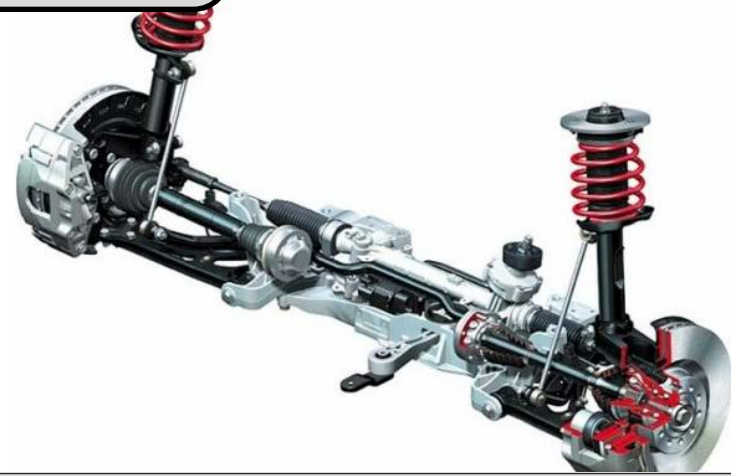




Eixos e árvores



1.1 Conceitos fundamentais

1.2 Considerações sobre fabricação

1.3 Considerações sobre projeto

Eixos e árvores

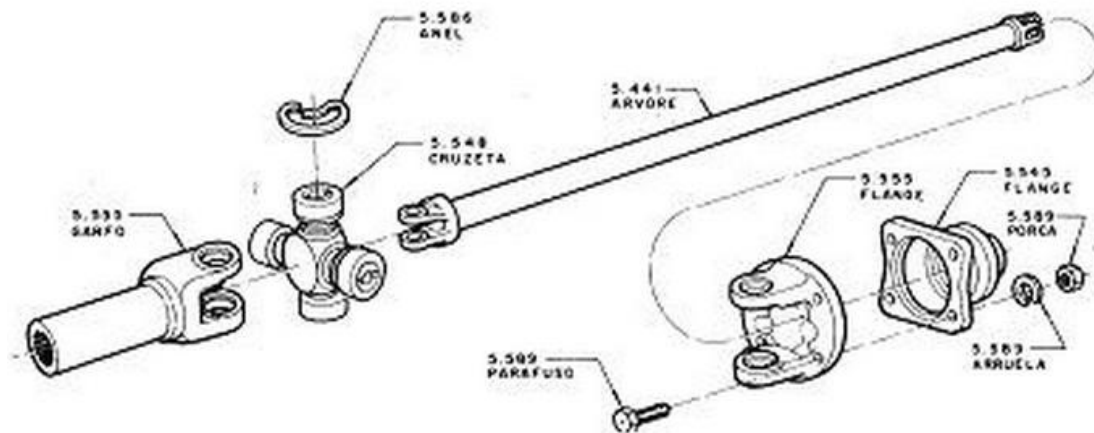
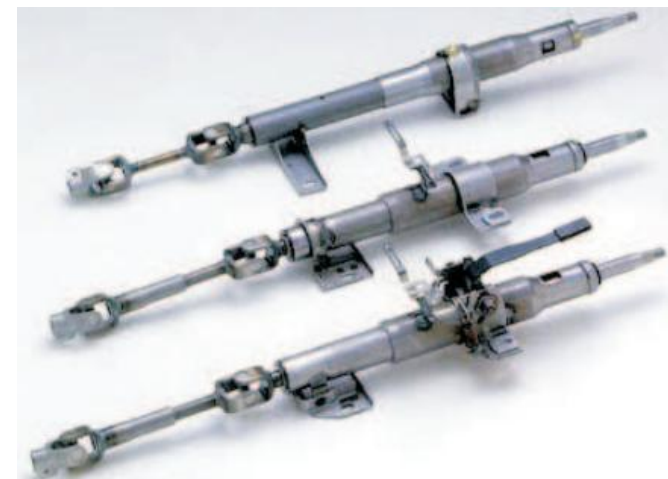
Conceitos fundamentais

- **Eixo** usualmente se refere a um elemento relativamente longo de seção transversal circular que **suporta elementos** que giram sobre eles (em mancais).



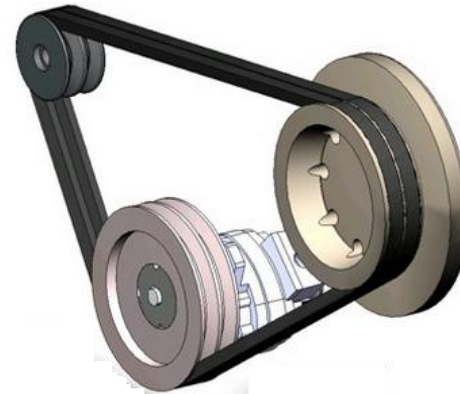
Função estrutural

- **Árvore** é um elemento rotativo ou estacionário, geralmente de seção circular, que tem **montado sobre si elementos para a transmissão de potência**



Função de transmissão de potência

- **Eixo fixo** é um elemento não rotativo, usado para suportar elementos girantes. Ex: eixos não-tracionados de veículos; eixos que suportam polias, etc



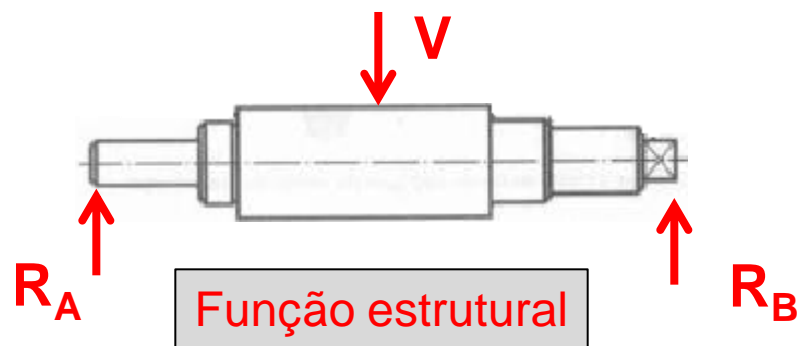
- **Eixo rotativo** é um elemento que transmite potência ou movimento de rotação através do uso de polias, engrenagens, rodas de atrito, acoplamentos, etc



