

Capítulo XV

Equilíbrio de massas

15.1 - Forças da inércia

Referindo-nos à fig. 15.1, podemos escrever a seguinte expressão para o deslocamento  $x$  do pistão em função do ângulo  $\alpha$ , descrito pela manivela:

$$x = r(1 - \cos \alpha) + l(1 - \cos \beta) \quad (1)$$

sendo  $r$  o raio da manivela e  $l$  o comprimento da biela.

A velocidade do pistão,  $dx/dt$ , pode ser obtida derivando a equação (1) em relação ao tempo

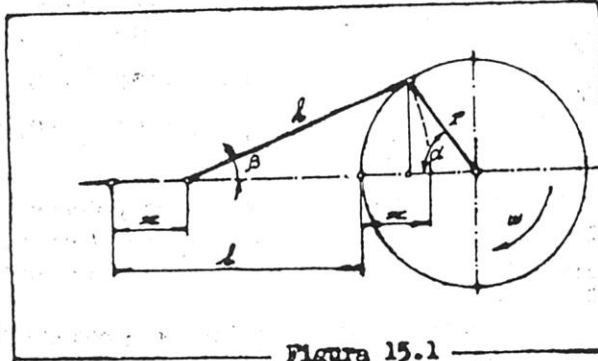


Figura 15.1

$$c = \frac{dx}{dt} = \frac{dx}{d\alpha} \cdot \frac{d\alpha}{dt} = r\omega \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \beta}$$

onde  $\omega = (d\alpha/dt)$  é a velocidade angular.

A segunda derivada nos fornece a aceleração do pistão:

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = \omega^2 \cdot r \left[ \frac{\cos(\alpha + \beta)}{\cos \beta} + \lambda \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \beta} \right]$$

sendo  $\lambda = r/l$ .

A expressão da aceleração pode ser desenvolvida em série de Fourier obtendo-se:

$$a = r\omega^2 (\cos \alpha + b_2 \cos 2\alpha + b_4 \cos 4\alpha + b_6 \cos 6\alpha + \dots)$$

onde

$$b_2 = \lambda + \frac{1}{4} \lambda^3 + \frac{15}{128} \lambda^5 + \dots$$

$$b_4 = -\frac{1}{4}\lambda^3 - \frac{3}{16}\lambda^5 - \dots$$

$$b_6 = \frac{9}{128}\lambda^5 + \dots$$

Os valores numéricos dos coeficientes  $b_2$ ,  $b_4$  e  $b_6$  para os diversos valores de  $\lambda$  são:

$\lambda$	1/2,5	1/3	1/3,5	1/4	1/4,5
$b_2$	0,4173	0,3431	0,2918	0,2540	0,2250
$b_4$	- 0,0182	- 0,0101	- 0,0062	- 0,0041	- 0,0280
$b_6$	0,0009	0,0003	0,0001	0,0001	0,0000

Para a maioria dos casos pode-se limitar a expressão da aceleração aos dois primeiros termos, e ainda substituir a expressão de  $b_2$  por  $\lambda$  simplesmente; obtém-se então

$$a = r \omega^2 (\cos \alpha + \lambda \cos 2\alpha)$$

É necessário tomar em consideração valores mais completos para a aceleração quando se trata de motores de rotação elevada e de bielas relativamente curtas.

A representação gráfica da variação da aceleração com  $\alpha$  pode ser vista na fig. 15.2 para diversos valores de  $\lambda$  e para o intervalo de  $0^\circ$  a  $180^\circ$  (PMS - PMI). Para os valores de  $180^\circ$  a  $360^\circ$ , a curva é simétrica.

As forças de inércia devidas ao movimento alternativo são obtidas pela multiplicação da massa das peças pela respectiva aceleração. Assim, teríamos (aproximadamente):

$$F_a = m_a r \omega^2 (\cos \alpha + \lambda \cos 2\alpha - \frac{\lambda^3}{4} \cos 4\alpha)$$

sendo  $F_a$  a força de inércia devida ao movimento alternativo da massa equivalente das peças  $m_a$ .

A força de inércia devida ao movimento de rotação é:

$$F_r = m_r r \omega^2$$

sendo  $m_r$  as massas das peças em rotação referidas ao raio "r".

As massas das peças componentes do sistema biela-manivela podem ser agrupadas da seguinte maneira:

1- Massas de movimento rotativo: braços e colos do eixo de manivelas

2- Massas de movimento misto: biela

3- Massas de movimento alternativo: pistão e, se existentes, a haste e a cruzeta.

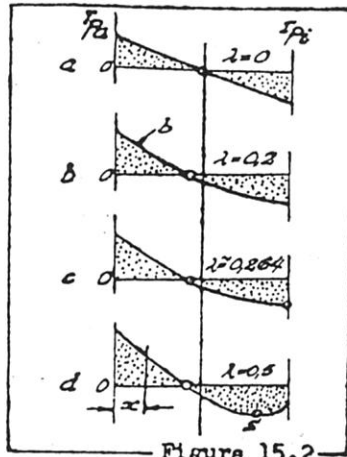


Figura 15.2

A) Forças devidas ao movimento de rotação pura

Como o movimento de rotação do eixo de manivelas é bastante uniforme, pode-se em geral desprezar os efeitos de seu momento de inércia. Para efeito do cálculo da força centrífuga  $F_r$  pode-se portanto considerar concentradas todas as massas em um único ponto de raio r.

Assim por exemplo as massas dos braços do eixo de manivelas de valor  $m_1$  (fig. 15.3), cujo centro de gravidade descreve um círculo de raio  $r_1$ , para efeito de cálculo da força centrífuga, podem ser consideradas como concentradas à distância r, tendo cada uma o valor  $m_1(r_1/r)$ .

