

# Capítulo 3 - Circuitos e medições elétricas



# 3.1 - Circuitos elétricos

## 3.1.1 - Circuitos com resistências

Pode-se montar circuitos resistivos combinando-se resistores em série e/ou em paralelo. A resistência equivalente é facilmente obtida considerando a lei de Ohm:

Em série:

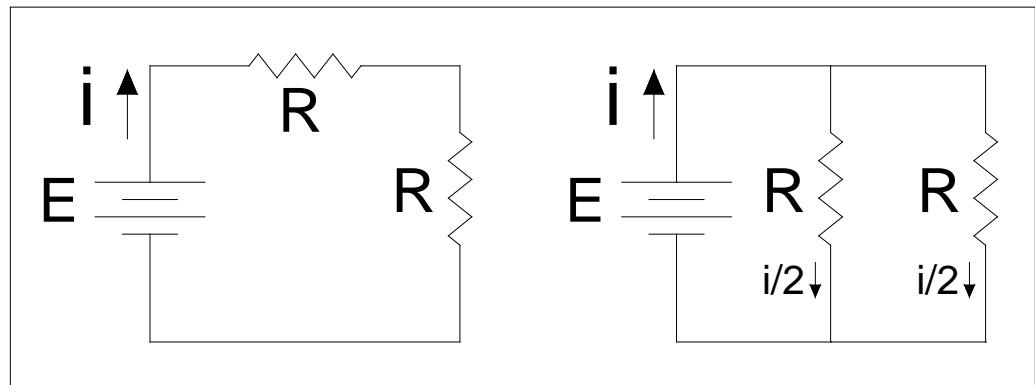
$$R_{\text{eq}} = R + R = 2R$$
$$i = E / 2R$$

Em paralelo:

$$1 / R_{\text{eq}} = 1 / R + 1 / R$$

$$R_{\text{eq}} = R / 2$$

$$i = 2E / R$$



### 3.1.2 - Circuitos com capacitores

Pode-se montar circuitos capacitivos combinando-se capacitores em série e/ou em paralelo. A capacidade equivalente é obtida considerando as equações da corrente elétrica e dos capacitores