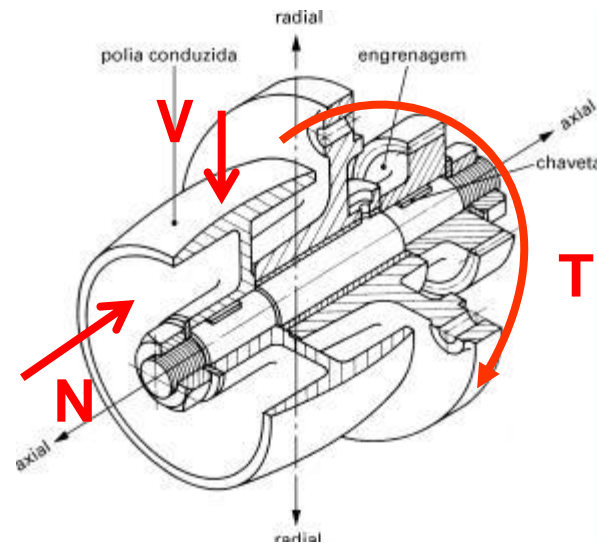
Eixos e árvores

Conceitos fundamentais: carregamentos

Eixo só suporta flexão



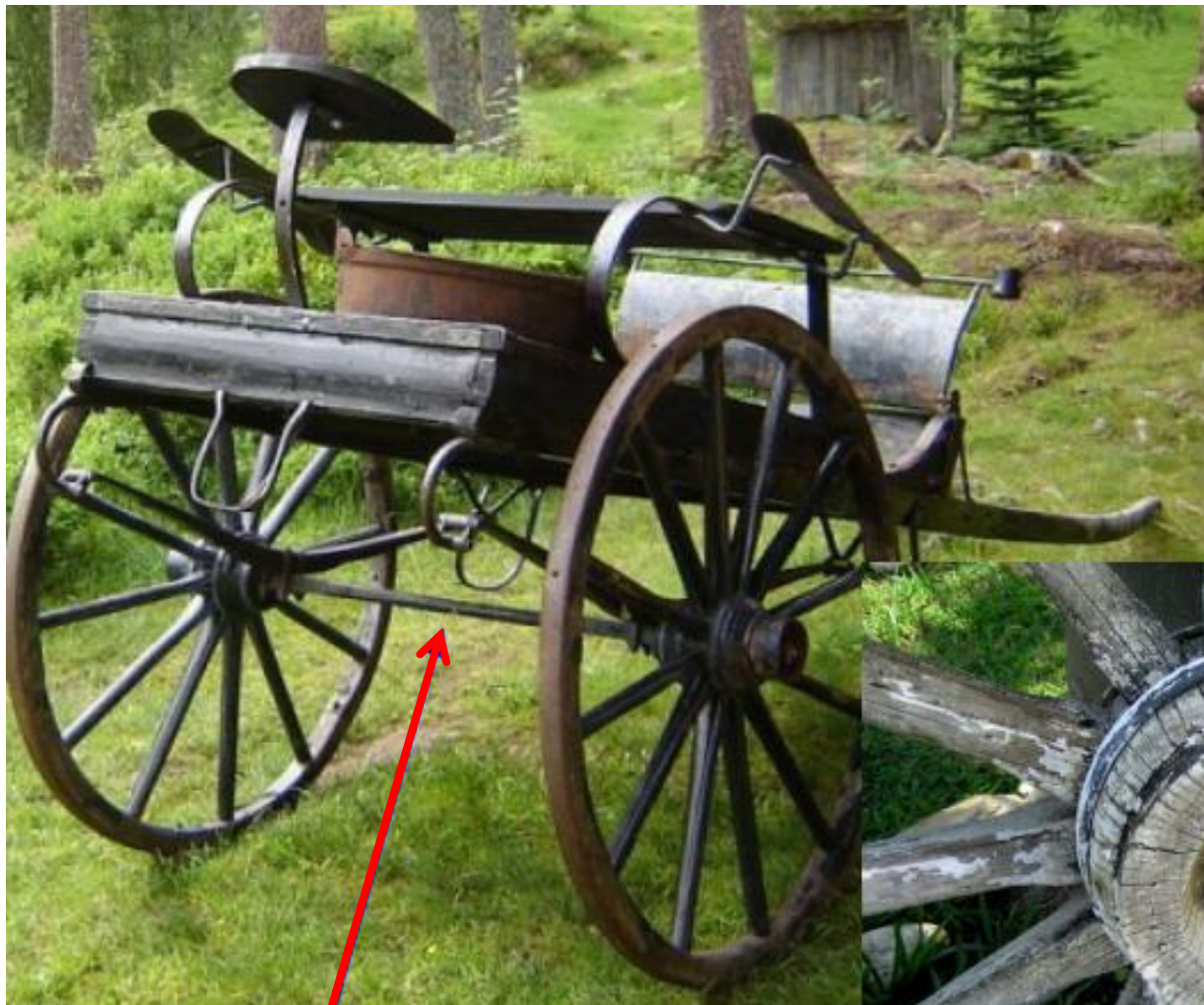
Árvore suporta flexão, torção, cisalhamento e carregamento axial



Transmitir potência por torção

Eixos e árvores

Exemplos de eixos e árvores: eixo de uma carroça



Fonte: Fernandes (2008)

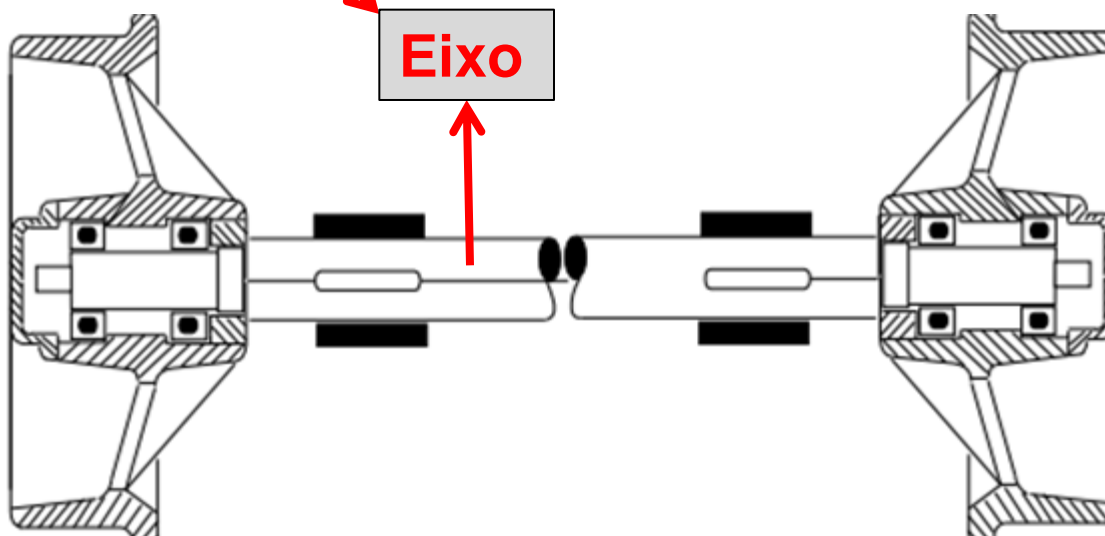
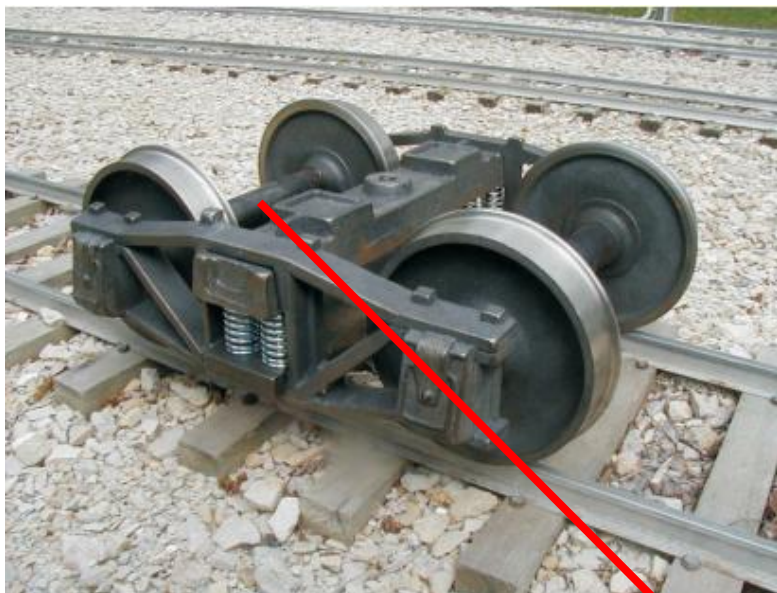
Eixo



Fonte: Vieira (2005)

