

Slides das Aulas

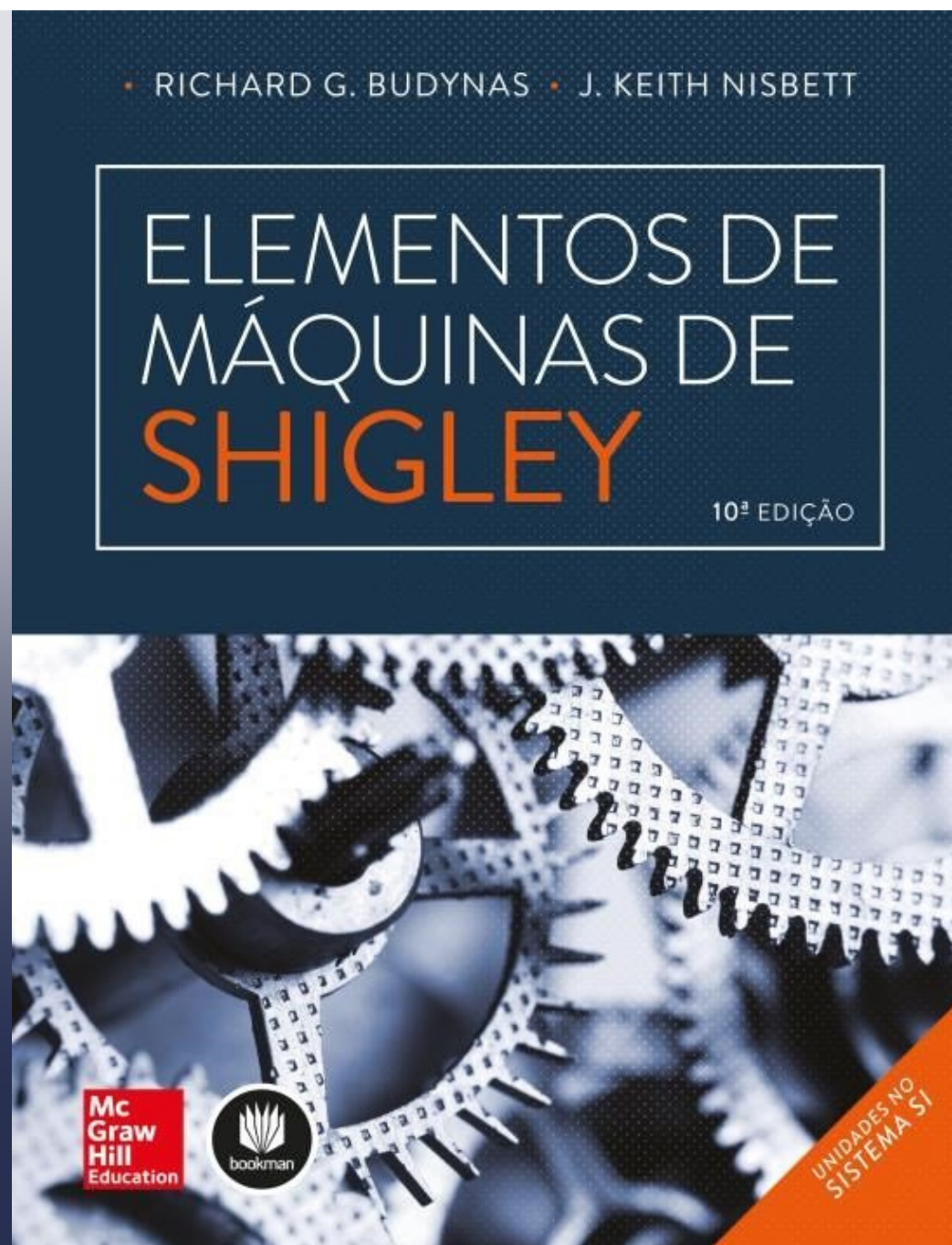
Capítulo 14

Engrenagens cilíndricas Parte I

Análise de Tensões

Prof. Jorge Luiz Erthal
jorgeerthal@gmail.com

Atualizado em 10/04/2018



Sumário

14-1	Equação de flexão de Lewis	717
14-2	Durabilidade superficial	726
14-3	Equações de tensão AGMA	729
14-4	Equações de resistência AGMA	730
14-5	Fatores geométricos I e J (Z_I e Y_J)	735
14-6	Coeficiente elástico C_p (Z_E)	739
14-7	Fator dinâmico K_v	739
14-8	Fator de sobrecarga K_o	740
14-9	Fator de condição de superfície C_f (Z_R)	742
14-10	Fator de tamanho K_s	742
14-11	Fator de distribuição de carga K_m (K_H)	743
14-12	Fator de razão de dureza C_H (Z_W)	744
14-13	Fatores de ciclagem de tensão Y_N e Z_N	746
14-14	Fator de confiabilidade K_R (Y_Z)	746
14-15	Fator de temperatura K_T (Y_θ)	748
14-16	Fator de espessura de aro (borda) K_B	748
14-17	Fatores de segurança S_F e S_H	749
14-18	Análise	749
14-19	Projeto de um par de engrenagens	760

