mm}$.
- Módulo de elasticidade a 360°C: $E_h = 174 \text{ 000 MPa}$
- Módulo de elasticidade em temperatura ambiente:
 $E_c = 2 \times 10^5 \text{ MPa}$.
- Tensão admissível a 360°C: $S_h = 11 \text{ 650 psi}$.
- Tensão admissível em temperatura ambiente: $S_c = 16 \text{ 000 psi}$.
- Momento de inércia: $I = 1170 \text{ cm}^4$.

De acordo com a norma, a tensão admissível para os esforços de dilatação será: $= S_a = f(1,25 S_c + 0,25 S_h)$. Substituindo:

$$S_a = 1,0 (1,25 \times 16 \text{ 000} + 0,25 \times 11 \text{ 650}) = 22 \text{ 915 psi} = 161 \text{ MPa}$$

As constantes para o cálculo das tensões e das reações serão:

$$K = \frac{3 E_c D e}{1\ 000\ 000} = \frac{3 \times 200\ 000 \times 168,2 \times 4,6}{1\ 000\ 000} = 464,2$$

$$C = \frac{20 I E_h}{D E_c} = \frac{20 \times 1\ 170\ 174\ 000}{168,2 \times 200\ 000} = 121,0$$

As tensões máximas serão então:

Lado L_1 :

$$S_1 = K \frac{L_2 L_1}{L_1^3 + L_3^3} = 464,2 \frac{7,5 \times 6}{6^3 + 3^3} = 85,9 \text{ MPa}$$

Lado L_2 :

$$S_2 = K \frac{L_1 - L_3}{L_2^2} = 464,2 \frac{6 - 3}{7,5^2} = 24,7 \text{ MPa}$$

Lado L_3 :

$$S_3 = K \frac{L_2 L_3}{L_1^3 + L_3^3} = 464,2 \frac{7,5 \times 3}{6^3 + 3^3} = 42,9 \text{ MPa}$$

O sistema tem, portanto, flexibilidade suficiente, já que todas as tensões máximas estão inferiores à tensão admissível S_a .

Os momentos e forças de reação serão:

$$M_a = C S_1 = 121,0 \times 85,9 = 10\ 393 \text{ mN}$$

$$M_a = C S_3 = 121,0 \times 42,9 = 5\ 190 \text{ mN}$$

$$R_x = \frac{2 M_a}{L_1} = \frac{2 \times 10\ 393}{6} = 3\ 464 \text{ N}$$

$$R_y = \frac{2 C S_2}{L_2} = \frac{2 \times 121,0 \times 24,7}{7,5} = 796 \text{ N}$$

6.5 CONFIGURAÇÃO EM Z

Consideremos agora uma configuração em Z como representada na Fig. 6.6. Essa configuração é semelhante à considerada anteriormente; a dilatação do lado L_2 também será distribuída entre os lados L_1 e L_3 , de maneira análoga à vista para a configuração em U. A flecha imposta ao lado L_2 será agora a soma das dilatações dos lados L_1 e L_3 : $\delta_2 = \delta_1 + \delta_3$.

Teremos então:

Tensões máximas nos lados:

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= K \frac{L_2 L_1}{L_1^3 + L_3^3} \\ S_2 &= K \frac{L_1 + L_3}{L_2^2} \\ S_3 &= K \frac{L_2 L_3}{L_1^3 + L_3^3} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Momentos e reações:

$$M_a = C S_1$$

$$M_d = C S_3$$

$$R_x = \frac{2 M_a}{L_1}$$

$$R_y = \frac{2 C S_2}{L_2}$$

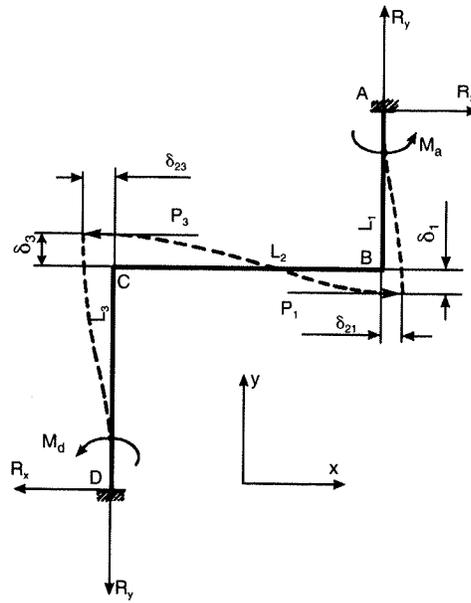


Fig. 6.6

Para facilitar o cálculo das configurações em L , em U e em Z existem formulários em que as diversas etapas de cálculo estão sistematizadas, como o exemplo mostrado na Fig. 6.7. No formulário representado nessa figura, estão repetidos os mesmos cálculos do exemplo numérico do Item 6.4.

6.6 CASO GERAL DE QUALQUER CONFIGURAÇÃO

Passemos agora para o caso geral de uma configuração qualquer, plana ou espacial, desde que satisfazendo às condições de aplicação desse método, vistas no Item 6.1.