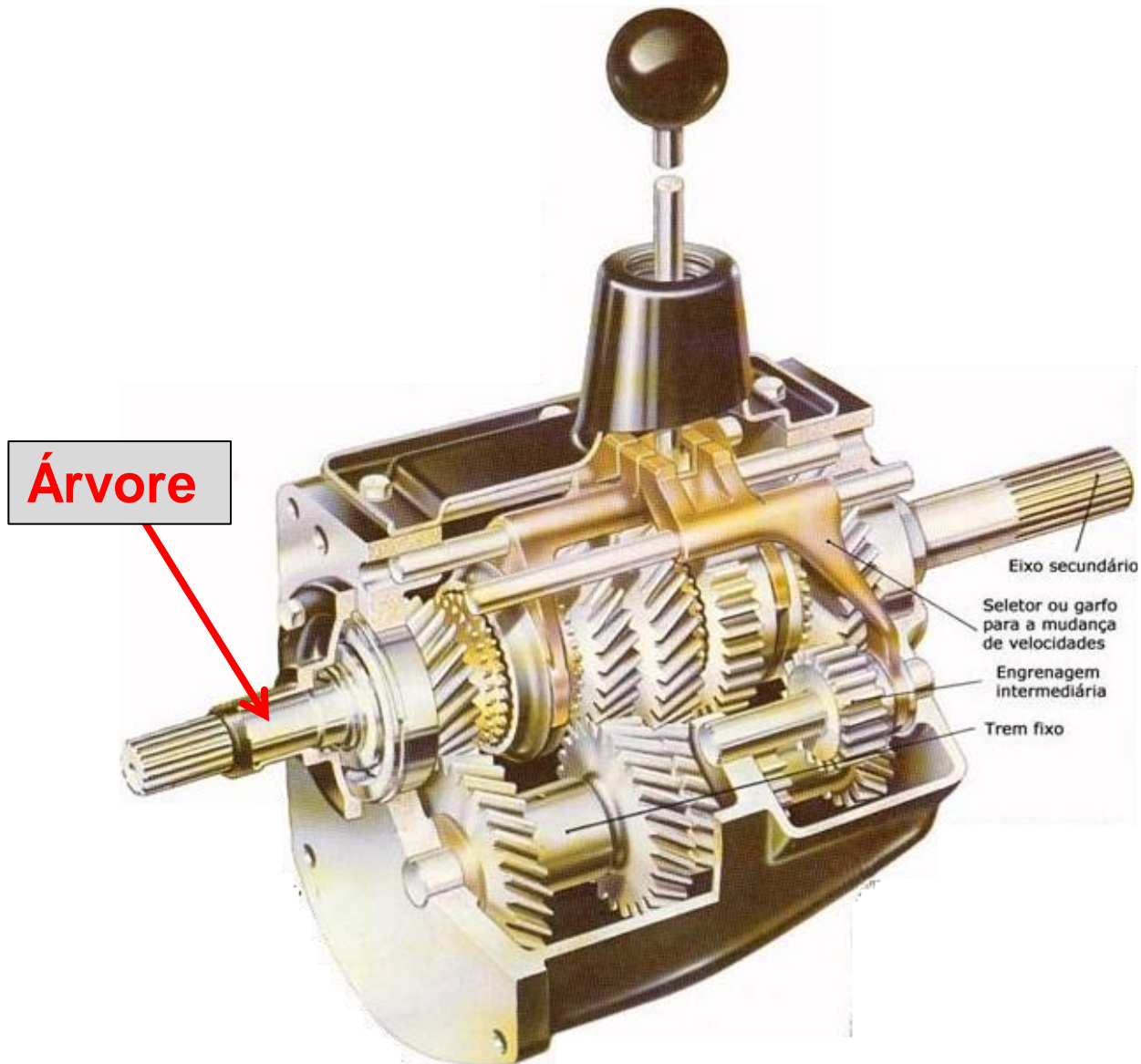
Eixos e árvores

Exemplos de eixos e árvores: vagões de trem



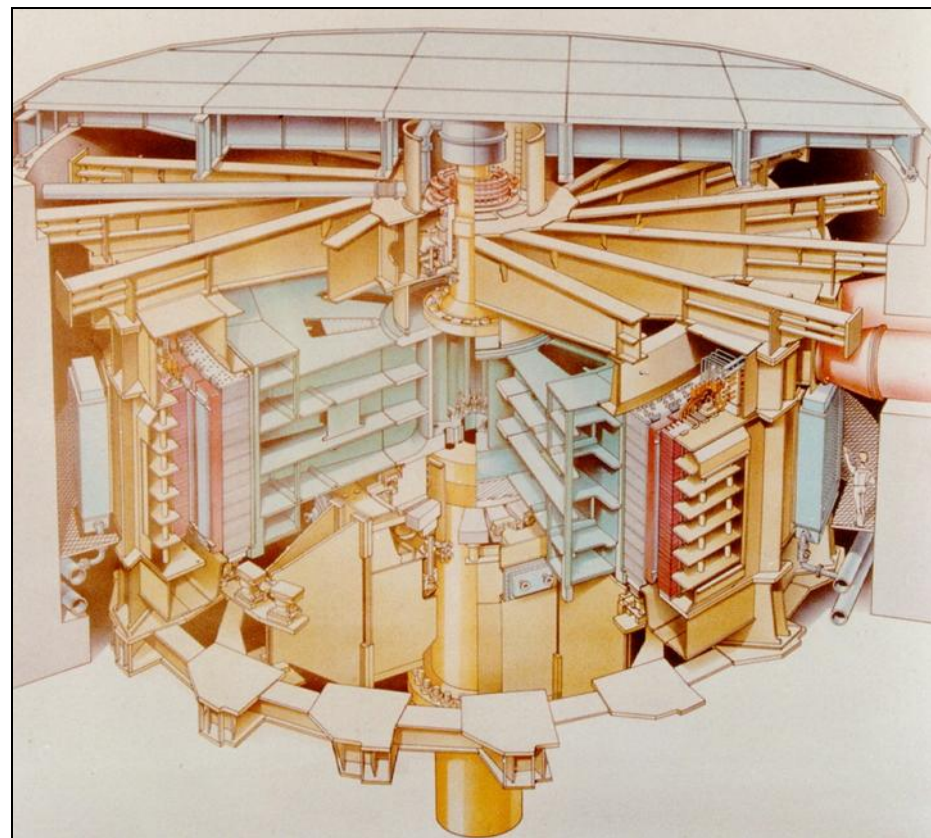
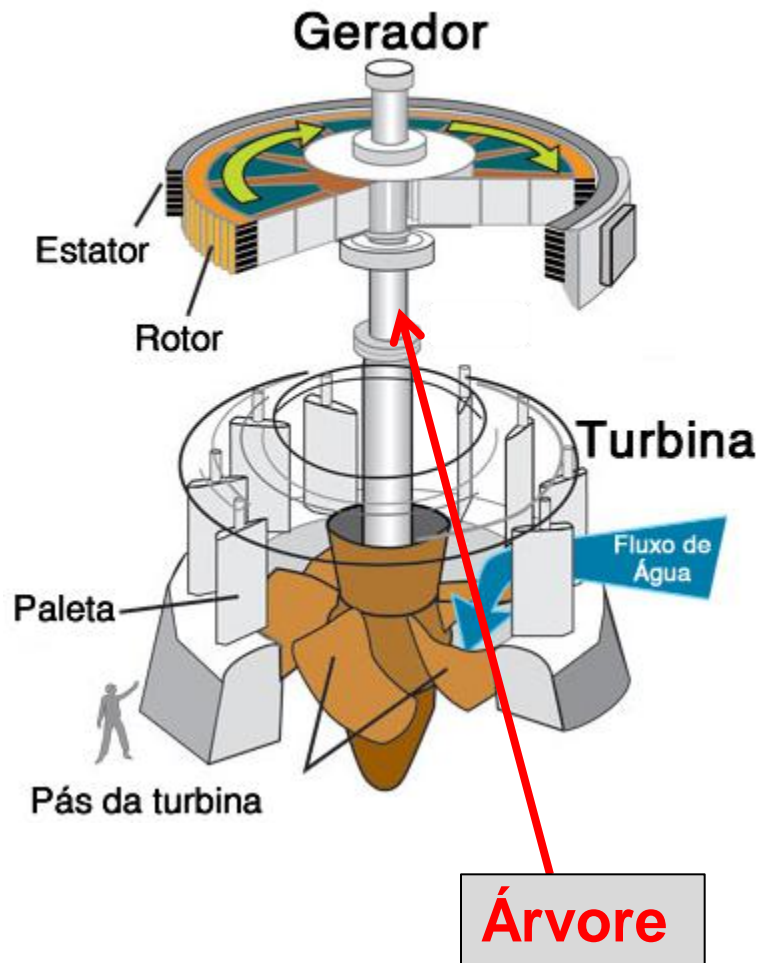
Eixos e árvores

Exemplos de eixos e árvores: caixa de câmbio



Eixos e árvores

Exemplos de eixos e árvores: hidrelétrica



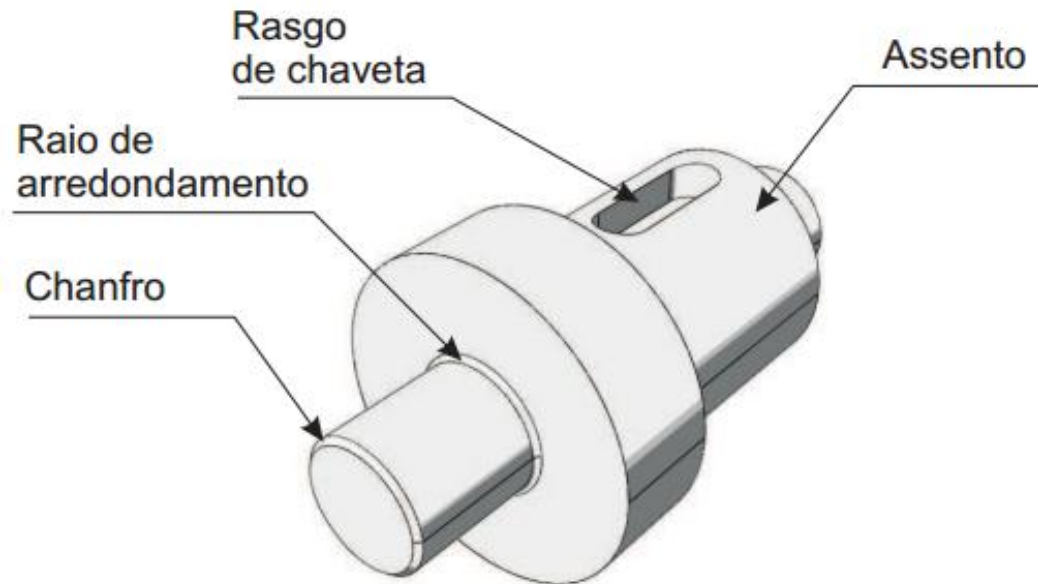
Unidade geradora de Itaipu

- O principal objetivo nesse estudo é o pré-dimensionamento de eixos e árvores.
- Analisar as condições de carregamento e contorno, e definir critérios para o projeto: material e dimensões da seção transversal.
- Os carregamentos normalmente variam com o tempo, o que implica em solicitações que induzem o problema de fadiga.