Símbolos (1)

Símbolo*	Nome	Encontrado em
C_e	Fator de correção do alinhamento de engrenamento	Equação (14–35)
$C_f(Z_R)$	Fator de condição da superfície	Equação (14–16)
$C_H(Z_W)$	Fator de razão de dureza	Equação (14–18)
C_{ma}	Fator de alinhamento de engrenamento	Equação (14–34)
C_{mc}	Fator de correção de carga	Equação (14–31)
C_{mf}	Fator de distribuição de carga de face	Equação (14–30)
$C_p(Z_E)$	Coefficiente elástico	Equação (14–13)
C_{pf}	Fator de proporção do pinhão	Equação (14–32)
C_{pm}	Modificador da proporção do pinhão	Equação (14–33)
d	Diâmetro primitivo	Exemplo 14–1
d_p	Diâmetro primitivo, pinhão	Equação (14–22)
d_G	Diâmetro primitivo, engrenagem (coroa)	Equação (14–22)
$F(b)$	Largura de face líquida do membro mais estreito	Equação (14–15)
f_p	Acabamento superficial do pinhão	Figura 14–13
H	Potência	Figura 14–17

Símbolos (2)

Símbolo*	Nome	Encontrado em
H_B	Dureza Brinell	Exemplo 14-3
H_{BG}	Dureza Brinell da engrenagem (coroa)	Seção 14-12
H_{BP}	Dureza Brinell do pinhão	Seção 14-12
hp	Potência em hp	Exemplo 14-1
h_t	Profundidade completa do dente da coroa	Seção 14-16
$I(Z_I)$	Fator geométrico da resistência de crateramento	Equação (14-16)
$J(Y_J)$	Fator geométrico da resistência à flexão	Equação (14-15)
K_B	Fator de espessura de aro (borda)	Equação (14-40)
K_f	Fator de concentração de tensão para fadiga	Equação (14-9)
$K_m(K_H)$	Fator de distribuição de carga	Equação (14-30)
K_o	Fator de sobrecarga	Equação (14-15)
$K_R(Y_Z)$	Fator de confiabilidade	Equação (14-17)
K_s	Fator de tamanho	Seção 14-10
$K_T(Y_\theta)$	Fator de temperatura	Equação (14-17)
K_v	Fator dinâmico	Equação (14-27)

Símbolos (3)

Símbolo*	Nome	Encontrado em
m	Módulo	Equação (14–15)
m_B	Razão de reforço	Equação (14–39)
m_F	Razão de contato da face	Equação (14–19)
m_G	Razão de engrenamento (nunca menor que 1)	Equação (14–22)
m_N	Razão de compartilhamento de carga	Equação (14–21)
m_t	Módulo transversal	Equação (14–15)
N	Número de ciclos de tensão	Figura 14–14
N_G	Número de dentes na coroa	Equação (14–22)
N_P	Número de dentes do pinhão	Equação (14–22)
n	Velocidade em rev/min	Equação (13–34)
n_p	Velocidade do pinhão em rev/min	Exemplo 14–4
P	Passo diametral	Equação (14–2)
P_d	Passo diametral transversal	Equação (14–15)
P_N	Passo normal de base	Equação (14–24)
P_n	Passo circular normal	Equação (14–24)

Símbolos (4)

Símbolo*	Nome	Encontrado em
p_x	Passo axial	Equação (14–19)
Q_v	Número de qualidade	Equação (14–29)
R	Confiabilidade	Equação (14–38)
R_a	Raiz da média dos quadrados da rugosidade	Figura 14–13
r_f	Raio do adoçamento de dente	Figura 14–1
r_G	Raio do círculo primitivo, coroa	no padrão
r_P	Raio do círculo primitivo, pinhão	no padrão
r_{bp}	Raio do círculo de base do pinhão	Equação (14–25)
r_{bG}	Raio do círculo de base da coroa	Equação (14–25)
S_C	Resistência de endurance superficial de Buckingham	Exemplo 14–3
S_c	Resistência de endurance superficial AGMA	Equação (14–18)
S_t	Resistência à flexão da AGMA	Equação (14–17)
S	Vão entre mancais	Figura 14–10
S_I	Distância do pinhão ao centro do vão	Figura 14–10
S_F	Fator de segurança – flexão	Equação (14–41)