Equação do capacitor

Capacitância = Carga / Tensão aplicada

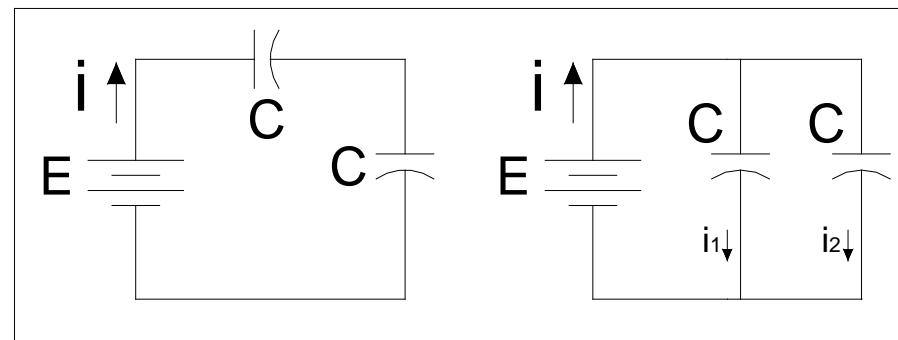
$$C = Q / E_C \quad E_C = Q / C$$

$$i = dQ/dt$$

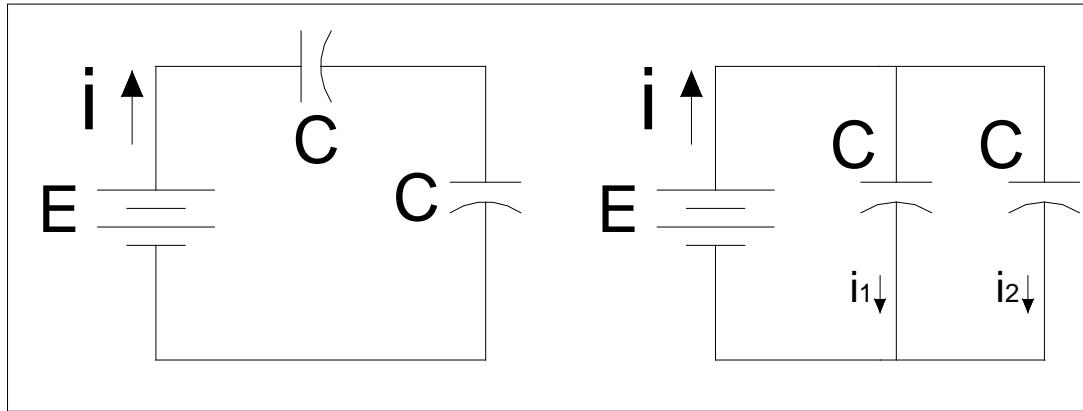
Corrente elétrica =

Taxa de variação da carga no tempo

$$[A] = [C/s]$$



Capacitores em série e em paralelo



Em série:

$$E = E_1 + E_2$$

$$E_1 = (1/C_1) \cdot \int i \cdot dt$$

$$E_2 = (1/C_2) \cdot \int i \cdot dt$$

$$E = E_1 + E_2 = [ (1/C_1) + (1/C_2) ] \cdot \int i \cdot dt$$

$$E = (1/C_{eq}) \cdot \int i \cdot dt$$

$$1/C_{eq} = 1/C_1 + 1/C_2$$

Em paralelo:

$$E = E_1 = E_2$$

$$E_1 \cdot C_1 = \int i_1 \cdot dt$$

$$E_2 \cdot C_2 = \int i_2 \cdot dt$$

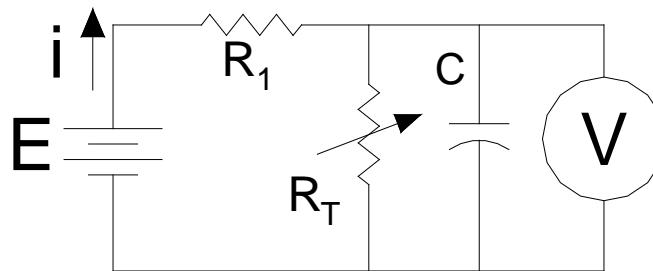
$$E \cdot (C_1 + C_2) = E \cdot C_{eq} = \int (i_1 + i_2) \cdot dt = \int i \cdot dt$$

$$C_{eq} = C_1 + C_2$$

### 3.1.3 – Circuitos com resistência e capacitores

#### A) Circuito R-C (filtro passa-baixo CC)

Ao conectar um capacitor C em paralelo ao termistor, no circuito de medição de temperatura, teremos a seguinte função de transferência, entre a tensão medida V e a tensão da fonte E :



$$\frac{V(s)}{E(s)} = \frac{R_T}{R_1 \cdot R_T \cdot C \cdot s + (R_1 + R_T)}$$

Ao dividirmos numerador e denominador por  $(R_1 + R_T)$  obtemos uma função de transferência de um instrumento de primeira ordem :

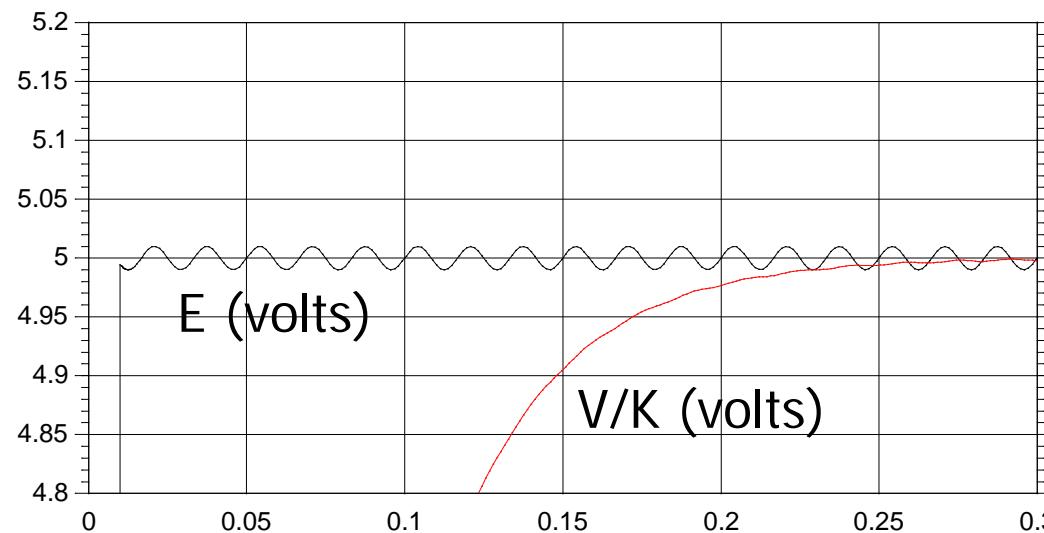
$$\frac{V(s)}{E(s)} = \frac{K}{\tau s + 1}$$