Eixos e árvores

Elementos constituintes de eixo/árvore

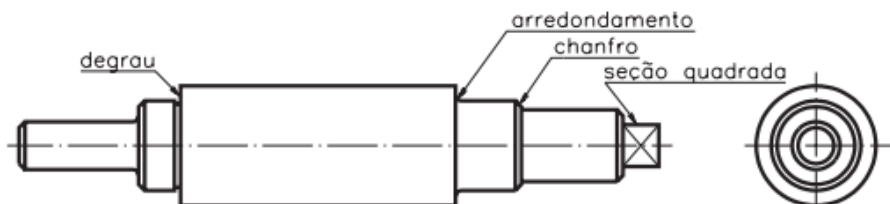
- **Chanfro:** facilitar a montagem e dos elementos (mancais, buchas, etc);
- **Raio de arredondamento:** aliviar o efeito de concentração de tensões;
- **Rasgo de chaveta:** recortes necessários para transmitir o movimento e o torque entre árvore e o elemento girante (polia ou engrenagem).
- **Assento:** parte da árvore onde um elemento girante é apoiado (mancal, polia, engrenagem);



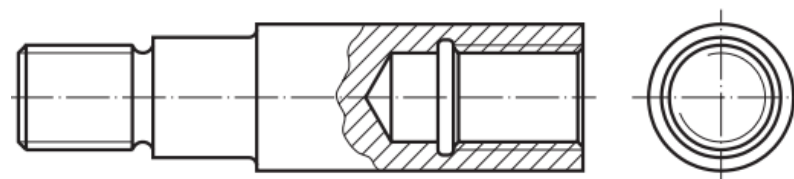
Eixos e árvores

Tipos de eixo/árvore

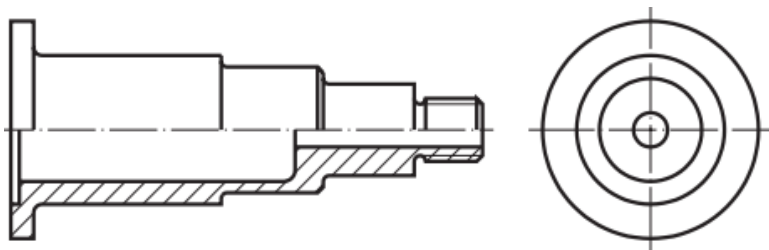
Eixo maciço



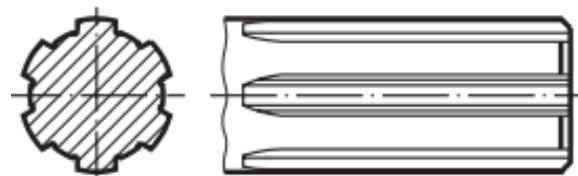
Eixo roscado



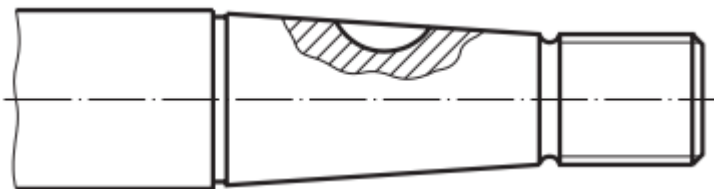
Eixo vazado



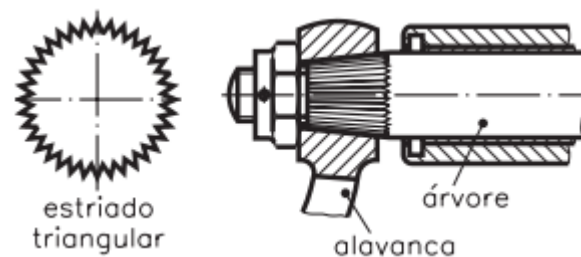
Eixo ranhurado



Eixo cônico



Eixo estriado

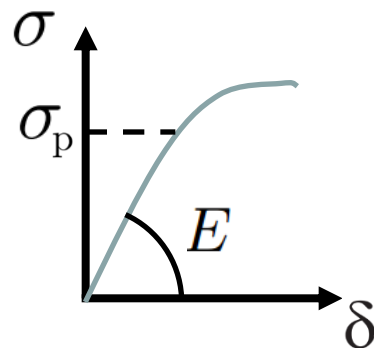


1.1 Conceitos fundamentais

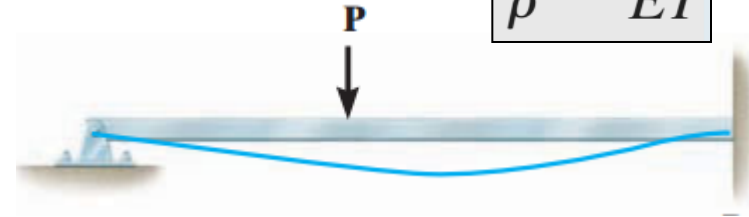
1.2 Considerações sobre fabricação

1.3 Considerações sobre projeto

Resistência mecânica



Deflexão



$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI}$$

- **Aços:** escolha natural para a fabricação de árvores => alto E ;
- **Ferro fundido:** utilizados em virabrequins => boa dissipação de energia (amortecimento estrutural) e excelente resistência ao desgaste;
- **Bronze e aços inoxidáveis:** usados às vezes em ambientes marítimos ou corrosivos
- **Alumínio:** peso e baixa condutibilidade elétrica: requisitos de projeto

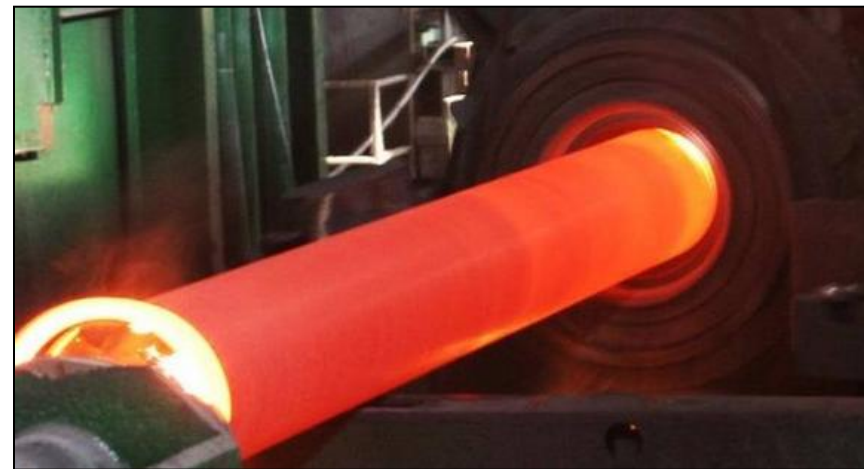
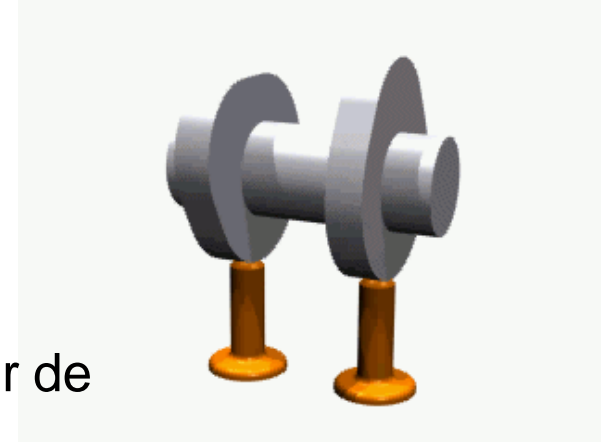
Existem vários processo de fabricação:

- Eixo usinado;
- Eixo fundido;
- Eixo forjado;
- Eixo extrudado;
- etc

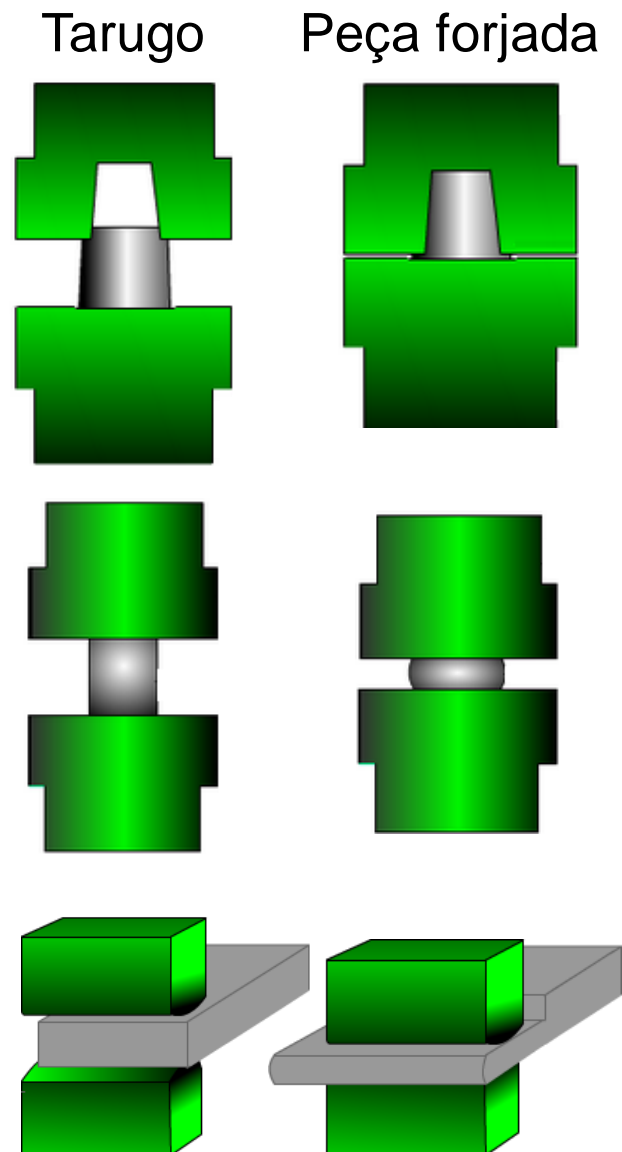
- Torneamento: operação de usinagem mais comum; **processo versátil**
- Operações em torno e mandriladoras;
- Usinagem de rasgos, raios de arredonadamento, eixos cônicos, etc;
- Usinagem interno: trechos vazados.