Símbolos (5)

Símbolo*	Nome	Encontrado em
S_H	Fator de segurança – crateramento	Equação (14–42)
W^t ou W_t	Carga transmitida	Figura 14–1
Y_N	Fator de ciclagem de tensão para a resistência à flexão	Figura 14–14
Z_N	Fator de ciclagem de tensão para a resistência de crateramento	Figura 14–15
β	Expoente	Equação (14–44)
σ	Tensão de flexão, AGMA	Equação (14–15)
σ_C	Tensão de contato das relações de Hertz	Equação (14–14)
σ_c	Tensão de contato das relações da AGMA	Equação (14–16)
σ_{adm}	Tensão de flexão admissível, AGMA	Equação (14–17)
$\sigma_{c,adm}$	Tensão de contato admissível, AGMA	Equação (14–18)
ϕ	Ângulo de pressão	Equação (14–12)
ϕ_n	Ângulo de pressão normal	Equação (14–24)
ϕ_t	Ângulo de pressão transversal	Equação (14–23)
ψ	Ângulo de hélice	Exemplo 14–5

Sumário para flexão do dente

Fig. 14–17

FLEXÃO DE ENGRENAGEM DE DENTES RETOS

Com base na ANSI/AGMA 2001-D04 (unidades do sistema americano)

$d_p = \frac{N_P}{P_d}$ $V = \frac{\pi d n}{12}$

$W' = \frac{33\,000 H}{V}$ 1 [ou Equação (a), Seção 14–10]; p. 742, 743

Equação de tensão de flexão de engrenagem Equação (14–15)

$\sigma = W' K_o K_v K_s \frac{P_d}{F} \frac{K_m K_B}{J}$

Equação (14–30); p. 743
 Equação (14–40); p. 748
 Figura 14–6; p. 737
 Equação (14–27); p. 740

Tabela abaixo
 Tabela de fatores de sobrecarga, K_o

Máquina acionada			
Fonte de potência	Uniforme	Choques moderados	Choques intensos
Uniforme	1,00	1,25	1,75
Choque leve	1,25	1,50	2,00
Choque médio	1,50	1,75	2,25

$0,99(S_t)_{10^7}$ Tabelas 14–3, 14–4; p. 732

Equação de resistência de endurance de flexão de engrenagem Equação (14–17)

$\sigma_{adm} = \frac{S_t}{S_F} \frac{Y_N}{K_T K_R}$

Figura 14–14; p. 747
 Tabela 14–10, Equação (14–38); p. 747, 748
 1 se $T < 250^\circ\text{F}$

Fator de segurança de flexão Equação (14–41)

$S_F = \frac{S_t Y_N / (K_T K_R)}{\sigma}$

Lembre-se de comparar S_F com S_H^2 ao decidir se a flexão ou o desgaste é o fator de risco para o funcionamento. Para engrenagens com coroa, compare S_F com S_H^3 .

Sumário para desgaste superficial

Fig. 14–18

DESGASTE DE ENGRENAGENS DE DENTES RETOS

Com base no ANSI/AGMA 2001-D04 (unidades do sistema americano)

$$d_p = \frac{N_p}{P_d} \quad V = \frac{\pi d n}{12}$$

$$W^t = \frac{33\,000 H}{V}$$

Equação para a tensão de contato de engrenagens Equação (14-16)

$$\sigma_c = C_p \left(W^t K_o K_v K_s \frac{K_m}{d_p F} \frac{C_f}{I} \right)^{1/2}$$

Equação (14-13), Tabela 14-8; p. 727, 741

Equação (14-27); p. 740

Equação (14-23); p. 737

Equação (14-30); p. 743

1 [ou Equação (a), Seção 14-10]; p. 742, 743

Tabela de fatores de sobrecarga, K_o

Máquina acionada

Fonte de potência	Uniforme	Choques moderados	Choques intensos
Uniforme	1,00	1,25	1,75
Choques leves	1,25	1,50	2,00
Choques médios	1,50	1,75	2,25

Resistência de enduração de contato de engrenagens Equação (14-18)

$$\sigma_{c,adm} = \frac{S_c Z_N C_H}{S_H K_T K_R}$$

0,99(S_c)_{10⁷} Tabelas 14-6, 14-7; p. 734, 735

Figura 14-15; p. 747

Seção 14-12, apenas engrenagem (coroa); p. 744, 745, 746

Tabela 14-10, Equação (14-38); p. 747, 748

1 se $T < 250^\circ \text{ F}$

Fator de segurança para desgaste Equação (14-42)

$$S_H = \frac{S_c Z_N C_H / (K_T K_R)}{\sigma_c}$$

Apenas engrenagem (coroa)

Lembre-se de comparar S_F com S_H^2 ao decidir se a flexão ou o desgaste é o fator de risco para o funcionamento. Para engrenagens com coroa, compare S_F com S_H^3 .