Para essas configurações, deduzem-se fórmulas gerais que dão diretamente a distribuição da dilatação de cada lado sobre todos os outros. Essas fórmulas supõem que cada lado do sistema esteja submetido simultaneamente a duas flexões cujas flechas são paralelas às duas direções ortogonais perpendiculares à direção do lado considerado. Assim, um lado qualquer L_n , paralelo à direção x , estará submetido a duas flechas, uma δ_{ny} na direção y e outra δ_{nz} na direção z . Essa suposição é uma consequência direta da 2.ª hipótese vista no Item 6.1. As fórmulas que dão os valores de δ_{ny} e δ_{nz} são as seguintes:

$$\delta_{ny} = \frac{L_n^3 \Delta_y}{\sum L_x^3 + \sum L_z^3}; \quad \delta_{nz} = \frac{L_n^3 \Delta_z}{\sum L_x^3 + \sum L_y^3} \quad (14)$$

Para um outro lado qualquer L_p na direção y , teremos também duas flechas, δ_{px} e δ_{pz} nas direções x e z , respectivamente, cujos valores serão:

$$\delta_{px} = \frac{L_p^3 \Delta_x}{\sum L_y^3 + \sum L_z^3}; \quad \delta_{pz} = \frac{L_p^3 \Delta_z}{\sum L_x^3 + \sum L_y^3} \quad (14)$$

FLEXIBILIDADE DAS CONFIGURAÇÕES EM L, U e Z MÉTODO DA VIGA EM BALANÇO GUIADA (UNIDADES MÉTRICAS)						OBRA:					
						DES. Nº:					
						LINHA:					
						DATA:	REV:				
						POR:					
<p>CONFIGURAÇÃO L</p>			<p>CONFIGURAÇÃO U</p>			<p>CONFIGURAÇÃO Z</p>					
L1	6	m	L1³	216	L1	m	L3				
L1		m	L2³		L2	7,5	m	L3			
L2		m	L2³		L3	3	m	L3			
DIÂM. NOM. e espess.		6" Série 40		MOD. ELAST. a frio (E _c)		2,0 × 10 ⁸ kg/cm ²		MOM. INÉRCIA (I)		1,170 cm ⁴	
MATERIAL		ASTM A53 QnA		MOD. ELAST. a quente (E _s)		1,74 × 10 ⁸ kg/cm ²		$k = \frac{3E_c D_e}{10.000} = \frac{3 \times 2 \times 10^8 \times 16,82 \times 0,46}{10.000} = 650$		$C = \frac{21}{100} \frac{E_n}{D E_c} = \frac{2 \times 1170 \times 2}{100 \times 16,82 \times 1,74} = 1,210$	
TEMP. DE PROJETO		360 °C		TENSÃO adm. a frio (S _c)		1.090 kg/cm ²					
DILAT. UNITÁRIA (e)		0,46 cm/m		TENSÃO adm. a quente (S _s)		890 kg/cm ²					
DIÂM. EXTERNO (D)		16,82 cm		S _s = f (1,25 S _c + 0,25 S _s)		1.610 kg/cm ²					
FLEXIBILIDADE						CÁLCULO DAS REAÇÕES					
CONFIGURAÇÃO EM "L"	TENSÕES MÁXIMAS			MOMENTOS DE REAÇÃO			FORÇAS DE REAÇÃO				
	$S_1 = K \frac{L_2}{L_1^2}$	kg/cm ²		$M_a = C S_1$	m · kg		$R_y = \frac{2M_a}{L_2}$	kg			
	$S_2 = K \frac{L_1}{L_3^2}$	kg/cm ²		$M_c = C S_2$	m · kg		$R_x = \frac{2M_c}{L_1}$	kg			
CONFIGURAÇÕES EM "U" e "Z"	$S_1 = K \frac{L_2 L_1}{L_1^2 + L_3^2}$	$4.650 \frac{7,5 \times 6}{216 + 27} = 816$ kg/cm ²	$M_a = C S_1$	$1.210 \times 861 = 1.042$ m · kg		$R_x = \frac{2M_a}{L_1}$	$2 \times 1.042 = 348$ kg				
	$S = K \frac{L_1 \pm L_3}{L_2^2}$	$4.650 \frac{6 - 3}{56,2} = 249$ kg/cm ²				$R_y = \frac{2C \cdot S_2}{L_2}$	$2 \times 1.210 \times \frac{249}{7,5} = 80$ kg				
	$S = K \frac{L_2 L_3}{L_1^2 + L_3^2}$	$4.650 \frac{7,5 \times 6}{216 + 27} = 430$ kg/cm ²	$M_a = C S_1$	$1.210 \times 430 = 520$ m · kg							
NA FÓRMULA DE S ₂ : SINAL (+) PARA A CONFIGURAÇÃO "Z" e SINAL (-) PARA A CONFIGURAÇÃO "U"											

Fig. 6.7

E assim por diante, para qualquer outro lado, em qualquer das três direções ortogonais.

Nas fórmulas acima temos as seguintes notações:

$\Sigma L_x^3, \Sigma L_y^3, \Sigma L_z^3$: Valor absoluto dos somatórios dos cubos dos comprimentos de todos os lados paralelos a cada uma das direções, x , y e z , respectivamente.

Δ_x : Valor absoluto da soma algébrica das dilatações lineares dos lados paralelos à direção x , combinado com a soma algébrica dos movimentos de pontos extremos nessa mesma direção, caso existam.

Δ_y
 Δ_z } Definições análogas à de Δ_x , acima, referentes às direções y e z .