A massa do eixo de manivelas para um cilindro, passa a ser:

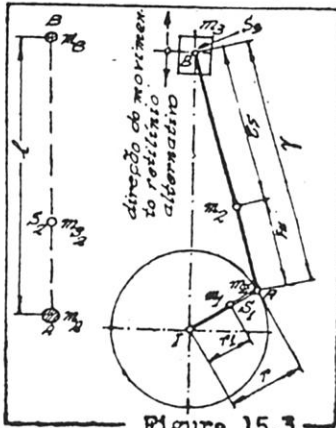


Figura 15.3

$$m_{em} = m_p + 2 m_1 \frac{r_1}{r}$$

onde

$m_{em}$  = massa equivalente do eixo de manivelas

$m_p$  = massa do pino

$m_1$  = massa de um braço.

B) Forças devidas a peças com movimento misto

No caso das bielas, pode-se proceder de três maneiras distintas:

b.1) - Desprezando-se o momento de inércia da biela, concentra-se a massa da biela nos dois extremos, de maneira a conservar fixa a posição do centro de gravidade. Tem-se assim (com a notação da fig. 15.3):

$$m_A = m_2 \frac{s_2}{l} \qquad m_B = m_2 \frac{s_1}{l}$$

b.2) - Querendo-se considerar o efeito do movimento de inércia da biela, pode-se dividir a massa em três partes, localizadas nas extremidades e no C.G.. Essas massas devem satisfazer as seguintes condições:

$$m_A + m_B + m_{S_2} = m_2$$

$$m_A \cdot s_1 - m_B \cdot s_2 = 0$$

$$m_A \cdot s_1^2 + m_B \cdot s_2^2 = J_{S_2}$$

As raízes deste sistema são:

$$m_A = \frac{J_{S_2}}{s_1 \cdot l} ; \qquad m_B = \frac{J_{S_2}}{s_2 \cdot l} ; \qquad m_{S_2} = m_2 - (m_A + m_B)$$

A massa  $m_{S_2}$  tem em geral valores pequenos. Como sua trajetória é composta de translação e rotação, as forças de inércia por ela provocadas terão o valor  $m_{S_2} \cdot a_{S_2}$ . Para a maioria dos casos, porém, não é necessário computar  $a_{S_2}$  (aceleração do ponto  $S_2$ ) e é suficientemente preciso uma distribuição estática da massa  $m_{S_2}$  entre os dois extremos. As massas obtidas são:

$$m'_A = m_{S_2} \frac{s_2}{l} \qquad m'_B = m_{S_2} \frac{s_1}{l}$$

$m'_A$  e  $m'_B$  somam-se respectivamente a  $m_A$  e  $m_B$ .

b.3) - Uma terceira maneira é impor como condições massa igual e momento de inércia em relação ao pino do pistão igual. O C.G. das massas resultantes não será porem necessariamente o mesmo da biela verdadeira. Para isto basta fazer

$$m_A = \frac{J_B}{l^2} \quad e \quad m_B = m_2 \cdot m_A$$

A determinação de  $J_B$  de uma biela já construída pode ser feita medindo-se o período de oscilação quando suspensa por B. Se  $T$  é o valor do período, resulta para o momento de inércia:

$$J_B = \frac{T^2}{4\pi^2} \cdot g \cdot m_2 \cdot s_2$$

onde  $g$  é o valor da aceleração da gravidade.

As massas assim obtidas somam-se às de movimento alternativo puro ou às de rotação pura, para cômputo das forças de inércia.

A força de inércia devida a  $m_{s_2}$  pode ser desprezada, mesmo porque em motores de vários cilindros esta força em geral se anula.

C) Forças devidas ao movimento alternativo

O produto das massas de movimento alternativo pela aceleração fornece as forças de movimento alternativo. Se considerarmos 3 termos da expressão da aceleração, resulta

$$F_{ma} = m_{ma} \cdot r \cdot \omega^2 (\cos \alpha + \lambda \cos 2\alpha - \frac{\lambda^3}{4} \cos 4\alpha)$$

Podemos fazer:

$$m_{ma} \cdot r \cdot \omega^2 = F_I$$

$$m_{ma} \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \lambda = F_{II}$$

$$-m_{ma} \cdot r \cdot \omega^2 \frac{\lambda^3}{4} = F_{IV}$$

e então

$$F_{ms} = F_I \cos \alpha + F_{II} \cos 2\alpha + F_{IV} \cos 4\alpha$$

15.2 - Balanceamento das forças de inércia num motor mono-cilíndrico

As forças de inércia devidas às massas em movimento de rotação anulam-se facilmente colocando-se uma massa igual numa posição diametralmente oposta.

Como não é possível colocar uma massa exatamente em oposição ao pino do eixo de manivelas, prolongam-se os dois braços no sentido a

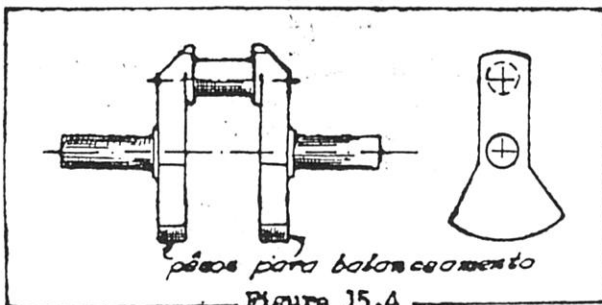


Figura 15.4

propriado e coloca-se metade da massa necessária em cada prolongamento (fig. 15.4).

As forças devidas ao movimento alternativo são as mais difíceis de anular. Em geral se coloca um contrapeso, diametralmente oposto ao colo de eixo de manivelas, de massa tal que a componente vertical de sua força de inércia tenha o valor metade da força alternativa  $F_I$ . Desta maneira, anula-se metade de  $F_I$ , porém introduz-se uma força de inércia horizontal de mesmo valor. A força de desequilíbrio resultante é porém menor do que  $F_I$  sem compensação.