- **Eixos de comando** (árvore de cames) fundidos: utilizadas ligas de ferro cinzento e nodular;
 - Fixados um conjunto de peças ovaladas para regular a abertura das válvulas num motor de combustão interna;
- Utilizados em alguns **motores diesel de grande capacidade de carga**;



- Fabricação de **eixos de grande porte** e com **forma relativamente simples**;
- Eixos de navios, turbinas, etc
 - Fixados um conjunto de peças ovaladas para regular a abertura das válvulas num motor de combustão interna;

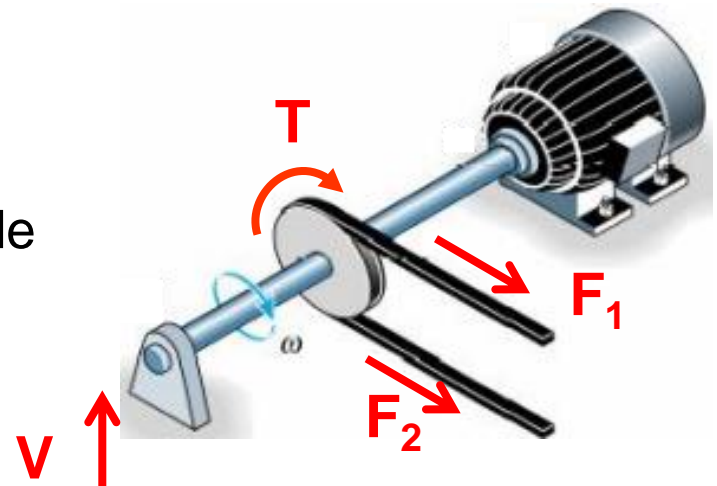


1.1 Conceitos fundamentais

1.2 Considerações sobre fabricação

1.3 Considerações sobre projeto

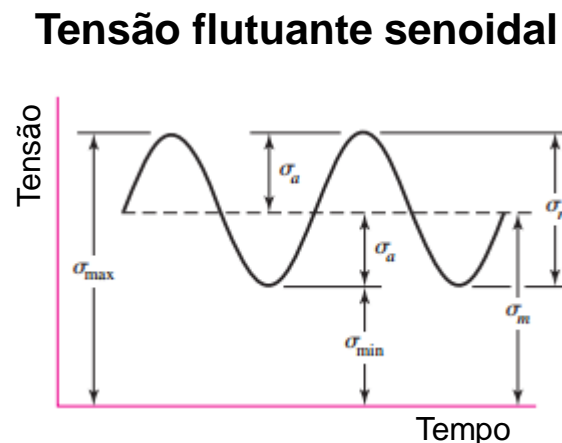
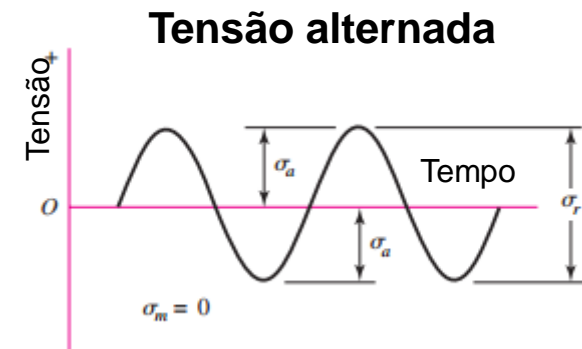
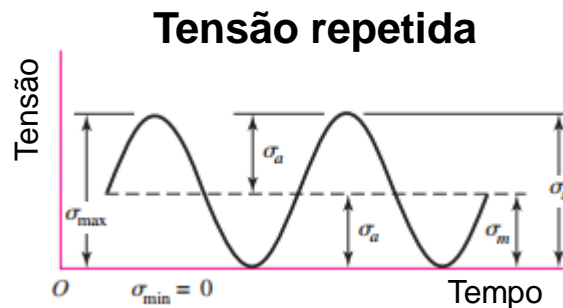
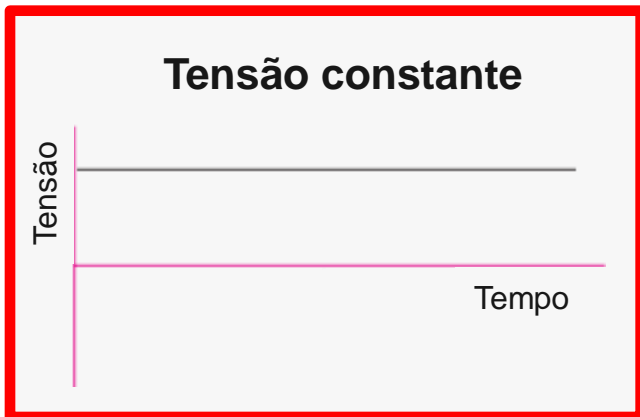
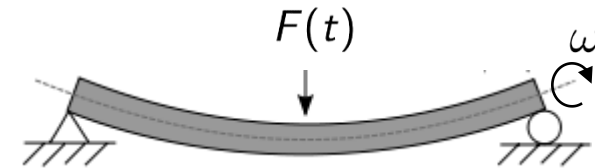
- Os eixos trabalham em condições extremamente variáveis de carregamento;
- A carga em **eixos de transmissão** de rotação é predominantemente de dois tipos:
 - Torção** devido ao torque transmitido;
 - Flexão** devido às cargas transversais em engrenagens, polias e catracas;
 - Combinação** dos dois tipos.
- Pode haver carga axial também se a linha de centro do eixo for vertical



Eixos e árvores

Tipos de carregamentos/solicitações

- Os carregamentos podem variar com o tempo e podem ocorrer de forma combinada.

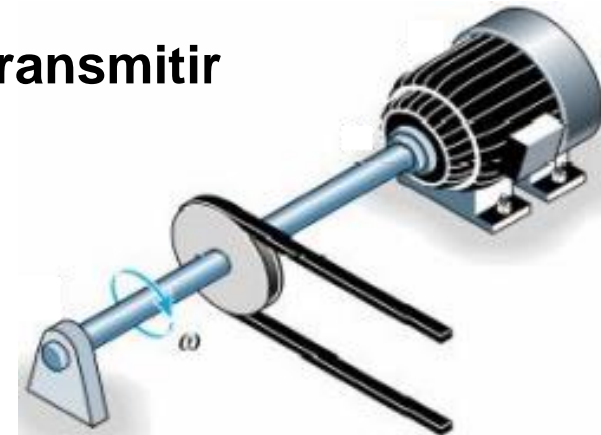


Eixos e árvores

Relação entre potência e torque

Eixos e tubos são frequentemente utilizados para **transmitir potência** em uma máquina.

$$P = \frac{W}{\Delta t}$$



Trabalho devido a um deslocamento linear e ângulo de torção

$$W = F \cdot \Delta x$$

$$W = T \cdot \theta$$

Definição de velocidade angular

$$\omega = \frac{\theta}{\Delta t}$$

Potência expressa em [W] quando o torque é expresso em [rad/s]