Δ_x, Δ_y e Δ_z são também as somas algébricas das flechas impostas a todos os lados, em cada uma das respectivas direções, resultantes do efeito combinado de dilatações e de movimentos de pontos extremos. A cada flecha imposta corresponderá uma tensão máxima, de acordo com a fórmula (3) do Item 6.2. Teremos então para os lados L_n e L_p acima citados:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Lado } L_n \left\{ \begin{array}{l} S_{ny} = \frac{3 E_c D \delta_{ny}}{L_n^2} = \frac{3 E_c D \Delta_y L_n}{\Sigma L_x^3 + \Sigma L_z^3} = K_y L_n \\ S_{nz} = \frac{3 E_c D \delta_{nz}}{L_n^2} = \frac{3 E_c D \Delta_z L_n}{\Sigma L_x^3 + \Sigma L_y^3} = K_z L_n \end{array} \right. \\ \\ \text{Lado } L_p \left\{ \begin{array}{l} S_{px} = \frac{3 E_c D \delta_{px}}{L_p^2} = \frac{3 E_c D \Delta_x L_p}{\Sigma L_y^3 + \Sigma L_z^3} = K_x L_p \\ S_{pz} = \frac{3 E_c D \delta_{pz}}{L_p^2} = \frac{3 E_c D \Delta_z L_p}{\Sigma L_x^3 + \Sigma L_y^3} = K_z L_p \end{array} \right. \end{array} \right\} \quad (15)$$

O sistema será considerado como tendo flexibilidade suficiente se tivermos todas as tensões máximas (relativas a todos os lados e a todas as direções) inferiores à tensão admissível.

As constantes K_x, K_y e K_z serão:

$$K_x = \frac{3 E_c D \Delta_x}{\Sigma L_y^3 + \Sigma L_z^3};$$

$$K_y = \frac{3 E_c D \Delta_y}{\Sigma L_x^3 + \Sigma L_z^3};$$

$$K_z = \frac{3 E_c D \Delta_z}{\Sigma L_x^3 + \Sigma L_y^3}.$$

Para uso prático com o sistema SI (com as mesmas unidades anteriormente referidas), essas constantes terão os denominadores multiplicados por 1 000 000. Para uso com

E_c em kg/cm^2 , D em mm, Δ em cm, e L em m, os denominadores deverão ser multiplicados por 10 000. Para uso com as unidades inglesas, isto é, E_c em psi, D e Δ em pol e L em pés, desaparecerá o 3 dos numeradores, e os denominadores serão multiplicados por 48.

Convém observar que a tensão máxima realmente atuando em cada lado será a resultante vetorial das duas tensões máximas acima referidas. Assim, a tensão máxima para o lado L_n será então:

$$S_n = \sqrt{S_{ny}^2 + S_{nz}^2}.$$

Na prática, não se costuma calcular essas tensões resultantes para compensar a não-consideração do efeito de torção e da flexibilidade nas mudanças de direção da tubulação. Note-se que no caso mais desfavorável, quando as duas tensões forem iguais, e portanto a resultante for a diagonal de um quadrado, a resultante será cerca de 40% maior do que cada tensão componente.

Para configurações planas, como não temos nenhum lado paralelo à direção z , resultará $\Delta_z = 0$. Cada um dos lados ficará submetido então apenas a uma flecha, isto é, os lados na direção x terão flechas na direção y e vice-versa.

É fácil verificar que as fórmulas dadas nos Itens 6.2, 6.3 e 6.5 para as tensões máximas das configurações L , U e em Z são casos particulares das fórmulas gerais acima.

O cálculo das configurações gerais fica facilitado pelo emprego de formulários em que as diversas etapas do cálculo estão sistematizadas, como o exemplificado na Fig. 6.10.

No caso de tubulações em que existam movimentos de pontos extremos (veja Item 5.4), o cálculo das tensões provenientes desses movimentos também pode ser feito pelo método da viga em balanço guiada. De acordo com as hipóteses básicas desse método, considera-se que o deslocamento de um ponto extremo em uma determinada direção seja absorvido integralmente pela flexão dos lados paralelos às outras duas direções ortogonais.

Suponhamos que na configuração em L da Fig. 6.8 o ponto C sofra um deslocamento Δ . Esse deslocamento será absorvido pela flexão do lado L_2 , cuja flecha imposta será o próprio deslocamento Δ . Bastará então comparar os valores da tensão causada no lado L_2 pela flexão Δ com a tensão admissível.

Em uma configuração espacial qualquer, se um dos pontos extremos se desloca de um valor Δ na direção y , por exemplo, tudo se passa como se tivéssemos: $\Delta_x = 0$, $\Delta_y = \Delta$, $\Delta_z = 0$, desenvolvendo-se todo o cálculo como já foi visto acima. Se tivermos deslocamentos em ambos os pontos extremos, o deslocamento de cálculo será a soma algébrica dos dois deslocamentos.

Quando o movimento de um ponto extremo tende a atenuar a dilatação, ou vice-versa, essa compensação só poderá ser considerada no cálculo se ambos os efeitos aconteceram

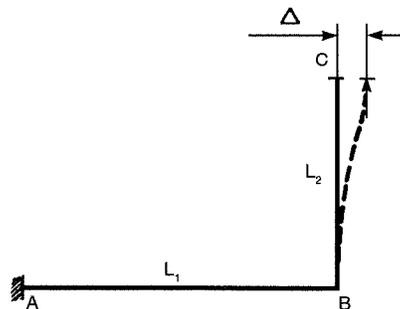


Fig. 6.8

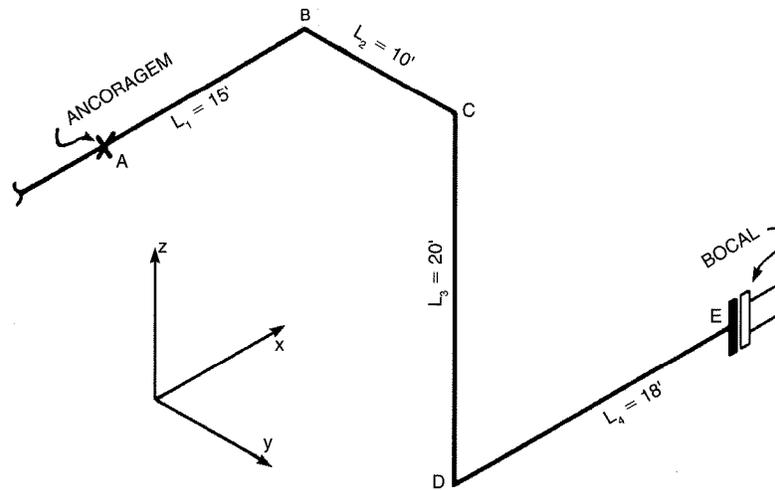


Fig. 6.9(a)

sempre simultaneamente. Desde que possa haver a hipótese, mesmo eventual, da ação isolada de um dos efeitos, o cálculo terá de se basear no pior caso.