onde  $K = R_T / (R_1 + R_T)$  e  $\tau = R_1 R_T C / (R_1 + R_T)$

Em uma aplicação típica, os termistores possuem resistências variáveis entre 500 a 4.000  $\Omega$ , a resistência  $R_1$  é igual a 1.500  $\Omega$  e o capacitor possui capacitância de  $47\mu F = 47 \times 10^{-6} F$ .

Considerando a resistência do termistor igual a 1.500  $\Omega$ , obtém-se  $K = 0,5$  e  $\tau = 0,03525$ .

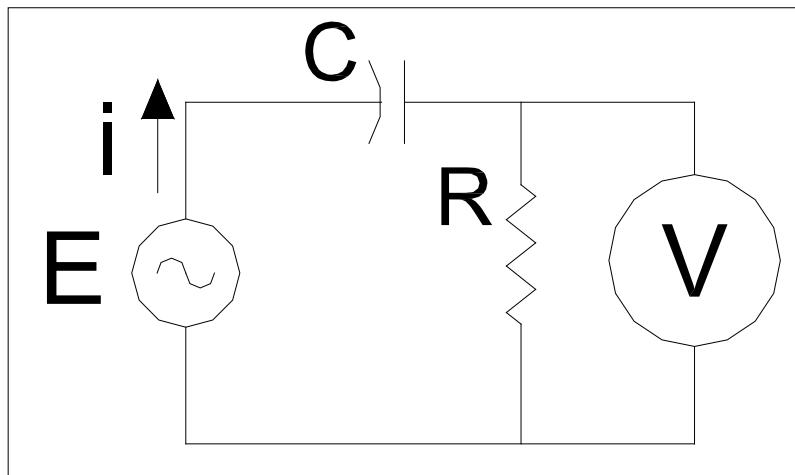
A resposta do instrumento (dividido pela sensibilidade K), a uma entrada  $E = 5 + 0,01 \operatorname{sen}(2\pi \cdot 60 t)$ , ou seja, uma tensão da fonte constante de 5 V acrescida de um ruído em 60 Hz de amplitude 0,01, é mostrada na figura abaixo:



Resposta de circuito com capacitor

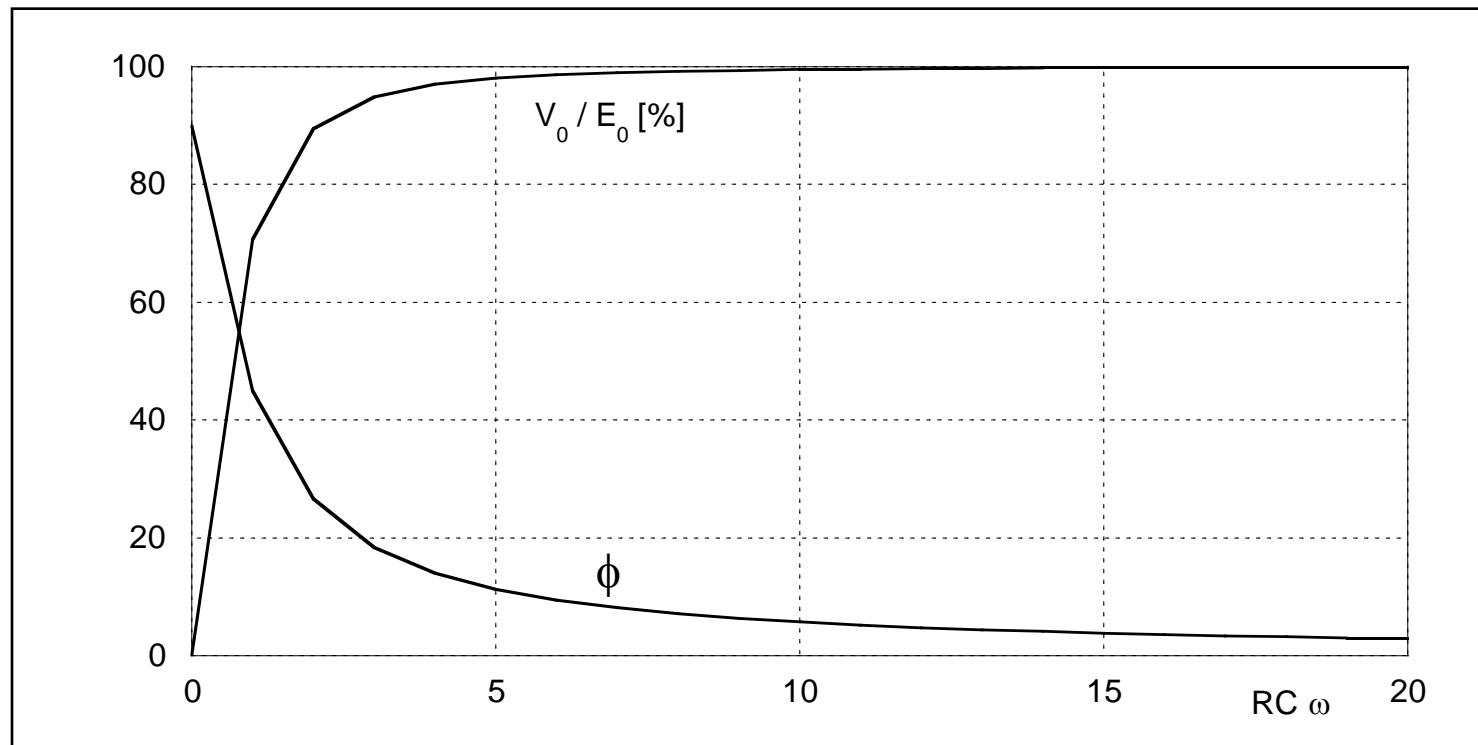
## B) Circuito CR (Filtro passa-alto CA)

Ao conectar em série um capacitor C e um resistor R em uma fonte CA, como no circuito elétrico da figura teremos a seguinte função de transferência, entre a tensão medida V e a tensão da fonte E :



$$\frac{V(s)}{E(s)} = \frac{R.C.s}{R.C.s + 1}$$

$$\frac{V(j\omega)}{E(j\omega)} = \frac{R.C.j\omega}{R.C.j\omega + 1} = \frac{R.C\omega}{\sqrt{(R.C\omega)^2 + 1}} \angle \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{1}{R.C\omega}\right)$$



## 3.2 - Medições elétricas

### 3.2.1 - Medição de resistência elétrica

#### 3.2.1.1 - Fonte de corrente

Trata-se da técnica aparentemente mais simples, mas que na verdade exige uma fonte de corrente constante.

Ela pode ser dividida em duas configurações básicas:

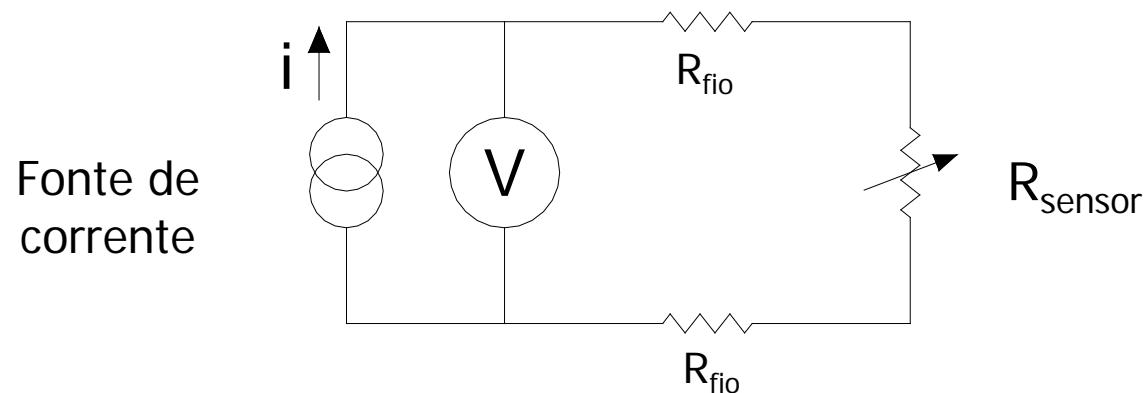
Medição a dois fios

Medição a quatro fios

## A) Medição a dois fios

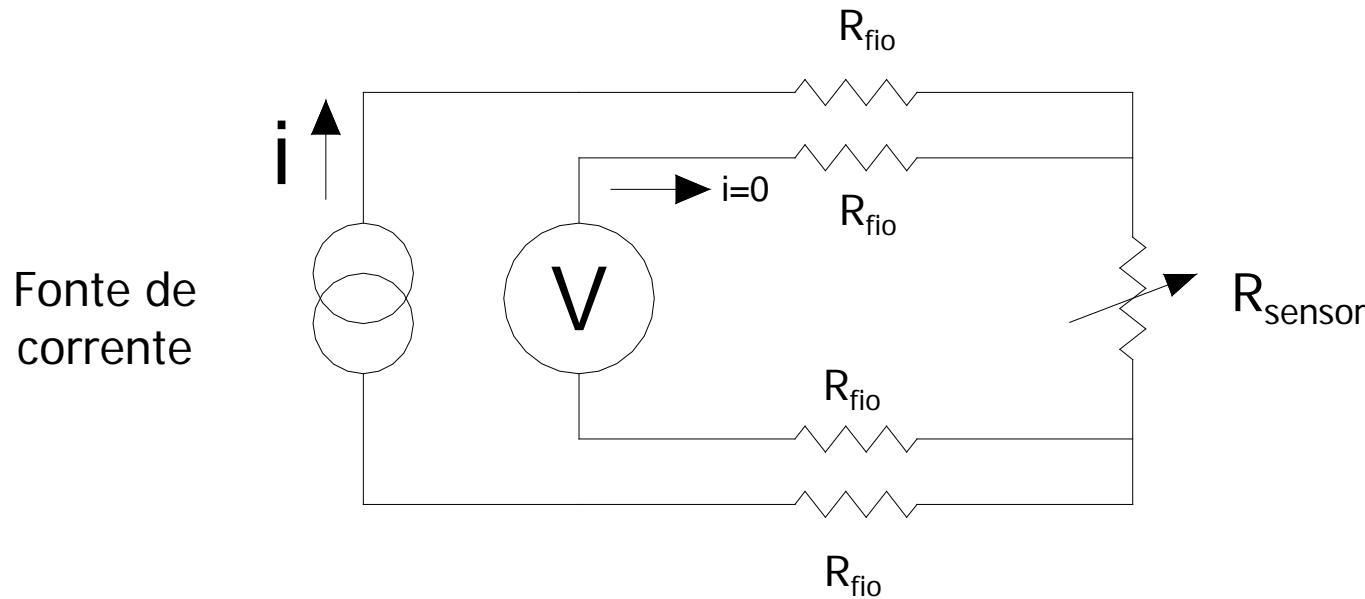
Conhecendo a intensidade da corrente, a resistência do sensor é obtida através da medição da queda de tensão.

Contudo nesse método o sinal é influenciado por variações da resistência elétrica do cabo (representado por  $R_{fio}$ ), especialmente se ele é longo e sujeito a variações de temperatura.