Example 14–4

Um pinhão cilíndrico de dentes retos com 17 dentes, ângulo de pressão de 20° , roda a 1 800 rev/min e transmite 4 hp a uma engrenagem de disco de 52 dentes. O passo diametral é de 10 dentes/in, a largura de face é 1,5 in e o padrão de qualidade é o N° 6. As engrenagens são montadas entre mancais, ficando os mancais imediatamente adjacentes. O pinhão é feito de aço de grau 1 com dureza da superfície de dente de 240 Brinell e núcleo totalmente endurecido. A coroa é de aço, endurecida por completo também, material de grau 1, com dureza Brinell de 200, para ambos, superfície de dente e núcleo. A razão de Poisson vale 0,30, $J_P = 0,30$, $J_G = 0,40$ e o módulo de Young é $30(10^6)$ psi. O carregamento é suave em razão do tipo de motor e de carga. Assuma uma vida para o pinhão de 10^8 ciclos e confiabilidade de 0,90 e utilize $Y_N = 1,3558N^{-0,0178}$, $Z_N = 1,4488N^{-0,023}$. O perfil de dente é sem coroa. Essa é uma unidade redutora de engrenagem comercial fechada.

- (a) Encontre o fator de segurança das engrenagens em flexão.
- (b) Encontre o fator de segurança das engrenagens com relação ao desgaste.
- (c) Examinando os fatores de segurança, identifique a ameaça para a engrenagem e para o engrenamento.

Example 14–4

Haverá muitos termos para serem obtidos, portanto utilize as Figuras 14–17 e 14–18 como guias para o que é necessário.

$$d_P = N_P / P_d = 17 / 10 = 1,7 \text{ in} \quad d_G = 52 / 10 = 5,2 \text{ in}$$

$$V = \frac{\pi d_P n_P}{12} = \frac{\pi (1,7) 1800}{12} = 801,1 \text{ ft/min}$$

$$W^t = \frac{33\,000 H}{V} = \frac{33\,000(4)}{801,1} = 164,8 \text{ lbf}$$

Example 14–4

Considere carregamento uniforme, $K_o = 1$. Para avaliar K_v , com base na Equação (14–28) com um número de qualidade $Q_v = 6$,

$$B = 0,25(12 - 6)^{2/3} = 0,8255$$

$$A = 50 + 56(1 - 0,8255) = 59,77$$

Então, da Equação (14–27), o fator dinâmico resulta

$$K_v = \left(\frac{59,77 + \sqrt{801,1}}{59,77} \right)^{0,8255} = 1,377$$

Example 14–4

Para determinar o fator de tamanho, K_s , o fator de forma de Lewis é requerido. Da Tabela 14–2, com $NP = 17$ dentes, $Y_p = 0,303$. Interpolação para a coroa com $N_G = 52$ dentes produz $Y_G = 0,412$. Assim, da Equação (a) da Seção 14–10, com $F = 1,5$ in,

$$(K_s)_P = 1,192 \left(\frac{1,5 \sqrt{0,303}}{10} \right)^{0,0535} = 1,043$$

$$(K_s)_G = 1,192 \left(\frac{1,5 \sqrt{0,412}}{10} \right)^{0,0535} = 1,052$$

Example 14–4

O fator de distribuição de carga K_m é determinado pela Equação (14–30), na qual cinco termos se fazem necessários. Ou seja, em que $F = 1,5$ in, quando necessário:

Dentes não coroados, Equação (14–30): $C_{mc} = 1$

Equação (14–32): $C_{pf} = 1,5/[10(1,7)] - 0,0375 + 0,0125(1,5) = 0,0695$

Mancais imediatamente adjacentes, Equação (14–33): $C_{pm} = 1$

Unidades de engrenagens redutoras comerciais fechadas (Figura 14–11): $C_{ma} = 0,15$

Equação (14–35): $C_e = 1$

Assim,

$$K_m = 1 + C_{mc}(C_{pf}C_{pm} + C_{ma}C_e) = 1 + (1)[0,0695(1) + 0,15(1)] = 1,22$$