Uma maneira de compensar completamente as forças

de inércia de 1ª e 2ª ordem de um motor de 1 cilindro pode ser apreciada na fig. 15.5. Dois contrapesos, presos em discos que giram com uma rotação  $\omega$  em sentidos opostos e num plano paralelo ao eixo de manivelas, anulam as forças de 1ª ordem; outros dois animados de rotação  $2\omega$ , anulam as de 2ª ordem. Esse dispositivo, pesado

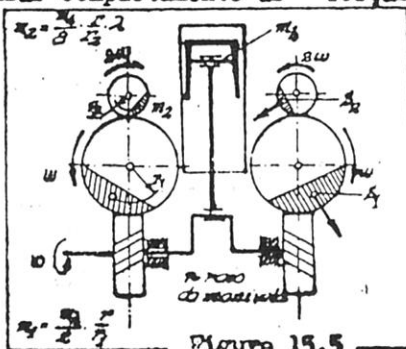


Figura 15.5

e dispendioso, é raramente empregado.

15.3 - Forças de inércia e seus momentos em motores de vários cilindros

A) Motores em linha

As forças  $F_I$ ,  $F_{II}$  e  $F_R = \omega^2 \cdot r \cdot m_r$  existem, no caso de motores pluricilíndricos, para cada cilindro individualmente. Fazendo-se a composição das forças, aparecem momentos que designaremos por:

- $M_I$  - momento devido às forças alternativas de 1ª ordem
- $M_{II}$  - momento devido às forças alternativas de 2ª ordem
- $M_R$  - momento devido às forças de rotação.

A composição das forças se faz, geralmente, de maneira tal que as resultantes tenham seus pontos de aplicação no centro de gravidade do motor; pode-se, porém, escolher qualquer plano para situar as resultantes, quando a resultante das forças é nula, pois os momentos neste caso independem do plano escolhido. Se as forças não se anulam, os momentos obtidos variam em função do plano escolhido, e neste caso convém escolher o plano que passa pelo C.G..

A-1) Composição das forças de rotação

As forças  $F_R$  são vetores com a direção da manivela a que correspondem, sentido dirigido radialmente para fora do eixo de rotação e módulo  $|m_r \cdot \omega^2 \cdot r|$ . A soma desses vetores nos fornece o vetor resultante  $F_{R_{res}}$ . O cálculo é em geral feito graficamente, para a precisão requerida. Para isso constroi-se um polígono com os vetores  $F_{R_1}, F_{R_2}, \dots, F_{R_n}$ , correspondentes aos cilindros 1, 2, ..., n. Se o polígono obtido for fechado, não há resultante; se for aberto, o vetor necessário para fechá-lo é a resultante.

A força resultante gira com a rotação do eixo de manivelas, é dirigida radialmente para fora e pode ser decomposta em componentes horizontal e vertical.

Quando, devido à compensação, a força resultante é nula, fato que ocorre em todos os eixos de manivelas de construção simétrica, a compensação é conseguida através de mo-

mentos que tendem a torcer e fletir o eixo de manivelas. Por isso é vantajoso anular as forças devidas à rotação com contrapesos individuais para cada manivela. Consegue-se desta maneira a anulação das  $F_R$ , com aparecimento de um esforço de tração apenas nos braços do eixo de manivelas, com alívio também para as cargas nos mancais.

A-2) Composição das forças  $F_I$

As forças  $F_I$  atuam no plano dos cilindros, tendo seu sentido e módulo variável segundo o cosseno do ângulo do girabrequim; é lícito, portanto, substituí-las pela projeção sobre o plano dos cilindros, de vetores girantes, cuja direção é a da manivela correspondente e com sentido radialmente para fora e módulo  $F_{I1}$ . Sua composição é feita de maneira análoga às forças  $F_R$ . A projeção vertical da resultante obtida é a resultante das forças  $F_I$ .

A-3) Composição das forças  $F_{II}$

As forças  $F_{II}$  podem ser substituídas por vetores girantes de módulo  $F_{II}$ , rotação  $2\omega$  e no restante análogamente como se faz com as forças  $F_I$ . É necessário construir um esquema dando a sequência das manivelas para ângulos de rotação multiplicados por 2. A fig. 15.6 ilustra o processo. Cada vetor girante tem a direção paralela à manivela correspondente.

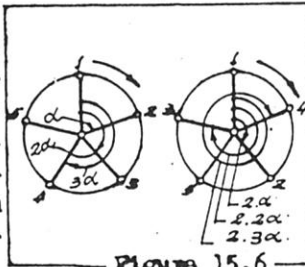


Figura 15.6

A-4) Composição de forças de ordem superior

As forças de ordem maior (IV, VI, etc.) são obtidas de maneira análoga, sendo representadas por vetores girantes de rotação  $4\omega$ ,  $6\omega$ , etc.. É interessante notar que sendo o ângulo percorrido entre duas explosões sucessivas igual a  $(720/z)$  no caso de motores 4 T e  $(360/z)$  no caso de motores 2T, o número de ordem que produz vetores girantes paralelos é todo aquele que, multiplicado pelo ângulo entre 2 explosões, der um valor inteiro múltiplo de  $360^\circ$ .

Por isso as forças que têm esse número de ordem não se compensam nos motores em linha.



A-5) Composição dos momentos devidos às forças de rotação

Os momentos devidos às forças de rotação sòmente aparecem se não se fez a anulação das forças de rotação com contrapesos individuais. A direção do vetor momento é perpendicular ao plano que contém a força  $F_{Ri}$  e o eixo de rotação. Seu sentido pode ser determinado pela regra do parafuso e seu módulo é o produto do módulo da força pela distância ao plano de referência.