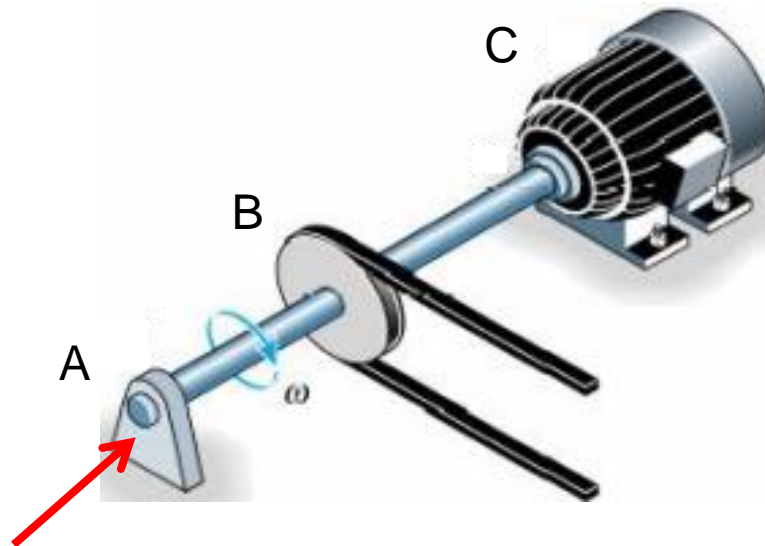
$$P = T\omega$$

Quando se conhece a frequência:

$$P = T2\pi f \quad \text{ou} \quad P = \frac{T\pi n}{30}$$

Exemplo 1.1 - Dado um motor elétrico de 25hp girando a 1800rpm

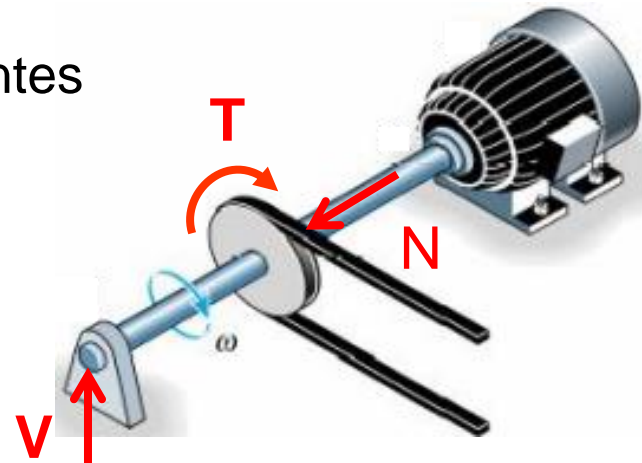
Determine o torque. $1 \text{ hp} = 1,0138 \text{ cv} = 745,7 \text{ W}$;



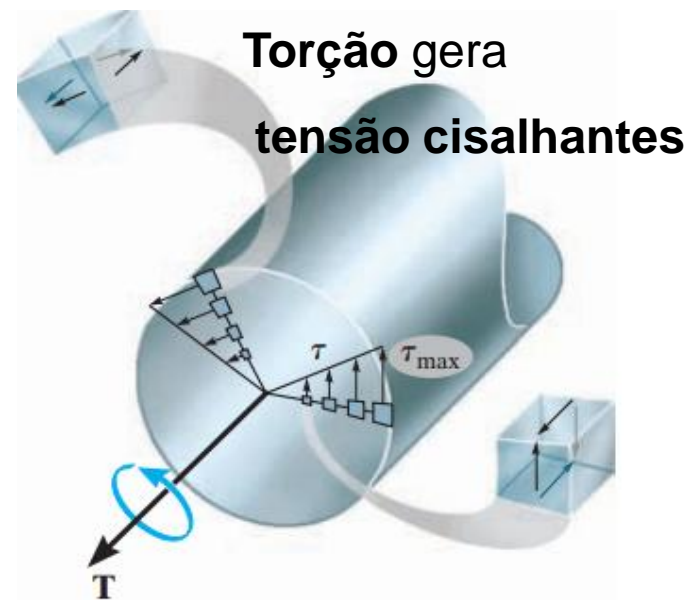
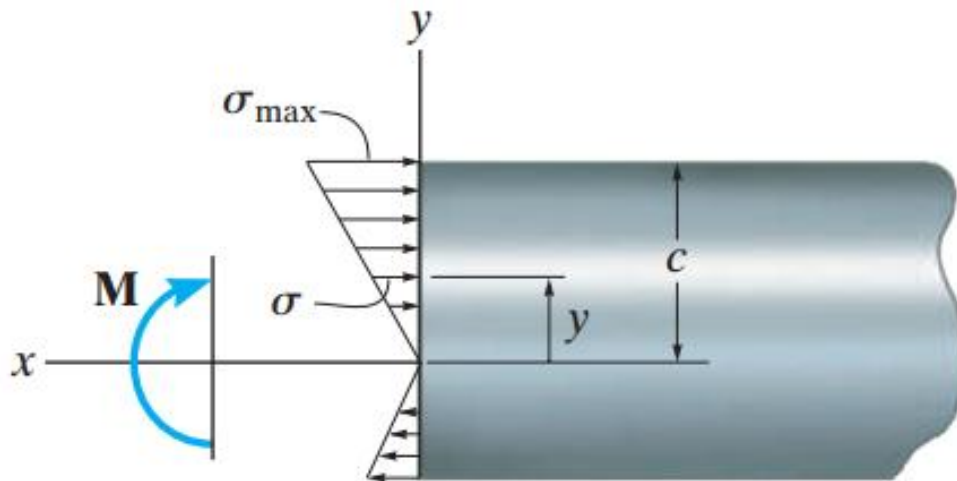
Mancal de deslizamento.
Despreze o atrito

Flexão, torção e tensões axiais podem estar presentes em ambas as componentes média e alternante.

Cargas axiais são normalmente **muito pequenas** em comparação com flexão e torção nos pontos críticos do eixo.