Example 14–4

Considerando engrenagens de espessura constante, o fator de espessura do aro de borda $K_B = 1$. A razão de velocidades é $m_G = N_G/N_P = 52/17 = 3,059$. Os fatores de ciclagem de carga dados no enunciado do problema, com $N(\text{pinhão}) = 10^8$ ciclos e $N(\text{coroa}) = 10^8/m_G = 10^8/3,059$ ciclos, são

$$(Y_N)_P = 1,3558(10^8)^{-0,0178} = 0,977$$

$$(Y_N)_G = 1,3558(10^8/3,059)^{-0,0178} = 0,996$$

Da Tabela 14–10, com uma confiabilidade de 0,9, $K_R = 0,85$. Da Figura 14–18, os fatores de temperatura e condição superficial são $K_T = 1$ e $C_f = 1$. Da Equação (14–23), com $m_N = 1$, para engrenagens cilíndricas de dentes retos,

$$I = \frac{\cos 20^\circ \sin 20^\circ}{2} \frac{3,059}{3,059 + 1} = 0,121$$

Da Tabela 14–8, $C_p = 2300 \sqrt{\text{psi}}$.

Example 14–4

A seguir, necessitamos dos termos para as equações de resistência de endurance da coroa. Da Tabela 14–3, para aço de grau 1 com $H_{BP} = 240$ e $H_{BG} = 200$, utilizamos a Figura 14–2, que dá

$$(S_t)_P = 77,3(240) + 12\,800 = 31\,350 \text{ psi}$$

$$(S_t)_G = 77,3(200) + 12\,800 = 28\,260 \text{ psi}$$

Similarmente, da Tabela 14–6, utilizamos a Figura 14–5, que nos dá

$$(S_c)_P = 322(240) + 29\,100 = 106\,400 \text{ psi}$$

$$(S_c)_G = 322(200) + 29\,100 = 93\,500 \text{ psi}$$

Da Figura 14–15,

$$(Z_N)_P = 1,4488(10^8)^{-0,023} = 0,948$$

$$(Z_N)_G = 1,4488(10^8/3,059)^{-0,023} = 0,973$$

Example 14–4

Para o fator de razão de dureza C_H , a razão de dureza é $H_{BP}/H_{BG} = 240/200 = 1,2$. Assim, da Seção 14–12,

$$\begin{aligned} A' &= 8,98(10^{-3})(H_{BP}/H_{BG}) - 8,29(10^{-3}) \\ &= 8,98(10^{-3})(1,2) - 8,29(10^{-3}) = 0,002\,49 \end{aligned}$$

Assim, da Equação (14–36),

$$C_H = 1 + 0,002\,49(3,059 - 1) = 1,005$$

Example 14–4

(a) **Flexão dos dentes do pinhão.** Substituindo os termos apropriados referentes ao pinhão na Equação (14–15), resulta

$$(\sigma)_P = \left(W^t K_o K_v K_s \frac{P_d}{F} \frac{K_m K_B}{J} \right)_P = 164,8(1) 1,377(1,043) \frac{10}{1,5} \frac{1,22(1)}{0,30} \\ = 6417 \text{ psi}$$

Substituindo os termos apropriados referentes ao pinhão na Equação (14–41), temos

$$(S_F)_P = \left(\frac{S_t Y_N / (K_T K_R)}{\sigma} \right)_P = \frac{31\,350(0,977) / [1(0,85)]}{6417} = 5,62$$

Flexão dos dentes da coroa. A substituição dos termos apropriados referentes à coroa na Equação (14–15) dá

$$(\sigma)_G = 164,8(1) 1,377(1,052) \frac{10}{1,5} \frac{1,22(1)}{0,40} = 4854 \text{ psi}$$

A substituição dos termos apropriados referentes à coroa na Equação (14–41) resulta em

$$(S_F)_G = \frac{28\,260(0,996) / [1(0,85)]}{4854} = 6,82$$

Example 14–4

(b) **Desgaste dos dentes do pinhão.** A substituição dos termos apropriados referentes ao pinhão na Equação (14–16) produz

$$\begin{aligned}(\sigma_c)_P &= C_p \left(W^t K_o K_v K_s \frac{K_m}{d_P F} \frac{C_f}{I} \right)_P^{1/2} \\ &= 2300 \left[164,8(1) 1,377(1,043) \frac{1,22}{1,7(1,5)} \frac{1}{0,121} \right]^{1/2} = 70\,360 \text{ psi}\end{aligned}$$