Numa vista frontal do eixo de manivelas, os momentos ocupam posições que formam um ângulo de  $90^\circ$  com as respectivas manivelas, ficando atrasados em relação às mesmas, quando a rotação é no sentido horário. O sentido é radial para fora quando se trata de momentos relativos a

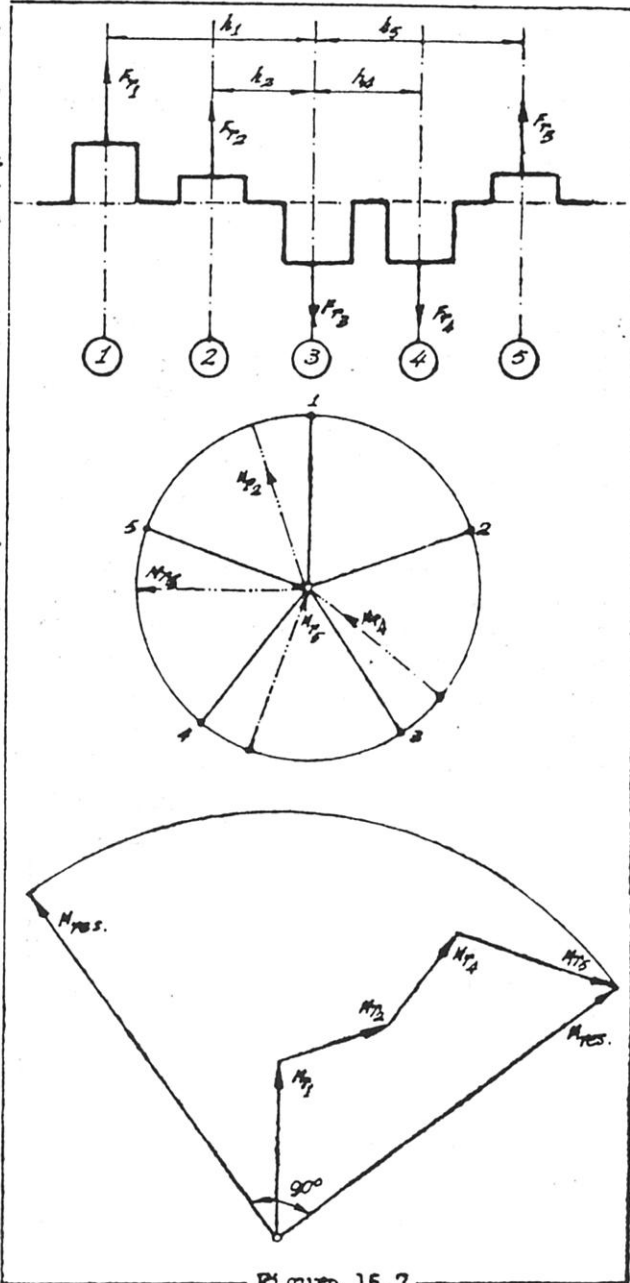


Figura 15.7

manivelas situadas à esquerda do centro de gravidade; para as manivelas da direita, o sentido do momento é de fora para dentro (fig. 15.7).

A composição pode ser feita graficamente de maneira análoga à já descrita anteriormente. Podem-se usar na construção gráfica direções paralelas às manivelas, girando depois de  $90^\circ$  para a esquerda a resultante obtida  $M_{res}$ .

A-6) Composição dos momentos devidos às forças alternativas de 1ª ordem

Os momentos das forças de inércia de 1ª ordem são obtidos pelos produtos das forças pelas respectivas distâncias ao plano de referência. De maneira análoga ao que foi feito para compor as forças de 1ª ordem, pode-se compor os momentos de 1ª ordem, substituindo-os por vetores girantes. É válida a mesma regra mnemônica usada na composição dos momentos  $M_R$ .

A resultante obtida é projetada no plano dos cilindros e em seguida girada para a esquerda de  $90^\circ$ , se as direções usadas forem as das manivelas. Pode-se decompor o momento devido às forças de rotação numa componente vertical e outra horizontal. A componente vertical vem reforçar o momento devido às forças alternativas de 1ª ordem e tende a imprimir um movimento oscilatório ao motor em torno de um eixo horizontal que passa pelo C.G. perpendicularmente ao eixo das manivelas. A componente horizontal provoca um movimento análogo em torno de um eixo vertical que passa pelo C.G..

A-7) Composição dos momentos  $M_{II}$  ou de ordem maior

Faz-se a composição de maneira idêntica à anterior, usando porém uma sequência de manivelas de 2ª ordem, como aquela usada para as forças  $F_{II}$ . De resto se procede análogamente aos casos anteriores.

Para momentos de ordem maior do que II, usam-se as sequências de manivelas correspondentes.

A-8) Determinação da sequência de manivelas mais interessante

Os momentos  $M_R$  podem ser calculados pelo uso conveniente de contrapesos; os momentos  $M_I$  e  $M_{II}$  e os de or

dem superiores não podem, porém, ser anulados facilmente.

Entretanto, eles são, felizmente, função da sequência de manivelas, que deve ser escolhida de maneira a obter-se um momento mínimo. As manivelas que são perfeitamente simétricas em relação ao plano do C.G. compensam-se de maneira completa; isto porém somente é possível nos motores de 4 tempos com número par de cilindros. Uma regra mnemônica para escolher a sequência de manivelas mais interessante é mostrada na fig. 15.8. A sequência obtida sempre fornece valores mínimos de  $M_R$  e  $M_I$ .

Se uma sequência diferente permite obter valores menores de  $M_{II}$ , isto acontece às custas do momento  $M_I$ , que se torna muito maior. Uma exceção é o motor de 12 cilindros a 2 tempos, para o qual uma sequência diferente daquela obtida pela figura 15.8 fornece momentos compensados até o de IIª ordem.

