

**EXEMPLO 14-5**

Um pinhão cilíndrico helicoidal de 17 dentes, ângulo de pressão normal de  $20^\circ$ , com um ângulo de hélice direita de  $30^\circ$ , roda a 1 800 rev/min enquanto transmite 4 hp a uma coroa helicoidal de 52 dentes. O passo diametral normal é de 10 dentes/in, a largura de face é igual a 1,5 in e o conjunto tem um número de qualidade de 6. As engrenagens são montadas entremancas, com os mancais imediatamente adjacentes. O pinhão e a coroa são fabricados de aço endurecido por completo, com durezas superficial e de núcleo de 240 Brinell no pinhão e 200 Brinell na coroa. A transmissão é suave, conectando um motor elétrico e uma bomba centrífuga. Considere uma vida para o pinhão de  $10^8$  ciclos e confiabilidade de 0,9 e utilize as curvas superiores nas Figuras 14-14 e 14-15.

- (a) Encontre os fatores de segurança das engrenagens em flexão.  
 (b) Encontre os fatores de segurança das engrenagens quanto ao desgaste.  
 (c) Examinando os fatores de segurança, identifique o risco para cada engrenagem e para o engrenamento.

```

número de dentes do pinhão:       $N_P := 17$ 
ângulo de pressão normal:       $\phi_n := 20 \text{ deg}$ 
ângulo de hélice:               $\psi := 30 \text{ deg}$ 
rotação do pinhão:             $n_P := 1800 \text{ rpm}$ 
potência:                       $H := 4 \text{ hp}$ 
número de dentes da coroa:      $N_G := 52$ 
passo diametral normal:        $P_{dn} := 10 \text{ in}^{-1}$ 
largura:                        $F := 1,5 \text{ in}$ 
índice de qualidade:           $Q_v := 6$ 
montagem := "entre mancais imediatamente adjacentes"
material_pinhao := "aço Grau 1"
dureza superficial do pinhão:    $HB_P := 240 \text{ psi}$ 
                                tratamento_pinhao := "totalmente endurecido"
material_coroa := "aço Grau 1"
dureza superficial da coroa:    $HB_G := 200 \text{ psi}$ 
                                tratamento_coroa := "totalmente endurecido"
coeficiente de Poisson:         $\nu_P := 0,3$             $\nu_G := 0,3$ 
fator geométrico na flexão:     $J_P := 0,3$             $J_G := 0,4$ 
módulo de elasticidade:        $E_P := 30 \cdot 10^6 \text{ psi}$     $E_G := 30 \cdot 10^6 \text{ psi}$ 
fonte_de_potencia := "suave"
maquina_acionada := "uniforme"
vida para o pinhão:            $N_{cP} := 10^8$ 
confiabilidade:                $R := 0,9$ 
fator de ciclagem para resistência à fleão:  $Y_N = 1,3558 \cdot N^{-0,0178}$ 
fator de ciclagem para resistência ao crateramento:  $Z_N = 1,4488 \cdot N^{-0,023}$ 
coroamento := "sem coroa"
construcao := "unidade redutora comercial fechada"

```

## CÁLCULO DA TENSÃO DE FLEXÃO DE TRABALHO:

passo diametral transversal:  $P_d := P_{dn} \cdot \cos(\psi) = 8,66 \text{ in}^{-1}$

diâmetros primitivos:  $d_p := \frac{N_p}{P_d} = 1,963 \text{ in}$   $d_G := \frac{N_G}{P_d} = 6,004 \text{ in}$

velocidade tangencial:  $V := \frac{d_p}{2} \cdot n_p = 925,04 \frac{\text{ft}}{\text{min}}$

forçatangencial:  $W_t := \frac{H}{V} = 142,7 \text{ lbf}$

fator de sobrecarga (tabela):  $\text{fonte\_de\_potencia} = \text{"suave"}$   $K_o := 1$   
 $\text{maquina\_acionada} = \text{"uniforme"}$