A substituição dos termos apropriados referentes ao pinhão na Equação (14–42) resulta em

$$(S_H)_P = \left[\frac{S_c Z_N / (K_T K_R)}{\sigma_c} \right]_P = \frac{106\,400(0,948) / [1(0,85)]}{70\,360} = 1,69$$

Desgaste dos dentes da coroa. O único termo na Equação (14–16) que muda no caso da coroa é K_s . Assim,

$$(\sigma_c)_G = \left[\frac{(K_s)_G}{(K_s)_P} \right]^{1/2} (\sigma_c)_P = \left(\frac{1,052}{1,043} \right)^{1/2} 70\,360 = 70\,660 \text{ psi}$$

A substituição dos termos apropriados referentes à coroa na Equação (14–42), com $C_H = 1,005$ resulta em

$$(S_H)_G = \frac{93\,500(0,973) 1,005 / [1(0,85)]}{70\,660} = 1,52$$

Example 14–4

(c) Para o pinhão, comparamos $(S_F)_P$ com $(S_H)_P^2$, ou 5,73 com $1,69^2 = 2,86$, de forma que o risco no pinhão provém do desgaste. Para a coroa, comparamos $(S_F)_G$ com $(S_H)_G^2$, ou 6,96 com $1,52^2 = 2,31$, de forma que o risco, neste caso, também provém do desgaste.

Critério	Pinhão	Coroa
Flexão	$S_{F_P} = 5,62$	$S_{F_G} = 6,82$
Desgaste	$S_{H_P} = 1,69$ $(S_{H_P})^2 = 2,86$	$S_{H_G} = 1,52$ $(S_{H_G})^2 = 2,31$

1. Pinhão excessivamente forte à flexão
 - Melhorar desempenho ao desgaste por meio do endurecimento superficial (Chama / indução; nitretação / carbonetação; jateamento)
 - ✓ Redução do tamanho do conjunto
2. Melhorar o desempenho em flexão
 - Coroa mais forte que o pinhão
 - Redução da dureza do núcleo da coroa
 - ✓ Redução do tamanho do dente (módulo)
 - ✓ Material mais barato
3. Desgaste
 - Busca de relações nas equações (ex.: Z_N/K_R)

Example 14–5

Um pinhão cilíndrico helicoidal de 17 dentes, ângulo de pressão normal de 20° , com um ângulo de hélice direita de 30° , roda a 1 800 rev/min enquanto transmite 4 hp a uma coroa helicoidal de 52 dentes. O passo diametral normal é de 10 dentes/in, a largura de face é igual a 1,5 in e o conjunto tem um número de qualidade de 6. As engrenagens são montadas entremancas, com os mancais imediatamente adjacentes. O pinhão e a coroa são fabricados de aço endurecido por completo, com durezas superficial e de núcleo de 240 Brinell no pinhão e 200 Brinell na coroa. A transmissão é suave, conectando um motor elétrico e uma bomba centrífuga. Considere uma vida para o pinhão de 10^8 ciclos e confiabilidade de 0,9 e utilize as curvas superiores nas Figuras 14–14 e 14–15.

- (a) Encontre os fatores de segurança das engrenagens em flexão.
- (b) Encontre os fatores de segurança das engrenagens quanto ao desgaste.
- (c) Examinando os fatores de segurança, identifique o risco para cada engrenagem e para o engrenamento.

Example 14–5

Todos os parâmetros neste problema são os mesmos do Exemplo 14–4, à exceção de estarmos utilizando engrenagens helicoidais. Assim, vários termos serão idênticos àqueles do Exemplo 14–4. O leitor deve verificar que os seguintes termos permanecem sem alteração: $K_o = 1$, $Y_p = 0,303$, $Y_G = 0,412$, $m_G = 3,059$, $(K_s)_P = 1,043$, $(K_s)_G = 1,052$, $(Y_N)_P = 0,977$, $(Y_N)_G = 0,996$, $K_R = 0,85$, $K_T = 1$, $C_f = 1$, $C_p = 2300 \sqrt{\text{psi}}$, $(S_t)_P = 31350 \text{ psi}$, $(S_t)_G = 28\,260 \text{ psi}$, $(S_c)_P = 106\,380 \text{ psi}$, $(S_c)_G = 93\,500 \text{ psi}$, $(Z_N)_P = 0,948$, $(Z_N)_G = 0,973$ e $C_H = 1,005$.