6.7 EXEMPLO NUMÉRICO

Vamos verificar a flexibilidade da configuração indicada na Fig. 6.9(a).

Os dados são os seguintes:

- Tubo: 10" série 40.
- Material: aço-carbono ASTM A 106 Gr. A.
- Norma: ASME B 31.3.
- Temperatura de projeto: 700°F.

Das tabelas tiramos:

- Dilatação unitária: $e = 0,056$ pol/pé.
- Diâmetro externo: $D = 10,75$ ".
- Módulo de elasticidade em temperatura ambiente: $E_c = 29 \times 10^6$ psi.
- Tensão admissível a 700°F: $S_a = 22\,915$ psi.

Podemos fazer o seguinte quadro:

Lado	Direção	Sentido	Comprimento L	L^3	Dilatação $\delta = eL$
L_1	x	+	15	3 375	0,84
L_2	y	+	10	1 000	0,56
L_3	z	-	20	8 000	1,12
L_4	x	+	18	5 832	1,008

Para determinar os sinais correspondentes ao sentido das dilatações dos diversos lados, convencionou-se um sentido para cada uma das direções ortogonais x , y e z (dados pelas

setas na figura). Percorrendo-se então a tubulação a partir de um extremo até o outro, serão positivas as dilatações dos lados que forem percorridos no sentido da seta da respectiva direção ortogonal, e serão negativas as dilatações dos lados que forem percorridos em sentido contrário às setas. Assim, no exemplo da Fig. 6.9(a), percorrendo-se a tubulação desde o ponto A até o ponto E, serão positivas as dilatações δ_1 , δ_2 e δ_4 , e será negativa a dilatação δ_3 . Como só nos interessam os valores absolutos das dilatações totais, pouco importa se o resultado da soma algébrica seja positivo ou negativo. Os sinais das dilatações podem também ser incluídos no quadro, como mostrado.

$$\text{Calculemos em seguida: } \begin{cases} \Sigma L_x^3 = L_1^3 + L_4^3 = 3\,375 + 5\,832 = 9\,207 \\ \Sigma L_y^3 = L_2^3 = 1\,000 \\ \Sigma L_z^3 = L_3^3 = 8\,000 \end{cases}$$

$$\text{Resultará: } \begin{cases} \Sigma L_x^3 + \Sigma L_y^3 = 9\,207 + 1\,000 = 10\,207 \\ \Sigma L_x^3 + \Sigma L_z^3 = 9\,207 + 8\,000 = 17\,207 \\ \Sigma L_y^3 + \Sigma L_z^3 = 1\,000 + 8\,000 = 9\,000 \end{cases}$$

$$\text{Teremos para as dilatações totais: } \begin{cases} \Delta_x = 0,84 + 1,008 = 1,848'' \\ \Delta_y = 0,56'' \\ \Delta_z = 1,12'' \end{cases}$$

Calculemos agora as constantes K_x , K_y e K_z :

$$K_x = \frac{E_c D \Delta_x}{48 (\Sigma L_y^3 + \Sigma L_z^3)} = \frac{29 \times 10^6 \times 10,75 \times 1,85}{48 \times 9\,000} = 1\,333$$

$$K_y = \frac{E_c D \Delta_y}{48 (\Sigma L_x^3 + \Sigma L_z^3)} = \frac{29 \times 10^6 \times 10,75 \times 0,56}{48 \times 17\,207} = 211$$

$$K_z = \frac{E_c D \Delta_z}{48 (\Sigma L_x^3 + \Sigma L_y^3)} = \frac{29 \times 10^6 \times 10,75 \times 1,12}{48 \times 10\,207} = 712$$

As tensões máximas serão então:

$$\begin{aligned} \text{Lado } L_1: S_{1y} &= K_y L_1 = 211 \times 15 = 3\,165 \text{ psi} \\ S_{1z} &= K_z L_1 = 712 \times 15 = 10\,680 \text{ psi} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Lado } L_2: S_{2x} &= K_x L_2 = 1\,333 \times 10 = 13\,330 \text{ psi} \\ S_{2z} &= K_z L_2 = 712 \times 10 = 7\,210 \text{ psi} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Lado } L_3: S_{3x} &= K_x L_3 = 1\,333 \times 20 = \underline{26\,660 \text{ psi}} \text{ (maior tensão)} \\ S_{3y} &= K_y L_3 = 211 \times 20 = 4\,220 \text{ psi} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Lado } L_4: S_{4y} &= K_y L_4 = 211 \times 18 = 3\,798 \text{ psi} \\ S_{4z} &= K_z L_4 = 712 \times 18 = 12\,816 \text{ psi}\end{aligned}$$

Comparando os resultados acima com o valor da tensão admissível S_a , vemos que a tensão S_{3x} está superior a S_a . Isto significa que o lado L_3 está sendo submetido a um esforço acima do admissível, e que portanto a configuração não tem flexibilidade suficiente. Na prática, não há necessidade de se calcular todas as tensões máximas; bastará calcular, para cada lado, a maior tensão, que será a correspondente ao maior dos dois valores de K relativos ao lado em questão. Por exemplo, para o lado L_1 bastaria calcular S_{1z} , porque sabe-se antecipadamente que $K_z > K_y$.