fator dinâmico (eq. 14-27):  $B := 0,25 \cdot (12 - Q_v)^{\frac{2}{3}} = 0,8255$   
 $A := 50 + 56 \cdot (1 - B) = 59,77$   
 $K_v := \left( \frac{A + \sqrt{\frac{V}{\frac{\text{ft}}{\text{min}}}}}{A} \right)^B = 1,4043$

fator de forma: para  $N_p = 17$   $Y_p := 0,303$   
para  $N_G = 52$  interpolando da Tabela 14-2  
 $N_{inf} := 50$   $Y_{inf} := 0,409$   
 $N_{sup} := 60$   $Y_{sup} := 0,422$   
 $Y_G := \frac{N_G - N_{inf}}{N_{sup} - N_{inf}} \cdot (Y_{sup} - Y_{inf}) + Y_{inf} = 0,4116$

fator de tamanho:

Obs.: Para engrenagens métricas padronizadas, considera-se  $K_s = 1$ .  
Contudo, em se tratando de um exemplo que utiliza o sistema inglês,  
será utilizada a expressão, que é aplicável nesta situação.

$$K_{sP} := 1,192 \cdot \left( \frac{\frac{F}{\text{in}} \cdot \sqrt{Y_p}}{\frac{P_d}{\text{in}^{-1}}} \right)^{0,0535} = 1,0512$$

$$K_{sG} := 1,192 \cdot \left( \frac{\frac{F}{\text{in}} \cdot \sqrt{Y_G}}{\frac{P_d}{\text{in}^{-1}}} \right)^{0,0535} = 1,0598$$

fator de distribuição de carga:

fator de correção de carga (Eq. 14-31):

$$\text{coroamento} = \text{"sem coroa"} \quad C_{mc} := 1$$

fator de proporção do pinhão (Eq. 14-32):

$$F = 1,5 \text{ in} \quad C_{pf} := \frac{F}{10 \cdot d_p} - 0,0375 + 0,0125 \cdot \frac{F}{\text{in}} = 0,0577$$

modificador de proporção do pinhão (Eq. 41-33):

$$\text{montagem} = \text{"entre mancais imediatamente adjacentes"} \quad C_{pm} := 1$$

fator de alinhamento (Eq. 14-34):

$$\begin{aligned} \text{construcao} = \text{"unidade redutora comercial fechada"} \quad & A := 0,127 \\ & B := 0,0158 \\ & C := -0,930 \cdot 10^{-4} \\ C_{ma} := A + B \cdot \frac{F}{\text{in}} + C \cdot \left(\frac{F}{\text{in}}\right)^2 & = 0,1505 \end{aligned}$$

fator de correção do alinhamento (Eq. 14-35):

$$C_e := 1 \quad (\text{adotado})$$

fator de distribuição de carga (Eq. 14-30)

$$K_m := 1 + C_{mc} \cdot (C_{pf} \cdot C_{pm} + C_{ma} \cdot C_e) = 1,2082$$

fator de espessura do aro (Eq. 14-40):

$$K_B := 1 \quad (\text{considerando engrenagem sem aro})$$

fator geométrico básico (Fig. 14-7):

$$\psi = 30 \text{ deg} \quad N_p = 17 \quad J'_p := 0,45$$

$$N_g = 52 \quad J'_g := 0,54$$

fator multiplicador (Fig. 14-8):

$$\psi = 30 \text{ deg} \quad N_p = 17 \quad FM_p := 0,94$$

$$N_g = 52 \quad FM_g := 0,98$$

fator geométrico corrigido:

$$J_p := J'_p \cdot FM_p = 0,423$$

$$J_g := J'_g \cdot FM_g = 0,529$$

tensão de flexão (Eq. 14-15)

$$\sigma_{fP} := W_t \cdot K_o \cdot K_v \cdot K_{sP} \cdot \frac{P_d}{F} \cdot \frac{K_m \cdot K_B}{J_p} = 3473,51 \text{ psi}$$

$$\sigma_{fG} := W_t \cdot K_o \cdot K_v \cdot K_{sG} \cdot \frac{P_d}{F} \cdot \frac{K_m \cdot K_B}{J_g} = 2799,29 \text{ psi}$$