Para engrenagens helicoidais, o passo diametral transversal, dado pela Equação (13–18), é

$$P_t = P_n \cos \psi = 10 \cos 30^\circ = 8,660 \text{ dentes/in}$$

Assim, os diâmetros primitivos são $d_P = N_P/P_t = 17/8,660 = 1,963 \text{ in}$ e $d_G = 52/8,660 = 6,005 \text{ in}$. A velocidade no ponto primitivo e a força transmitida são

$$V = \frac{\pi d_P n_P}{12} = \frac{\pi(1,963)1800}{12} = 925 \text{ ft/min}$$
$$W^t = \frac{33\,000H}{V} = \frac{33\,000(4)}{925} = 142,7 \text{ lbf}$$

Example 14–5

Como no Exemplo 14–4, para o fator dinâmico, $B = 0,8255$ e $A = 59,77$. Assim, a Equação (14–27) nos dá

$$K_v = \left(\frac{59,77 + \sqrt{925}}{59,77} \right)^{0,8255} = 1,404$$

O fator geométrico I para engrenagens helicoidais requer um pouco de trabalho. Primeiro, o ângulo de pressão transversal é dado pela Equação (13–19), p. 675,

$$\phi_t = \tan^{-1} \left(\frac{\tan \phi_n}{\cos \psi} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{\tan 20^\circ}{\cos 30^\circ} \right) = 22,80^\circ$$

Os raios do pinhão e da coroa são $r_p = 1,963/2 = 0,9815$ in e $r_G = 6,004/2 = 3,002$ in, respectivamente. O adendo é $a = 1/P_n = 1/10 = 0,1$ e os raios do círculo de base do pinhão e coroa são dados pela Equação (13–6), p. 662, com $\phi = \phi_t$:

$$(r_b)_P = r_P \cos \phi_t = 0,9815 \cos 22,80^\circ = 0,9048 \text{ in}$$

$$(r_b)_G = 3,002 \cos 22,80^\circ = 2,767 \text{ in}$$

Example 14–5

Da Equação (14–25), o fator geométrico da resistência de superfície

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{(0,9815 + 0,1)^2 - 0,9048^2} + \sqrt{(3,004 + 0,1)^2 - 2,769^2} \\ &\quad - (0,9815 + 3,004) \sin 22,80^\circ \\ &= 0,5924 + 1,4027 - 1,5444 = 0,4507 \text{ in} \end{aligned}$$

Como os dois primeiros termos são menores que 1,5444, a equação para Z não requer alteração. Da Equação (14–24), o passo circular normal p_N é

passo normal de base

$$p_N = p_n \cos \phi_n = \frac{\pi}{P_n} \cos 20^\circ = \frac{\pi}{10} \cos 20^\circ = 0,2952 \text{ in}$$

Da Equação (14–21), a razão de compartilhamento de carga

$$m_N = \frac{p_N}{0,95Z} = \frac{0,2952}{0,95(0,4507)} = 0,6895$$

Substituindo na Equação (14–23), o fator geométrico I torna-se

$$I = \frac{\sin 22,80^\circ \cos 22,80^\circ}{2(0,6895)} \frac{3,06}{3,06 + 1} = 0,195$$

Example 14–5

Da Figura 14–7, os fatores geométricos $J'_P = 0,45$ e $J'_G = 0,54$. Também da Figura 14–8, os fatores multiplicadores de J são 0,94 e 0,98, corrigindo assim J'_P e J'_G para

$$J_P = 0,45(0,94) = 0,423$$

$$J_G = 0,54(0,98) = 0,529$$

O fator de distribuição de carga K_m é estimado com base na Equação (14–32):

$$C_{pf} = \frac{1,5}{10(1,963)} - 0,0375 + 0,0125(1,5) = 0,0577$$

com $C_{mc} = 1$, $C_{pm} = 1$, $C_{ma} = 0,15$, da Figura 14–11, e $C_e = 1$. Portanto, da Equação (14–30),

$$K_m = 1 + (1)[0,0577(1) + 0,15(1)] = 1,208$$

Example 14–5

(a) **Flexão de dente do pinhão.** Substituindo os termos apropriados na Equação (14–15), usando P_r , temos

$$(\sigma)_P = \left(W^t K_o K_v K_s \frac{P_t}{F} \frac{K_m K_B}{J} \right)_P = 142,7(1) 1,404(1,043) \frac{8,66}{1,5} \frac{1,208(1)}{0,423} \\ = 3445 \text{ psi}$$

Substituindo os termos apropriados referentes ao pinhão na Equação (14–41), temos

$$(S_F)_P = \left(\frac{S_t Y_N / (K_T K_R)}{\sigma} \right)_P = \frac{31\,350(0,977) / [1(0,85)]}{3445} = 10,5$$