Modifiquemos agora a configuração como mostrado na Fig. 6.9(b). O comprimento total da configuração inicial [da Fig. 6.8(a)] valia 63'; com a modificação feita o comprimento total passou para 73', com um acréscimo de 16%.

Note-se que, quando se modifica uma configuração para melhorar a flexibilidade, deve-se evitar, tanto quanto possível, a necessidade de novos suportes e fundações.

Repetindo os mesmos cálculos feitos acima, teremos:

Lado	Direção	Sentido	Comprimento L	L^3	Dilatação $\delta = eL$
L_1	x	+	15	3 375	0,84
L_2	z	+	5	125	0,28
L_3	y	+	10	1 000	0,56
L_4	z	-	25	15 625	1,40
L_5	x	+	18	5 832	1,008

$$\Sigma L_x^3 = 9\,207; \Sigma L_y^3 = 1\,000; \Sigma L_z^3 = 125 + 15\,625 = 15\,750$$

$$\Sigma L_x^3 + \Sigma L_y^3 = 10\,207; \Sigma L_z^3 + \Sigma L_z^3 = 9\,207 + 15\,750 = 24\,957$$

$$\Sigma L_y^3 + \Sigma L_z^3 = 1\,000 + 15\,750 = 16\,750$$

$$\Delta_x = 1,848''; \Delta_y = 0,56''; \Delta_z = 1,40 - 0,28 = 1,12''.$$

Observe-se que, apesar de termos modificado a configuração, as dilatações totais permaneceram as mesmas. É fácil de se comprovar que os valores das dilatações totais permanecem sempre os mesmos desde que não sejam alterados os pontos extremos de ancoragem, porque as dilatações dos diversos lados se compensam.

Teremos agora:

$$K_x = \frac{29 \times 10^6 \times 10,75 \times 1,85}{48 \times 10\,750} = 716$$

$$K_y = \frac{29 \times 10^6 \times 10,75 \times 0,56}{48 \times 24\,967} = 145$$

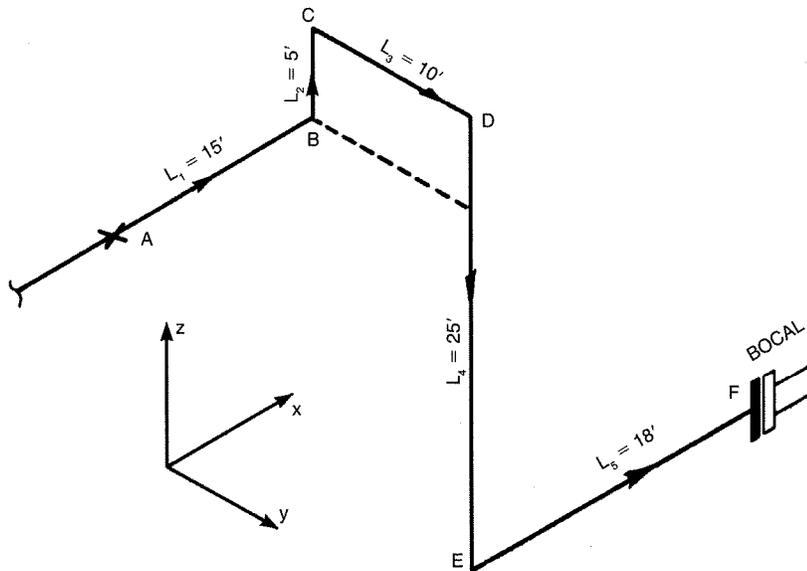


Fig. 6.9(b)

K_z : Mesmo valor anterior: 712

Calculando apenas a maior tensão para cada lado:

$$S_{1z} = K_z L_1 = 712 \times 15 = 10\,680 \text{ psi}$$

$$S_{2x} = K_x L_2 = 716 \times 5 = 3\,580 \text{ psi}$$

$$S_{3x} = K_x L_3 = 716 \times 10 = 7\,160 \text{ psi}$$

$$S_{4x} = K_x L_4 = 716 \times 25 = 17\,900 \text{ psi (tensão máxima)}$$

$$S_{5x} = K_z L_5 = 712 \times 18 = 12\,816 \text{ psi}$$

Temos agora todas as tensões máximas inferiores ao valor da tensão admissível, donde se conclui que a configuração tem flexibilidade suficiente. Convém observar que quando se tem em um sistema lados com tensões muito baixas (como é o caso dos lados L_2 e L_3 acima), é sinal de que o sistema está mal aproveitado, provavelmente devido à pouca simetria ou a desproporções entre os lados.

Os cálculos para a configuração final desse exemplo estão repetidos no formulário da Fig. 6.10.

6.8 COEFICIENTE DE CORREÇÃO DAS TENSÕES MÁXIMAS

Pode-se conseguir uma maior precisão no cálculo das tensões máximas com a introdução de um coeficiente de correção f que leva em conta o aumento de flexibilidade decorrente da não-rigidez dos ângulos. Esse coeficiente depende da posição relativa do lado considerado (lado extremo ou intermediário) e da proporção entre os lados. O coeficiente f , que é sempre maior do que um, está mostrado no gráfico C-14, do livro *Design of Piping Systems* da M. W. Kellogg, já citado, para alguns casos típicos(*). Os

(*) Esse gráfico, assim como outros gráficos da M. W. Kellogg, para o cálculo direto da flexibilidade de algumas configurações simples, estão reproduzidos no livro *Tabelas e Gráficos para Projetos de Tubulações*, de P. C. da Silva Telles e Darcy G. de Paula Barros.