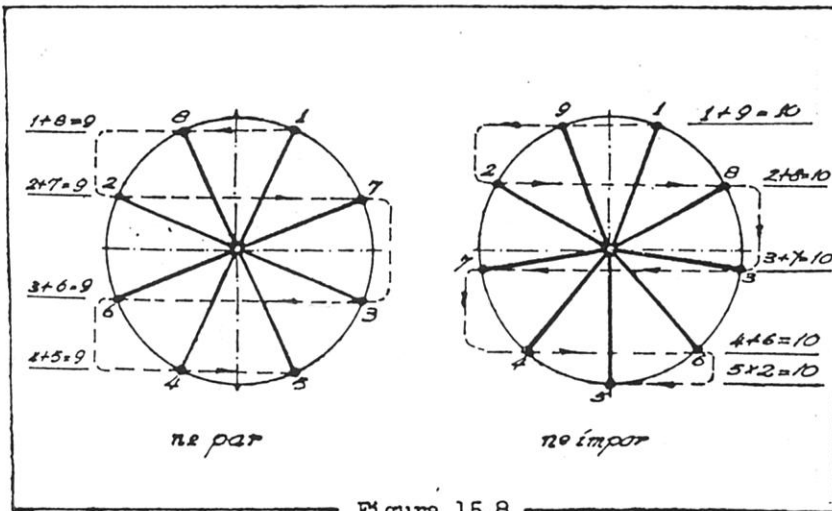


Figura 15.8

Nas tabelas 15-I e 15-II estão resumidas as melhores sequências de manivelas para motores de 2 e 4 tempos, respectivamente, de 1 a 12 cilindros. Nas mesmas tabelas aparecem os valores das forças e momentos não compensados, até de 2ª ordem.













Tabela 15.1

Forças de inércia e momentos para motores 4 Ø

clim- dros	disposição dos ma- niveis	$F_R$ kg <sup>2</sup>	$F_I$ kg <sup>2</sup>	$F_{II}$ kg <sup>2</sup>	$M_R$ kg <sup>2</sup> m	$M_I$ kg <sup>2</sup> m	$M_{II}$ kg <sup>2</sup> m
1		$m_p r \omega^2$	$m_a r \omega^2$	$m_a \lambda r \omega^2$	0	0	0
2		$2 m_p r \omega^2$	$2 m_a r \omega^2$	$2 m_a \lambda r \omega^2$	0	0	0
3		0	0	0	$1,732 m_p$ $.a r \omega^2$	$1,732 m_a$ $.a r \omega^2$	$1,732 m_a$ $.\lambda a r \omega^2$
4		0	0	$4 m_a \lambda r \omega^2$	0	0	0
5		0	0	0	$0,499 m_p$ $.a r \omega^2$	$0,499 m_a$ $.a r \omega^2$	$1,980 m_a$ $.\lambda a r \omega^2$
6		0	0	0	0	0	0
7		0	0	0	$0,267 m_p$ $.a r \omega^2$	$0,267 m_a$ $.a r \omega^2$	$1,006 m_a$ $.\lambda a r \omega^2$
8		0	0	0	0	0	0
9		0	0	0	$0,194 m_p$ $.a r \omega^2$	$0,194 m_a$ $.a r \omega^2$	$0,548 m_a$ $.\lambda a r \omega^2$
10		0	0	0	0	0	0
11		0	0	0	$0,153 m_p$ $.a r \omega^2$	$0,153 m_a$ $.a r \omega^2$	$0,382 m_a$ $.\lambda a r \omega^2$
12		0	0	0	0	0	0

Tabela 15.II

Forças de inércia e momentos para motores 2 T

cilindros	disposição das manivelas	$F_R$ kg*	$F_I$ kg*	$F_{II}$ kg*	$M_R$ kg*m	$M_I$ kg*m	$M_{II}$ kgm
1		$m_p \cdot r \cdot \omega^2$	$m_c \cdot r \cdot \omega^2$	$m_c \cdot \lambda \cdot r \cdot \omega^2$	0	0	0
2		0	0	$2m_c \lambda r \omega^2$	$m_p \cdot a r \omega^2$	$m_c \cdot a r \omega^2$	0
3		0	0	0	$1,732 m_p \cdot a r \omega^2$	$1,732 m_c \cdot a r \omega^2$	$1,732 m_c \lambda a r \omega^2$
4		0	0	0	$1,414 m_p \cdot a r \omega^2$	$1,414 m_c \cdot a r \omega^2$	$1,000 m_c \lambda a r \omega^2$
5		0	0	0	$0,499 m_p \cdot a r \omega^2$	$0,499 m_c \cdot a r \omega^2$	$1,980 m_c \lambda a r \omega^2$
6		0	0	0	0	0	$3,464 m_c \lambda a r \omega^2$
7		0	0	0	$0,267 m_p \cdot a r \omega^2$	$0,267 m_c \cdot a r \omega^2$	$1,006 m_c \lambda a r \omega^2$
8		0	0	0	$0,448 m_p \cdot a r \omega^2$	$0,448 m_c \cdot a r \omega^2$	0
9		0	0	0	$0,194 m_p \cdot a r \omega^2$	$0,194 m_c \cdot a r \omega^2$	$0,548 m_c \lambda a r \omega^2$
10		0	0	0	0	0	$0,898 m_c \lambda a r \omega^2$
11		0	0	0	$0,153 m_p \cdot a r \omega^2$	$0,153 m_c \cdot a r \omega^2$	$0,382 m_c \lambda a r \omega^2$
12		0	0	0	0	0	0

### B) Motores em "V"

Os motores em "V" são, em geral, constituídos por dois motores em linha agindo num único girabrequim.