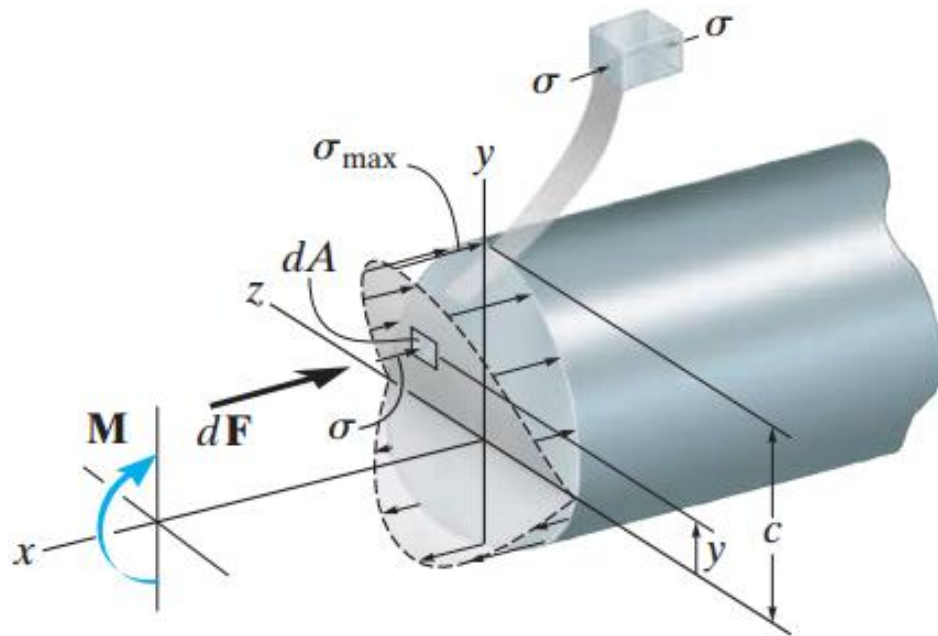


Momento fletor gera tensões normais



Eixos e árvores

Tensão normal devido à flexão pura



Distribuição das tensões normais

$$\sigma_x = -\frac{y\sigma_{max}}{c}$$

Relação tensão normal - momento

$$M = \int dM$$

$$dM = -y dF = -y(\sigma_x dA)$$

$$M = \int -y(\sigma_x dA)$$

$$M = \int -y\left(\frac{-y\sigma_{max}}{c}\right) dA$$

$$M = \frac{\sigma_{max}}{c} \int y^2 dA$$

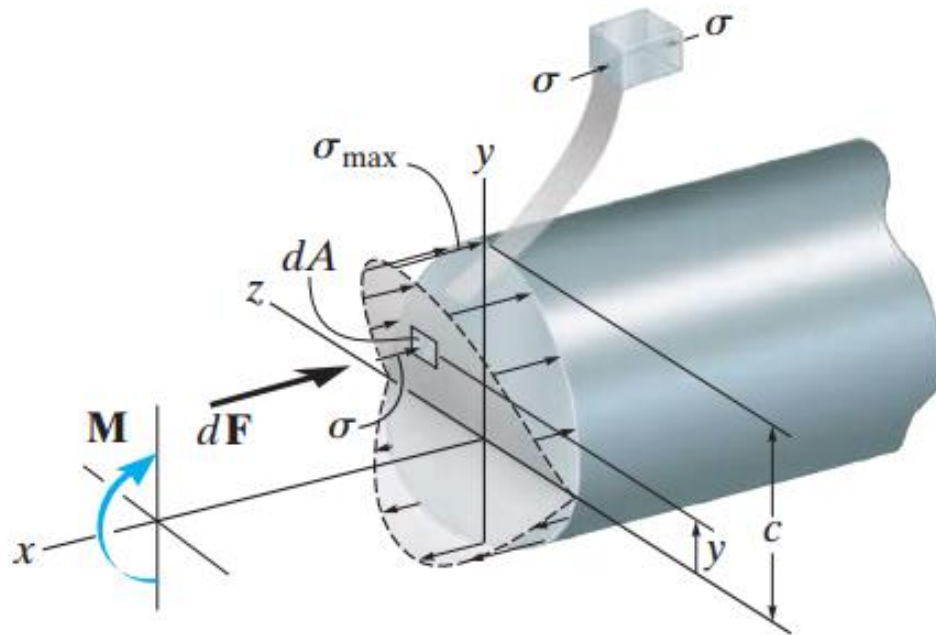
$$M = \frac{\sigma_{max}}{c} I$$

Para eixos com raio r

$$\sigma_{max} = \frac{Mr}{I}$$

Eixos e árvores

Tensão normal devido à flexão pura



Distribuição das tensões normais

$$\sigma_x = -\frac{y\sigma_{max}}{c}$$

Relação tensão normal - momento

$$M = \int dM$$

$$dM = -y dF = -y(\sigma_x dA)$$

$$M = \int -y(\sigma_x dA)$$

$$M = \int -y\left(\frac{-y\sigma_{max}}{c}\right) dA$$

$$M = \frac{\sigma_{max}}{c} \int y^2 dA$$

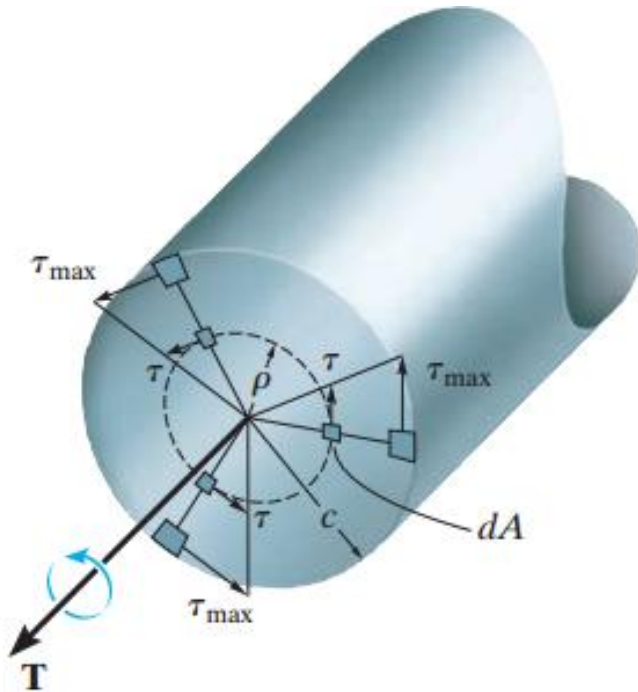
$$M = \frac{\sigma_{max}}{c} I$$

Para eixos com raio r

$$\sigma_{max} = \frac{Mr}{I}$$

Eixos e árvores

Tensão cisalhante devido à torção pura



Distribuição das tensões cisalhantes

$$\tau = \left(\frac{\rho}{c}\right)\tau_{max}$$