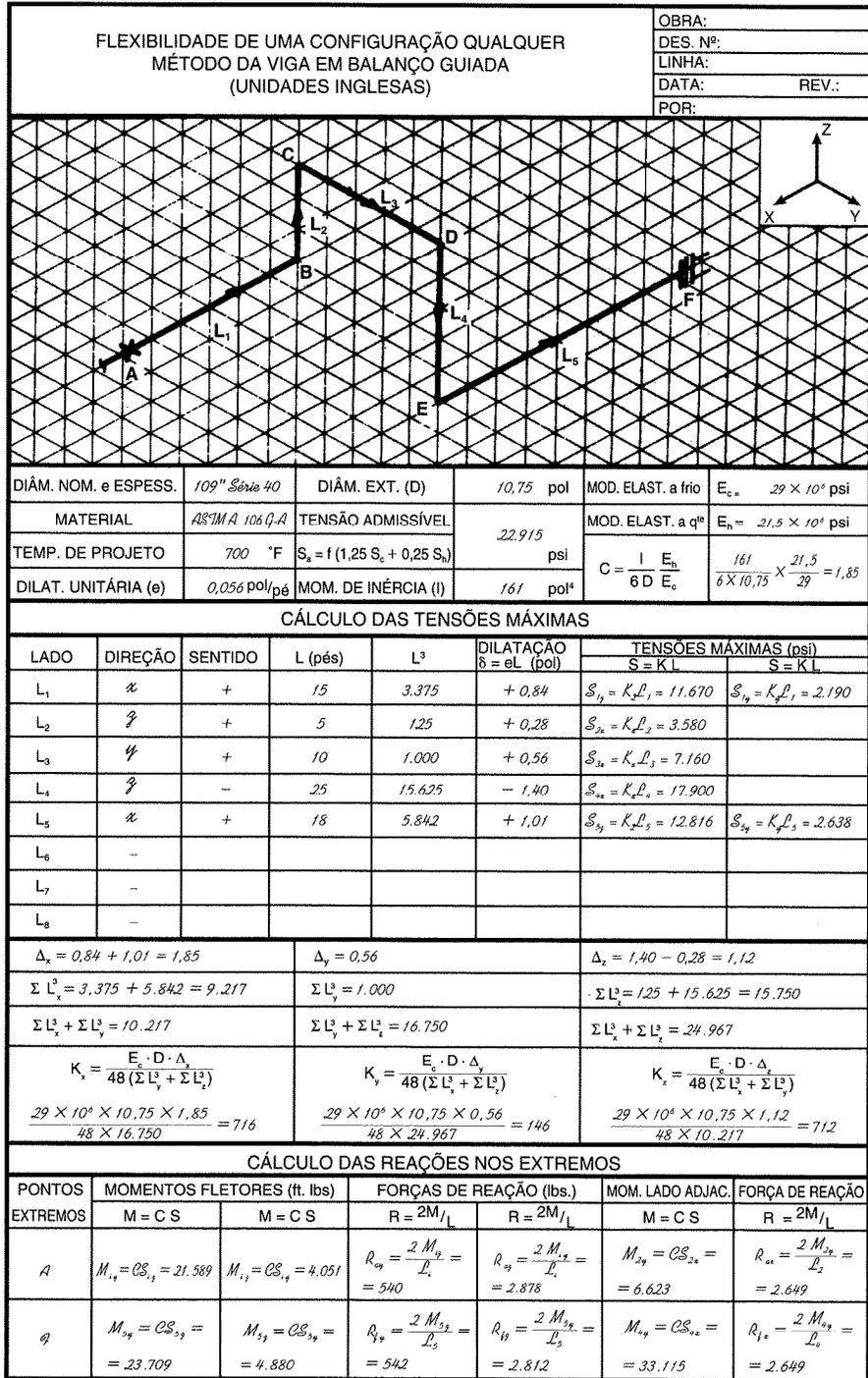


Fig. 6.10

valores calculados das tensões máximas devem ser divididos pelo coeficiente f , obtendo-se assim menores valores para essas tensões. Quando se emprega esse coeficiente de correção, recomenda-se que sejam calculadas as resultantes das tensões máximas de cada lado.

6.9 CÁLCULO DAS REAÇÕES NOS EXTREMOS

O cálculo das reações nos extremos fixos pelo método da “viga em balanço guiada” é muito grosseiro, dando apenas uma indicação aproximada para boa parte das configurações.

Os momentos de reação são calculados da mesma maneira já vista anteriormente, em função das tensões máximas desenvolvidas no primeiro e último lados. Tomemos por exemplo o lado extremo L_1 , ligado a um dos pontos fixos do sistema, e suponhamos que esse lado esteja na direção x . Teremos duas tensões máximas, S_{1y} e S_{1z} , nas direções y e z , respectivamente. O momento fletor correspondente à tensão S_{1y} será o momento M_{1z} , atuando segundo o eixo do z no plano xy . O outro momento fletor, correspondente à tensão S_{1z} , será o momento M_{1y} , atuando segundo o eixo dos y , no plano xz . Os valores desses momentos serão:

$$\left. \begin{aligned} M_{1z} &= \frac{2 I S_{1y}}{D} \frac{E_h}{E_c} = C S_{1y} \\ M_{1y} &= \frac{2 I S_{1z}}{D} \frac{E_h}{E_c} = C S_{1z} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

A constante C tem os valores já referidos no Item 5.2, para os diversos sistemas usuais de unidades. As forças de reação R_{ay} e R_{az} , que atuam segundo os eixos dos y e dos z , serão calculadas em função de M_{1z} e M_{1y} :

$$\left. \begin{aligned} R_{ay} &= \frac{2 M_{1z}}{L_1}; \\ R_{az} &= \frac{2 M_{1y}}{L_1}. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

A terceira força de reação R_{ax} , na direção do próprio lado L_1 , poderá ser avaliada aproximadamente calculando-se, pelas mesmas fórmulas acima, o momento fletor do lado adjacente ao lado considerado.