O ângulo formado pelo "V", para que se obtenha uma sequência uniforme de explosões, deve ser metade ou um múltiplo ímpar da metade do ângulo percorrido pelo girabrequim entre duas explosões dum motor em linha. Assim, por exemplo, para um motor de 4 cilindros e 4 tempos, o ângulo em questão é  $(720/4) = 180^\circ$ ; a metade deste é  $90^\circ$ . O ângulo deverá ser, portanto, de  $90^\circ$  ou  $270^\circ$ . Para um motor de dois tempos e 4 cilindros o ângulo deverá ser  $(360/4 \times 2) = 45^\circ$ , ou então  $135^\circ$ .

As forças de inércia e seus momentos, nos motores em "V", obtêm-se pela composição das forças resultantes dos dois motores que o compõem.

No caso particular do motor em "V" de 2x4 cilindros, usava-se no início o eixo de manivelas de 4 cilindros convencional. Como porém a força alternativa de 2ª ordem não se cancela no motor de 4 cilindros, compoñdo-se no motor em V e formando uma força horizontal de amplitude maior do que em o motor em linha isolado, procurou-se outra solução. A composição num "V" de  $90^\circ$  de dois motores de 1 cilindro acarreta a composição das forças alternativas de 1ª ordem, dando como resultante uma força radial na mesma direção e sentido

de  $F_R$ . As forças de 2ª ordem se cancelam, pois estando as de 1ª defasadas de  $90^\circ$ , as de 2ª ordem estão em oposição. As forças de quarta ordem não se cancelam, mas se somam.

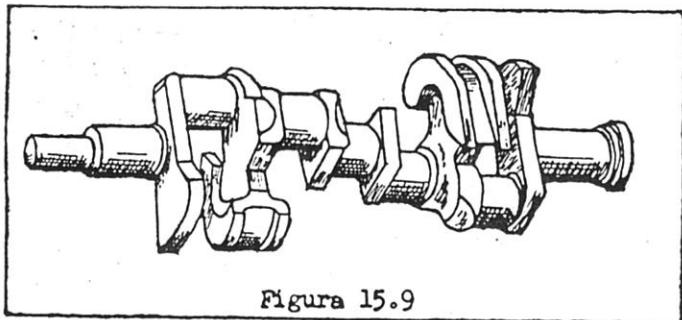


Figura 15.9

A composição de 4 motores em "V" de 2x1 cilindro forma os modernos motores "V-8", com uma sequência de manivelas 1-3-4-2 ou 1-2-4-3.

Os contrapesos necessários para equilibrar as forças  $F_R$  e  $F_I$  compostas são dispostos como mostra a figura 15.9. Essa construção do eixo foi aconselhada em 1907 porém adotada somente em 1923. Desde então tornou-se a forma definitiva dos eixos para motores "V-8".

C) Outros motores

Outros motores, como motores em estrela, em duplo V, etc., tratam-se de maneira idêntica aos anteriores, lembrando que as várias forças alternativas atuam nos eixos dos cilindros, e as forças devido à rotação na direção das manivelas. Determinadas as forças individuais, o transporte das mesmas para o plano do C.G. dá lugar aos momentos. Uma vez contidas no mesmo plano, compõe-se as forças, bem como os momentos segundo as regras da mecânica clássica.

D) Sequência de explosões

Uma vez determinada a sequência das manivelas por considerações de balanceamento, existem várias sequências de explosões possíveis. A escolha de determinada sequência não é influenciada por razões de balanceamento.

No motor de quatro cilindros, há duas sequências de explosões possíveis: 1-3-4-2 ou 1-2-4-3. Nenhuma das duas apresenta alguma vantagem em particular.

No caso de motor de seis cilindros, as sequências possíveis são as seguintes:

1-5-3-6-2-4	1-4-2-6-3-5
1-2-3-6-5-4	1-4-5-6-3-2
1-5-4-6-2-3	1-3-2-6-4-5
1-2-4-6-5-3	1-3-5-6-4-2

A escolha da sequência é motivada por razões de distribuição e escapamento, procurando-se evitar explosões seguidas em cilindros vizinhos. A sequência mais comum para o motor de 6 cilindros é 1-5-3-6-2-4.

No motor "V-8" há 16 sequências possíveis.

15.4 - Diagrama de forças tangenciais

As forças devidas aos gases bem como as forças de inércia alternativas transmitem-se ao eixo de manivelas através do sistema biela-manivela. A força útil que resulta no momento da torção é a força tangencial  $T$ , que age no pino da manivela tangencialmente ao círculo de raio  $r$ .

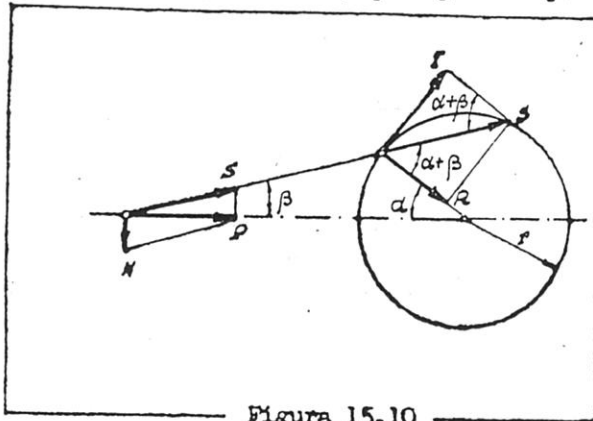


Figura 15.10

Uma força  $P$  agindo na extremidade da biela se decompõe numa força normal  $N$  que comprime o pistão contra a parede do cilindro e outra  $S$ , na direção da biela, de valor  $(P/\cos \beta)$ .