**CÁLCULO DA TENSÃO DE FLEXÃO ADMISSÍVEL:**

resistência à flexão (Fig. 14-2):

*material\_pinhao* = "aço Grau 1"*tratamento\_pinhao* = "totalmente endurecido"*HB<sub>p</sub>* = 240 psi

$$S_{tP} := 77,3 \cdot HB_p + 12800 \text{ psi} = 31352 \text{ psi}$$

*material\_coroa* = "aço Grau 1"*tratamento\_coroa* = "totalmente endurecido"*HB<sub>G</sub>* = 200 psi

$$S_{tG} := 77,3 \cdot HB_G + 12800 \text{ psi} = 28260 \text{ psi}$$

fator de cilclagem (Fig. 14-14):

$$N_{cP} = 1 \cdot 10^8$$

$$Y_{NP} := 1,3558 \cdot N_{cP}^{-0,0178} = 0,977$$

$$N_{cG} := N_{cP} \cdot \frac{N_P}{N_G} = 3,27 \cdot 10^7$$

$$Y_{NG} := 1,3558 \cdot N_{cG}^{-0,0178} = 0,996$$

fator de temperatura (considerando T&lt;120 graus):

$$K_T := 1$$

fator de confiabilidade (Tab. 14-10):

$$R = 0,9$$

$$K_R := 0,85$$

tensão de flexão admissível (Eq. 14-17):

$$\sigma_{fadmP} := S_{tP} \cdot \frac{Y_{NP}}{K_T \cdot K_R} = 36028,15 \text{ psi}$$

$$\sigma_{fadmG} := S_{tG} \cdot \frac{Y_{NG}}{K_T \cdot K_R} = 33127,73 \text{ psi}$$

**CÁLCULO DO FATOR DE SEGURANÇA PARA FLEXÃO**

fator de segurança para flexão:

$$S_{FP} := \frac{\sigma_{fadmP}}{\sigma_{fP}} = 10,37$$

$$S_{FG} := \frac{\sigma_{fadmG}}{\sigma_{fG}} = 11,83$$

**CÁLCULO DA TENSÃO DE CONTATO DE TRABALHO**

coeficiente elástico (Tab. 14-8):

*material\_pinhao* = "aço Grau 1"

$$C_p := 2300 \cdot \sqrt{\text{psi}}$$

*material\_coroa* = "aço Grau 1"

fator de condição da superfície:

para engrenagens normais

$$C_f := 1$$

fator geométrico para desgaste (Eq. 14-23):

ângulo de pressão transversal:

$$\varphi_t := \text{atan} \left( \frac{\tan(\varphi_n)}{\cos(\psi)} \right) = 22,8 \text{ deg}$$

$$\text{raios primitivos:} \quad r_P := \frac{d_P}{2} = 0,98 \text{ in} \quad r_G := \frac{d_G}{2} = 3 \text{ in}$$

$$\text{adendo:} \quad a := \frac{1}{P_{dn}} = 0,1 \text{ in}$$

$$\text{raios das circunferências de base:} \quad r_{bP} := r_P \cdot \cos(\varphi_t) = 0,905 \text{ in}$$

$$r_{bG} := r_G \cdot \cos(\varphi_t) = 2,768 \text{ in}$$

comprimento de ação transversal (Eq. 14-25):

$$Z := \sqrt{(r_P + a)^2 - r_{bP}^2} + \sqrt{(r_G + a)^2 - r_{bG}^2} - (r_P + r_G) \cdot \sin(\varphi_t) = 0,4501 \text{ in}$$

$$\text{passo circular normal:} \quad P_n := \frac{\pi}{P_{dn}} = 0,314 \text{ in}$$

$$\text{passo normal de base (Eq. 14-24):} \quad P_N := P_n \cdot \cos(\varphi_n) = 0,295 \text{ in}$$