6.10 EXEMPLO NUMÉRICO

Vamos calcular as reações e momentos de reação agindo sobre os extremos de fixação do sistema já considerado no Item 6.7 (Fig. 6.11).

No ponto A teremos as três forças R_{ax} , R_{ay} e R_{az} , e os dois momentos M_{1z} e M_{1y} , o primeiro agindo no plano xy e o segundo no plano xz . Os sentidos de todas essas forças e momentos serão determinados imaginando-se a posição deformada do sistema e os esforços que estão sendo feitos sobre os pontos de fixação.

Para o cálculo da constante C temos:

— Momento de inércia: $I = 161 \text{ pol}^4$.

— Módulo de elasticidade a 700°F : $E_h = 21,5 \times 10^6 \text{ psi}$.

$$\text{Ficará então: } C = \frac{I E_h}{6D E_c} = \frac{161}{6 \times 10,75} \frac{21,5 \times 10^6}{29 \times 10^6} = 1,85$$

Os momentos no lado L_1 serão:

$$M_{1y} = C S_{1z} = 1,85 \times 10\ 680 = 19\ 758 \text{ pés} \cdot \text{lb}$$

$$M_{1z} = C S_{1y} = 1,85 \times 2\ 175 = 4\ 023 \text{ pés} \cdot \text{lb}$$

As reações correspondentes serão:

$$R_{ay} = \frac{2 M_{1z}}{L_1} = \frac{2 \times 4\ 023}{15} = 536 \text{ lb}$$

$$R_{az} = \frac{2 M_{1y}}{L_1} = \frac{2 \times 19\ 758}{15} = 2\ 634 \text{ lb}$$

A reação R_{ax} , na direção do próprio lado L_1 , será calculada pela tensão máxima S_{2x} , do lado adjacente L_2 ; essa tensão corresponde ao momento M_{2y} , no plano zx . Teremos então:

$$M_{2y} = C S_{2x} = 1,85 \times 3\ 580 = 6\ 623 \text{ pés} \cdot \text{lb}$$

$$R_{ax} = \frac{2 M_{2y}}{L_2} = \frac{2 \times 6\ 623}{5} = 2\ 649 \text{ lb}$$

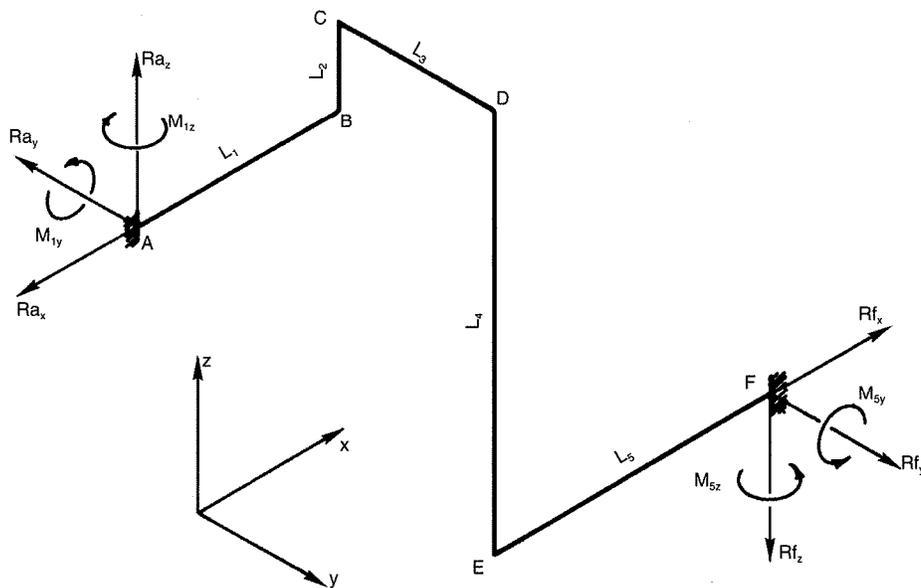


Fig. 6.11

Para os momentos e forças de reação no ponto F , teremos, analogamente:

$$M_{5y} = C S_{5x} = 1,85 \times 12\,816 = 23\,709 \text{ pés} \cdot \text{lb}$$

$$M_{5z} = C S_{5y} = 1,85 \times 2\,610 = 4\,828 \text{ pés} \cdot \text{lb}$$

$$R_{fy} = \frac{2 M_{5x}}{L_5} = \frac{2 \times 4\,828}{18} = 536 \text{ lb}$$

$$R_{fz} = \frac{2 M_{5y}}{L_5} = \frac{2 \times 23\,709}{18} = 2\,634 \text{ lb}$$

De maneira análoga à vista acima, a reação R_{fx} , na direção de L_5 , será calculada em função da tensão máxima S_{4z} , do lado L_4 . Teremos, pois:

$$M_{4y} = C S_{4x} = 1,85 \times 17\,900 = 33\,115 \text{ pés} \cdot \text{lb}$$

$$R_{fx} = \frac{2 M_{4y}}{L_4} = \frac{2 \times 33\,115}{25} = 2\,634 \text{ lb} \quad (15)$$

Observe-se que chegamos a $R_{ax} = R_{fx}$, $R_{ay} = R_{fy}$, e $R_{az} = R_{fz}$, igualdades que devem acontecer sempre, porque o sistema está em equilíbrio.