A força  $S$ , por sua vez, decompõe-se na força tangencial  $T$  e na força radial  $R$ . Pela fig. 15.10, vemos que

$$T = S \text{ sen } (\alpha + \beta)$$

$$R = S \text{ cos } (\alpha + \beta)$$

Substituindo o valor de  $S$  vem:

$$T = P \frac{\text{sen } (\alpha + \beta)}{\text{cos } \beta}$$

$$R = P \frac{\text{cos } (\alpha + \beta)}{\text{cos } \beta}$$

ou

$$T = P (\text{sen } \alpha + \text{cos } \alpha \cdot \text{tg } \beta).$$

Porém considerando que  $\beta$  tem valores bastante pequenos, pode-se admitir que  $\text{tg } \beta = \text{sen } \beta$ , sem cometer um erro grande. Lembrando ainda que  $\text{sen } \beta = \lambda \text{ sen } \alpha$

$$T = P (\text{sen } \alpha + \lambda \text{ cos } \alpha \cdot \text{sen } \alpha) = P (\text{sen } \alpha + \frac{\lambda}{2} \text{ sen } 2\alpha)$$



Esta expressão permite calcular o valor de  $T$ , conhecendo-se  $P$ .

A) Forças tangenciais devidas às forças de inércia

As forças alternativas de inércia são dadas pela expressão:

$$P = - m_a \omega^2 r (\cos \alpha + \lambda \cos 2\alpha)$$

onde foram desprezados os termos de ordem superior à 2ª. O sinal (-) foi usado porque no primeiro quadrante as forças de inércia se opõem ao movimento.

Substituindo o valor de  $P$  na expressão de  $T$ , obtemos:

$$\begin{aligned} T &= - m_a \omega^2 r (\cos \alpha + \lambda \cos 2\alpha) (\sin \alpha + \frac{1}{2} \lambda \sin 2\alpha) = \\ &= - m_a \omega^2 r (\cos \alpha \cdot \sin \alpha + \frac{1}{2} \lambda \sin 2\alpha \cdot \cos \alpha + \\ &\quad + \lambda \sin \alpha \cdot \cos 2\alpha + \frac{1}{2} \lambda^2 \cos 2\alpha \cdot \sin 2\alpha) \end{aligned}$$

Lembrando que

$$\sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha$$

$$2 \sin 2\alpha \cdot \cos \alpha = \sin 3\alpha + \sin \alpha$$

$$2 \sin \alpha \cdot \cos 2\alpha = \sin 3\alpha - \sin \alpha$$

$$2 \sin 2\alpha \cdot \cos 2\alpha = \sin 4\alpha$$

vem

$$T = m_a \omega^2 r \left( \frac{1}{4} \sin \alpha - \frac{1}{2} \sin 2\alpha - \frac{3}{4} \lambda \sin 3\alpha - \frac{\lambda^2}{4} \sin 4\alpha \right)$$

A expressão supra representa as forças tangenciais devidas às forças de inércia de um motor de 1 cilindro, desprezados os termos superiores aos de 4ª ordem (Ver fig. 15.11)

As forças tangenciais de inércia para vários cilindros podem ser obtidas pela soma dos termos relativos a cada cilindro, levadas em conta as diferenças de fase, ou então substituindo na expressão de  $T$  as forças de inércia livres

obtidas quando se tratava do balanceamento dos motores.

B) Fôrças tangenciais devidas às pressões dos gases

As pressões dos gases podem ser obtidas do diagrama indicado. Sua transferência em fôrças tangenciais pode ser feita pela substituição na expressão de  $T$ , ou então gráficamente (ver fig. 15.12).

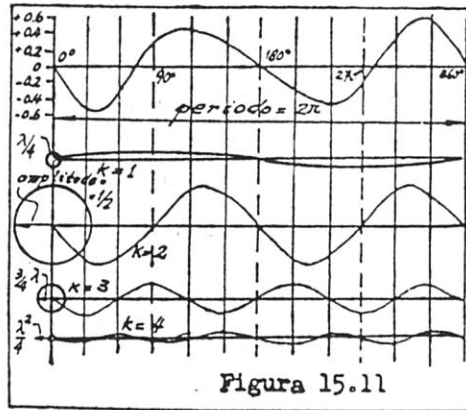


Figura 15.11

No triângulo AOB, valem as seguintes relações:

$$\frac{T'}{P} = \frac{\text{sen}(\alpha + \beta)}{\text{sen}(90 - \beta)} = \frac{\text{sen}(\alpha + \beta)}{\text{cos} \beta}$$

e

$$T' = P \frac{\text{sen}(\alpha + \beta)}{\text{cos} \beta}$$

Logo o segmento  $\overline{OB} = T'$  representa a fôrça  $T$  para qualquer valor de  $\alpha$ .

Os diagramas de fôrças tangenciais obtidos para cada cilindro tem periodicidade de  $720^\circ$  para motores 4T e  $360^\circ$  para os 2T.

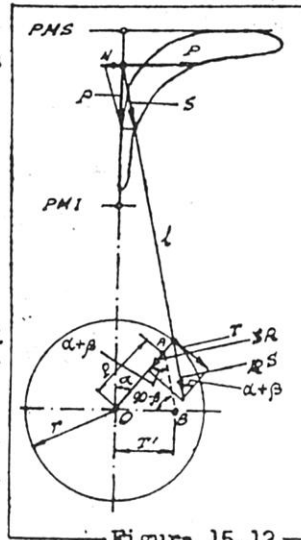


Figura 15.12

Pode-se fazer a análise harmônica dos diagramas pela série de Fourier. As componentes obtidas são atribuídos números de ordem (o número de ordem é o número de periodicidades, para 1 volta do girabrequim). Como os termos da série de Fourier são relativos a um período completo, nos motores de 4 tempos teremos números de ordem  $1/2$ ; 1;  $1 1/2$ ; etc..