Relação tensão cisalhante - torque

$$T = \int dT$$

$$T = \int \rho dF$$

$$T = \int \rho(\tau dA)$$

$$T = \int \rho\left(\frac{\rho\tau_{max}}{c}\right)dA$$

$$T = \frac{\tau_{max}}{c} \int \rho^2 dA$$

$$T = \frac{\tau_{max}}{c} J$$

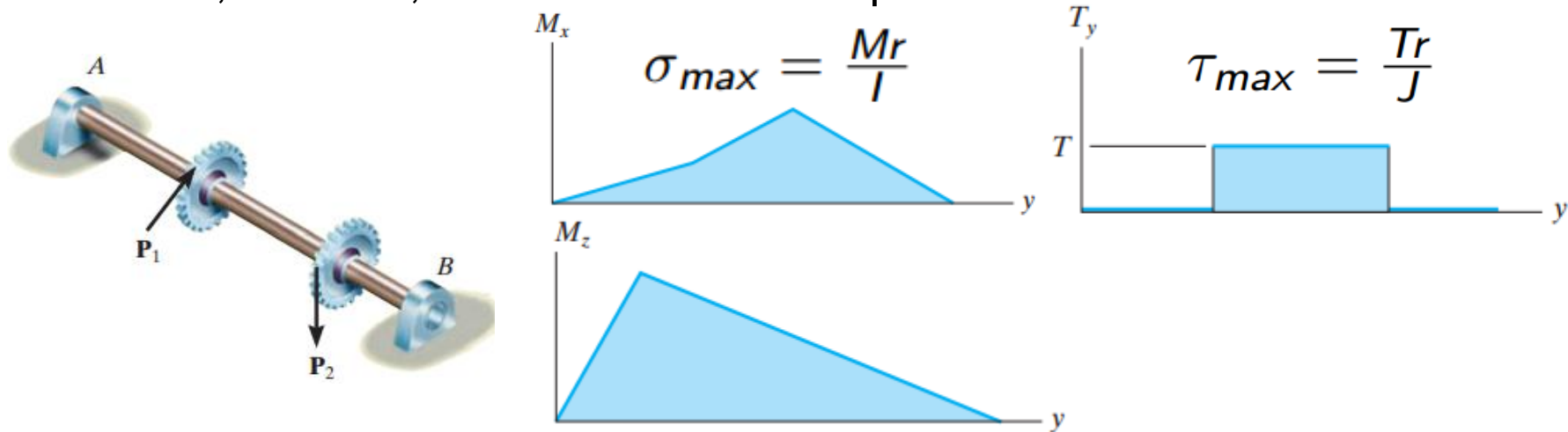
Para eixos com raio r

$$\tau_{max} = \frac{Tr}{J}$$

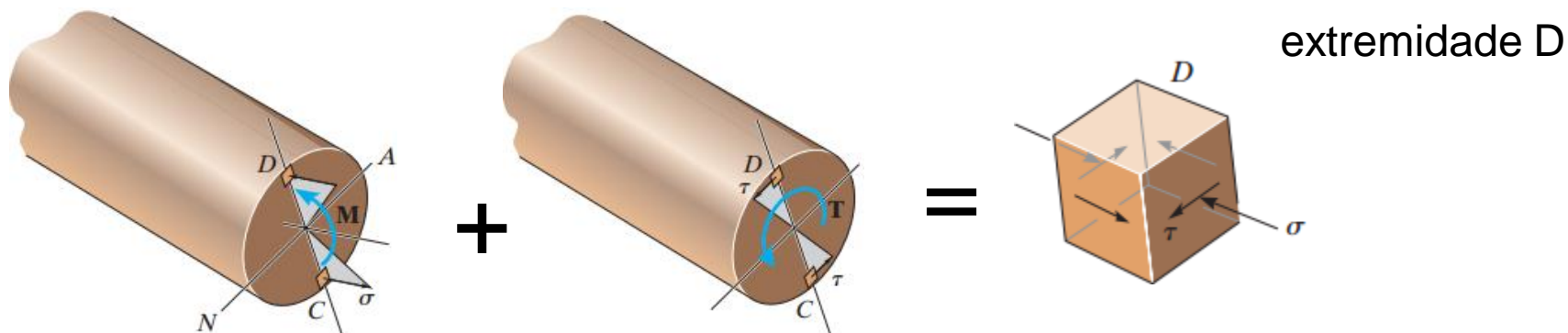
Eixos e árvores

Projeto para flexão e torção fixa

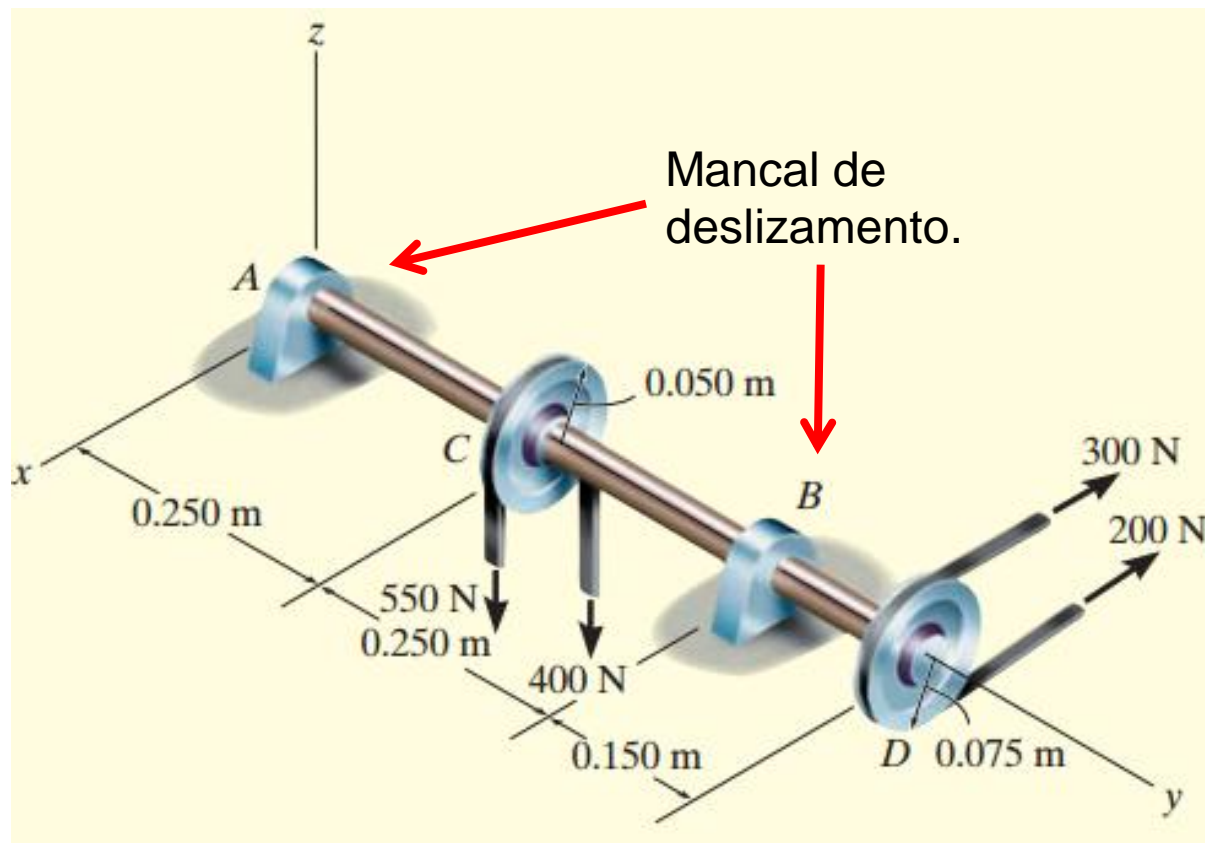
- **Seções críticas** (máximos) através dos diagramas de esforços normais, cortante, momento fletor e torque ao longo do eixo longitudinal.



- **Combinação** entre o momento resultante **M** e o torque **T** na seção crítica C e na



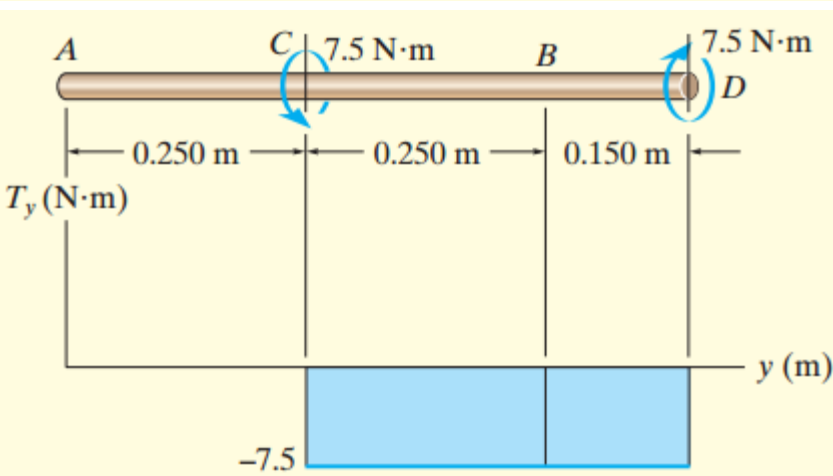
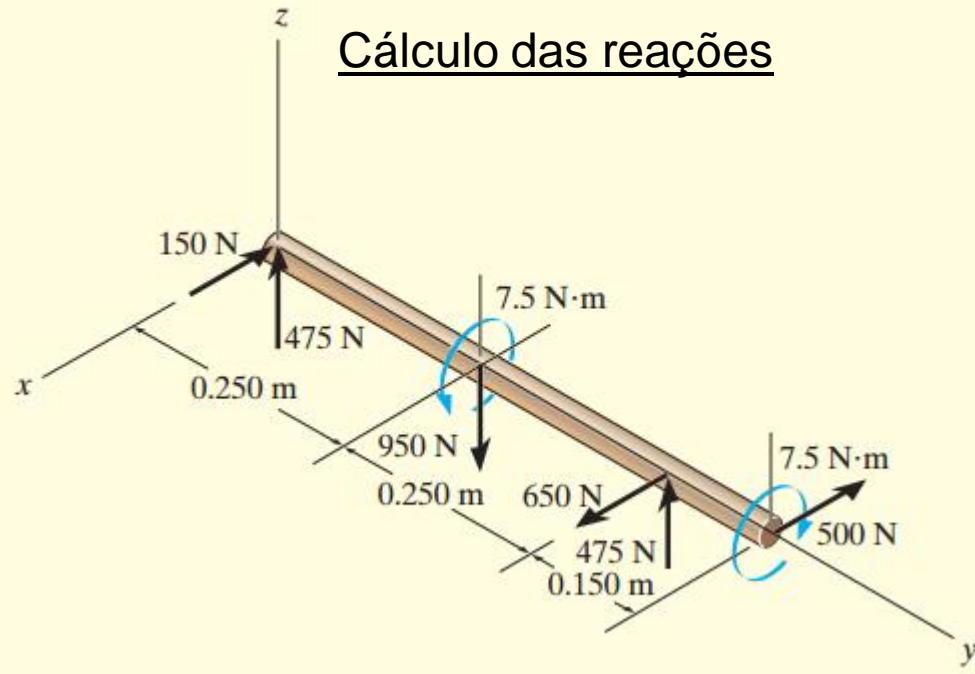
Exemplo 1.2 – Determine o máximo momento fletor resultante e torque no eixo abaixo.



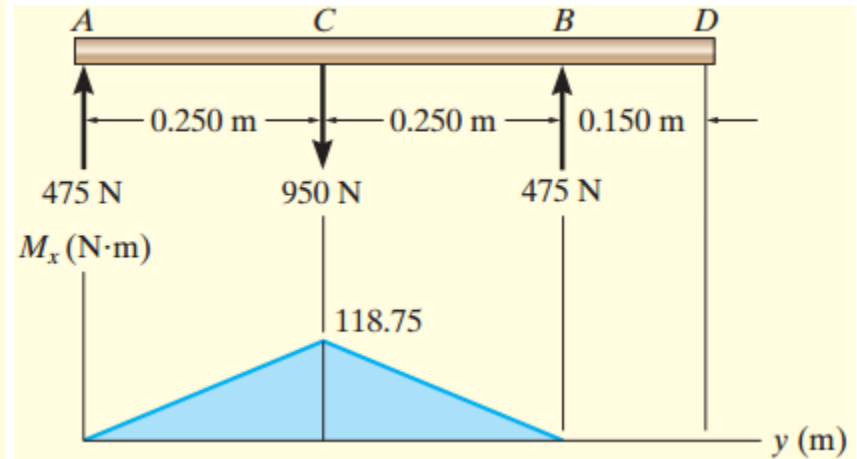
Eixos e árvores

Projeto para flexão e torção fixa

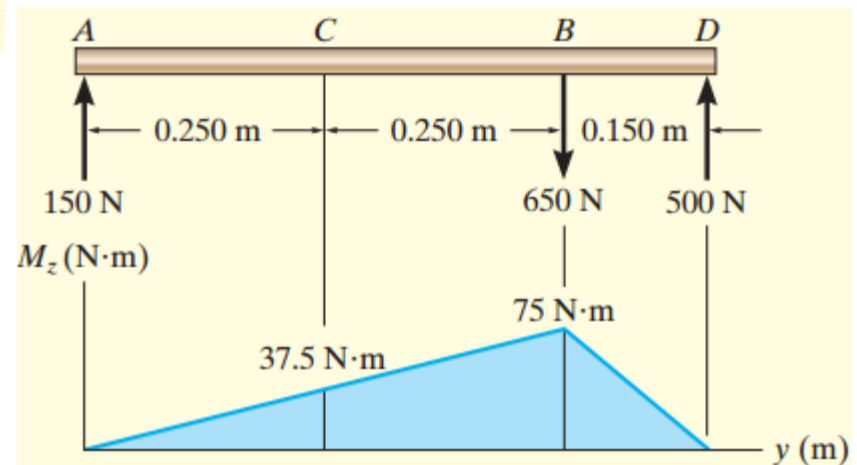
Cálculo das reações



plano zy



plano xy



$$M_C = \sqrt{(118.75 \text{ N}\cdot\text{m})^2 + (37.5 \text{ N}\cdot\text{m})^2} = 124.5 \text{ N}\cdot\text{m}$$