## B) Medição a quatro fios

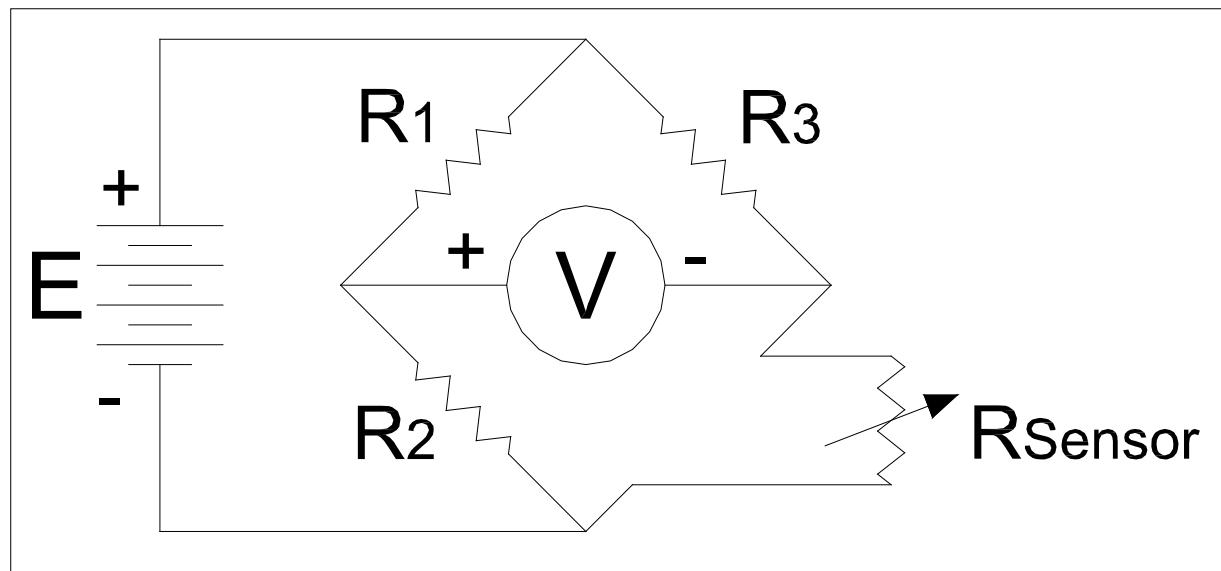
Nesse tipo de ligação o efeito da variação da resistência elétrica do cabo é compensado. A queda de tensão é medida junto ao sensor através de dois fios complementares.



Como a corrente que circula pelo voltímetro é praticamente nula, não ocorre queda de tensão nesses fios. A desvantagem desse sistema é a necessidade do cabo conter 4 fios, aumentando o custo.

### 3.2.1.2 - Ponte de Wheatstone

É a técnica mais utilizada pois necessita apenas de uma fonte de tensão, que é mais simples que uma fonte de corrente.



A) Ligação a dois fios - A tensão de saída (V) da ponte depende da relação entre os resistores e da tensão de alimentação (E), considerando que o medidor de tensão é de alta resistência e não existirá corrente no respectivo condutor.

A relação entre saída e entrada na ponte de Wheatstone e a expressão para  $R_{\text{sensor}}$  são respectivamente:

$$\frac{V}{E} = \frac{R_2}{R_2 + R_1} - \frac{R_{\text{sensor}}}{R_{\text{sensor}} + R_3}$$

$$R_{\text{sensor}} = R_3 \cdot \left[ \frac{E \cdot R_2 - V(R_1 + R_2)}{ER_1 + V(R_1 + R_2)} \right]$$

Da segunda equação observa-se que se  $V=0$  (ponte de Wheatstone balanceada) então:

$$\frac{R_{\text{sensor}}}{R_3} = \frac{R_2}{R_1}$$

A forma clássica de operação da ponte de Wheatstone consiste em ajustar o valor do resistor  $R_3$  de forma que o sinal de saída ( $V$ ) seja sempre nulo.

O inconveniente do modo de operação balanceado é a necessidade de ajuste do resistor  $R_3$ , dificultando operação automatizada.

B) Ligação a 3 fios - Nesse caso a efeito da variação da resistência do cabo é minimizado, com o custo de um cabo adicional, conforme mostrado na figura.

Com a ponte próxima da condição balanceada o efeito da variação da resistência elétrica do cabo A é minimizado pela variação do cabo C.