A tabela 15-III representa as amplitudes das várias componentes das fôrças tangenciais para motores diesel de 4T simples efeito e de 2T simples e duplo efeito. A possibi

lidade de tabular os valores deriva do fato de serem os diagramas indicados praticamente os mesmos, para estes motores.

Uma composição gráfica de um diagrama de forças tangenciais e a correspondente análise harmônica pode ser apreciada na fig. 15.13.

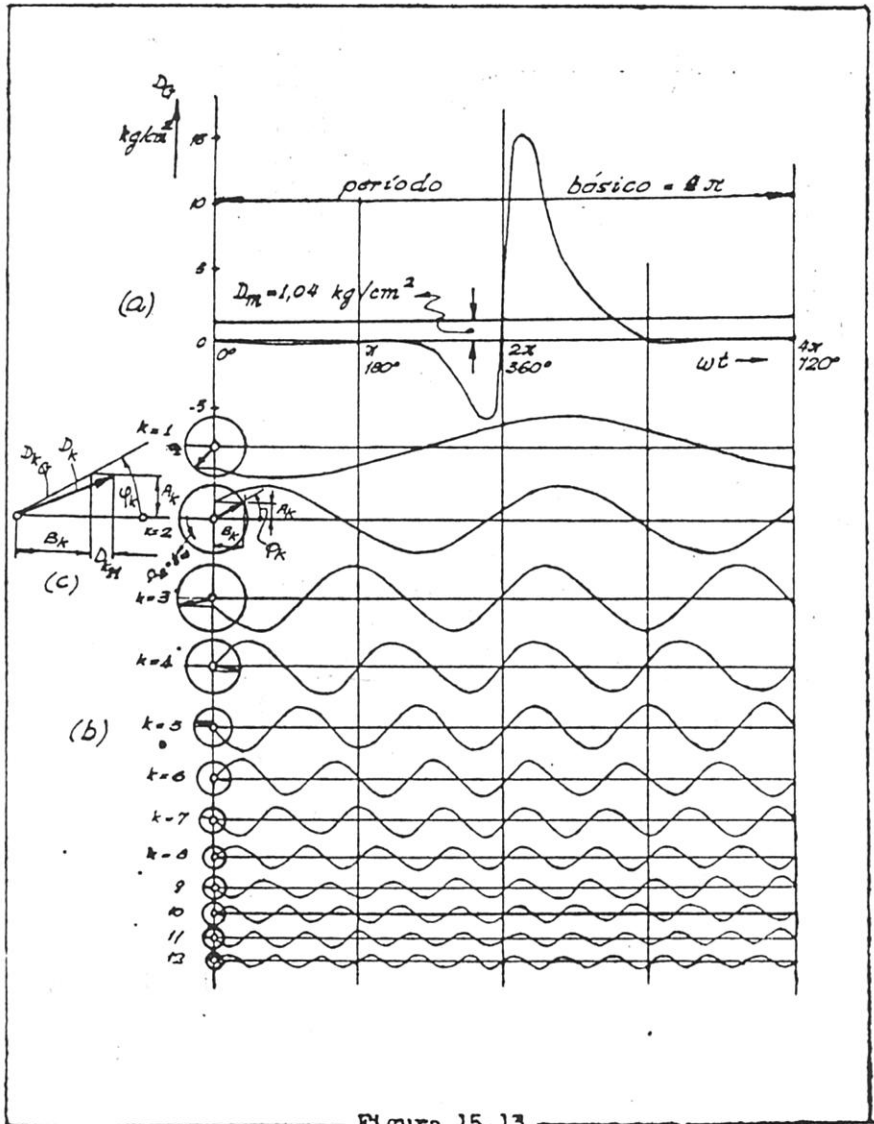


Figura 15.13

Tabela 15-III

Nº de ordem	4 T SE	2 T		Nº de ordem	4 T SE	2 T	
		SE	DE			SE	DE
1/2	2,35	-	-	7	0,27	0,70	0,46
1	2,81	4,88	0,87	7 1/2	0,21	-	-
1 1/2	2,82	-	-	8	0,17	0,47	0,47
2	2,46	4,66	8,17	8 1/2	0,14	-	-
2 1/2	2,09	-	-	9	0,11	0,23	0,17
3	1,71	3,09	1,54	9 1/2	0,095	-	-
3 1/2	1,41	-	-	10	0,082	0,19	0,29
4	1,12	2,17	3,16	10 1/2	0,072	-	-
4 1/2	0,87	-	-	11	0,066	0,16	0,098
5	0,69	1,52	1,03	12	0,055	0,09	0,084
5 1/2	0,55	-	-	16	-	-	0,074
6	0,43	0,94	1,20	20	-	-	0,026
6 1/2	0,34	-	-	24	-	-	0,016

### 15.5 - Cálculo do volante

Conhecendo-se o diagrama de forças tangenciais devidas aos gases para cada cilindro, pela simples soma dos harmônicos (levando em conta as fases) pode-se obter o diagrama total do motor. A este somam-se as forças tangenciais devidas às forças de inércia, obtendo-se assim a variação do momento de torção T.r em função do ângulo.

A variação de energia cinética do volante

$$\Delta E = \frac{1}{2} J (\omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2)$$

deve ser igual à variação de trabalho do momento de torção em relação ao momento médio.

A expressão

$$\frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_{\text{médio}}} = \epsilon$$

define o grau de irregularidade. Ele é escolhido de acordo com a aplicação a que se destina o motor.

Finalidade	$\epsilon$
bombas e ventiladores	1/20 a 1/30
dínamos (C.C.)	1/150 a 1/200
alternadores	1/300
motores de automóveis	1/180 a 1/300
motores de avião	até 1/1000

---