Note-se também que o cálculo das reações e dos momentos de reação nos extremos também pode obrigar a que se modifique a configuração, tendendo a dar maior flexibilidade, diminuindo assim os valores dessas reações e momentos.

6.11 EXEMPLO NUMÉRICO

Considerando o caso de uma tubulação sujeita a um movimento em um dos seus extremos, vamos verificar a flexibilidade da tubulação de 8", de descida de uma torre de fracionamento, como mostrado na Fig. 6.12. A tubulação tem um trecho vertical AB e outro horizontal BC ; no ponto C existe uma ancoragem, e no ponto D existe uma viga que deve ser aproveitada para suporte da linha. Os dados são os seguintes:

- Tubo: 8" série 40
- Material: aço-carbono API 5L Gr. A.
- Temperatura de projeto: 260°C.
- Movimento vertical, para cima, do ponto A , devido à dilatação da torre:
 $\delta_t = 92 \text{ mm}$

Das tabelas tiramos:

- Dilatação unitária: $e = 3,1 \text{ mm/m}$
- Módulo de elasticidade em temperatura ambiente: $E_c = 2,00 \times 10^5 \text{ MPa}$
- Diâmetro externo: $D = 219 \text{ mm}$
- Tensão admissível: $S_a = 163,6 \text{ MPa}$

A constante K para o cálculo das tensões máximas será:

$$K = \frac{3E_c D e}{1\ 000\ 000} = \frac{3 \times 2,0 \times 10^5 \times 219 \times 3,1}{1\ 000\ 000} = 407,3$$

Para o lado L_1 a tensão máxima S_1 será causada exclusivamente pela dilatação do lado L_2 ; teremos então:

$$S_1 = K \frac{L_2}{L_1^2} = \frac{407,3 \times 10,2}{12,8^2} = 25,3 \text{ MPa}$$

Este lado está, portanto, com flexibilidade suficiente.

Como estamos supondo a existência de um suporte fixo no ponto D (que impede os movimentos verticais), o trecho BD terá de absorver a dilatação do trecho AB e também o movimento vertical do ponto B , conseqüente da dilatação da torre. O movimento vertical do ponto B será a diferença entre o movimento do bocal A (para cima) e a dilatação do trecho AB (para baixo):

$$\delta_t - eL_1 = 92,0 - 3,1 \times 12,80 = 52,3 \text{ mm}$$

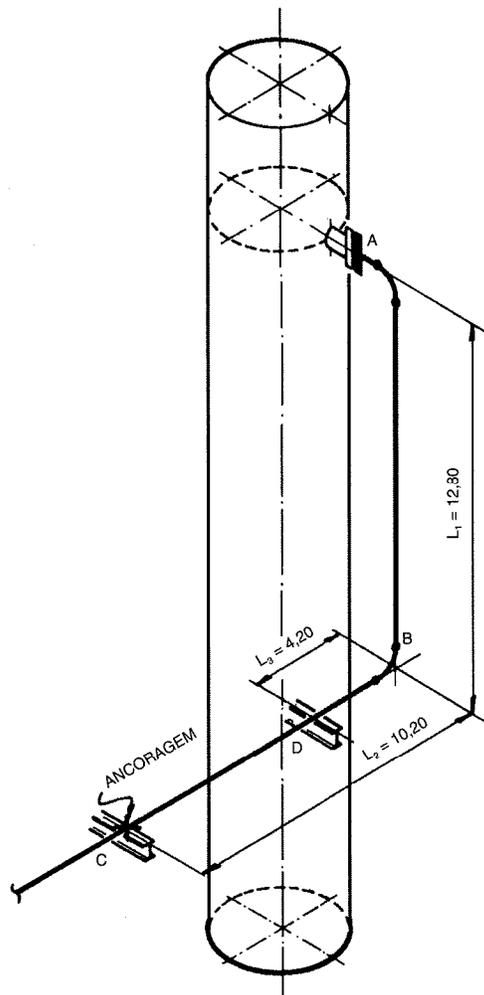


Fig. 6.12

O ponto *B* terá então um movimento para cima de 52,3 mm. Estamos supondo que o aquecimento da torre e da tubulação sejam sempre simultâneos. Se houvesse, por exemplo, uma válvula no ponto *A*, os aquecimentos poderiam não ser simultâneos (quando a válvula estivesse fechada), e nesse caso o trecho *DB* teria que absorver o maior movimento do ponto *B*, que seria o valor $\delta_t = 92,0$ mm.

A tensão máxima S_3 no trecho *BD* será assim:

$$S_3 = \frac{3 E_c D \delta_t}{10^6 L_3^2} = \frac{3 \times 2,0 \times 10^5 \times 219 \times 52,3}{10^6 \times 4,2^2} = 389 \text{ MPa}$$

Vemos que a tensão está acima da admissível, e portanto conclui-se que o trecho *BD* é incapaz de absorver o movimento vertical do ponto *B*.

Para resolver o problema teríamos, entre outras, duas soluções mais simples:

1. Deslocar o suporte *D* para a esquerda, na figura, com a finalidade de aumentar o valor de L_3 .
2. Colocar um suporte de molas no ponto *D*, permitindo o movimento vertical nesse ponto.

A primeira das soluções acima talvez não pudesse ser adotada porque ultrapassaria o vão livre admissível entre suportes, porque ficaria muito peso sobre o bocal *A*, ou porque não seria possível dispor de outra posição para a viga de suporte.

Para completar o cálculo de flexibilidade da tubulação exemplificada, deveríamos ainda calcular as forças e momentos de reação sobre os pontos *A* e *C*.