$$\text{razão de compartilhamento de carga (Eq. 14-21):} \quad m_N := \frac{P_N}{0,95 \cdot Z} = 0,69$$

$$\text{razão de engrenamento:} \quad m_G := \frac{N_G}{N_P} = 3,06$$

$$\text{fator geométrico para desgaste:} \quad I := \frac{\cos(\varphi_t) \cdot \sin(\varphi_t)}{2 \cdot m_N} \cdot \frac{m_G}{m_G + 1} = 0,195$$

tensão de contato de trabalho (Eq. 14-16):

$$\sigma_{cP} := C_P \cdot \sqrt{W_t \cdot K_o \cdot K_v \cdot K_{sP} \cdot \frac{K_m}{d_P \cdot F} \cdot \frac{C_f}{I}} = 48426,32 \text{ psi}$$

$$\sigma_{cG} := C_P \cdot \sqrt{W_t \cdot K_o \cdot K_v \cdot K_{sG} \cdot \frac{K_m}{d_G \cdot F} \cdot \frac{C_f}{I}} = 27802,48 \text{ psi}$$

#### CÁLCULO DA TENSÃO DE CONTATO ADMISSÍVEL:

resistência ao contato (Fig. 14-5):

*material\_pinhao* = "aço Grau 1"

*tratamento\_pinhao* = "totalmente endurecido"

$HB_P = 240 \text{ psi}$

$$S_{cP} := 322 \cdot HB_P + 29100 \text{ psi} = 106380 \text{ psi}$$

*material\_coroa* = "aço Grau 1"

*tratamento\_coroa* = "totalmente endurecido"

$HB_G = 200 \text{ psi}$

$$S_{cG} := 322 \cdot HB_G + 29100 \text{ psi} = 93500 \text{ psi}$$

fator de cilclagem (Fig. 14-15):

$$N_{cP} = 1 \cdot 10^8$$

$$Z_{NP} := 1,4488 \cdot N_{cP}^{-0,023} = 0,948$$

$$N_{cG} := N_{cP} \cdot \frac{N_P}{N_G} = 3,27 \cdot 10^7$$

$$Z_{NG} := 1,4488 \cdot N_{cG}^{-0,023} = 0,973$$

fator de razão de dureza (Eq. 14-36):

$$\text{pinhão: } C_{HP} := 1$$

$$\text{coroa: } \frac{HB_P}{HB_G} = 1,2 \quad A' := 8,98 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{HB_P}{HB_G} - 8,29 \cdot 10^{-3} = 0,0025$$

$$C_{HG} := 1 + A' \cdot (m_G - 1) = 1,005$$

tensão de contato admissível:

$$\sigma_{cadmP} := S_{cP} \cdot \frac{Z_{NP} \cdot C_{HP}}{K_T \cdot K_R} = 118699,67 \text{ psi}$$

$$\sigma_{cadmG} := S_{cG} \cdot \frac{Z_{NG} \cdot C_{HG}}{K_T \cdot K_R} = 107593,5 \text{ psi}$$

#### CÁLCULO DO FATOR DE SEGURANÇA PARA CONTATO

fator de segurança para contato:

$$S_{HP} := \frac{\sigma_{cadmP}}{\sigma_{cP}} = 2,45$$

$$S_{HG} := \frac{\sigma_{cadmG}}{\sigma_{cG}} = 3,87$$

#### ANÁLISE DOS FATORES DE SEGURANÇA:

Considerando fator de segurança com relação à carga na resistência ao desgaste:

pinhão:

$$S_{FP} = 10,37$$

$$S_{HP} = 2,45$$

$$S_{HP}^2 = 6,01$$

coroa:

$$S_{FG} = 11,83$$

$$S_{HG} = 3,87$$

$$S_{HG}^2 = 14,98$$

Com o aumento do carregamento, o primeiro risco de dano será o desgaste do pinhão pois é o caso em que o fator de segurança é menor.