Flexão de dente da coroa. Substituindo os termos apropriados referentes à coroa na Equação (14–15), temos

$$(\sigma)_G = 142,7(1) 1,404(1,052) \frac{8,66}{1,5} \frac{1,208(1)}{0,529} = 2779 \text{ psi}$$

A substituição dos termos apropriados referentes à coroa na Equação (14–41) produz

$$(S_F)_G = \frac{28\,260(0,996) / [1(0,85)]}{2779} = 11,9$$


Example 14–5

(b) **Desgaste de dente do pinhão.** Substituindo os termos apropriados referentes ao pinhão na Equação (14–16), temos

$$\begin{aligned}
 (\sigma_c)_P &= C_P \left(W^t K_o K_v K_s \frac{K_m}{d_P F} \frac{C_f}{I} \right)_P^{1/2} \\
 &= 2300 \left[142,7(1) 1,404(1,043) \frac{1,208}{1,963(1,5)} \frac{1}{0,195} \right]^{1/2} = 48\,230 \text{ psi}
 \end{aligned}$$

A substituição dos termos apropriados referentes ao pinhão na Equação (14–42) produz

$$(S_H)_P = \left(\frac{S_c Z_N / (K_T K_R)}{\sigma_c} \right)_P = \frac{106\,400(0,948) / [1(0,85)]}{48\,230} = 2,46$$


Desgaste de dente da coroa. O único termo na Equação (14–16) que sofre modificação, no caso da coroa, é K_s . Assim,

$$(\sigma_c)_G = \left[\frac{(K_s)_G}{(K_s)_P} \right]^{1/2} (\sigma_c)_P = \left(\frac{1,052}{1,043} \right)^{1/2} 48\,230 = 48\,440 \text{ psi}$$

A substituição dos termos apropriados referentes à coroa na Equação (14–42), com $C_H = 1,005$ nos dá

$$(S_H)_G = \frac{93\,500(0,973) 1,005 / [1(0,85)]}{48\,440} = 2,22$$


Example 14–5

(c) Para o pinhão, comparamos S_F com S_H^2 , ou 10,5 com $2,46^2 = 6,05$, de forma que o risco para o pinhão provém do desgaste. Para a coroa, nós comparamos S_F com S_H^2 , ou 11,9 com $2,22^2 = 4,93$, de forma que o risco aqui também provém do desgaste da coroa. Para o engrazamento do conjunto de engrenagens, o desgaste, portanto, tem o controle.

Critério	Pinhão	Coroa
Flexão	$S_{FP} = 10,5$	$S_{FG} = 11,9$
Desgaste	$S_{HP} = 2,46$ $(S_{HP})^2 = 6,05$	$S_{HG} = 2,22$ $(S_{HG})^2 = 4,93$

Resumo dos exemplos 14-4 e 14-5

	ECDR	ECDH
d_P	1,7"	1,963"
d_G	5,2"	6,005"
J_P	0,3	0,423
J_G	0,4	0,529
I	0,121	0,195
S_{FP}	5,62	10,5
S_{FG}	6,82	11,9
$(S_{HP})^2$	2,86	6,05
$(S_{HG})^2$	2,31	4,93

Comparação entre exemplos 14-4 e 14-5

Tensões de Flexão

$$\sigma_P = \left(W^t K_o K_v K_s \frac{P_d}{F} \frac{K_m K_B}{J} \right)_P \quad \sigma_G = \left(W^t K_o K_v K_s \frac{P_d}{F} \frac{K_m K_B}{J} \right)_G$$
$$(S_F)_P = \left(\frac{S_t Y_N / (K_T K_R)}{\sigma} \right)_P \quad (S_F)_G = \left(\frac{S_t Y_N / (K_T K_R)}{\sigma} \right)_G$$

Igualando os fatores de segurança, fazendo a substituição dos termos de tensão e resistência, cancelando termos idênticos (K_s virtualmente igual ou exatamente igual) e resolvendo para $(S_t)_G$, temos

$$(S_t)_G = (S_t)_P \frac{(Y_N)_P}{(Y_N)_G} \frac{J_P}{J_G} \quad (a)$$

O fator de ciclagem de tensão Y_N provém da Figura 14-14, na qual, para uma dureza particular, $Y_N = \alpha N^\beta$. Para o pinhão, $(Y_N)_P = \alpha N_P^\beta$, e para a coroa, $(Y_N)_G = \alpha (N_P/m_G)^\beta$. Ao substituir esses termos na Equação (a) e após simplificar, chegamos a

$$(S_t)_G = (S_t)_P m_G^\beta \frac{J_P}{J_G} \quad (14-44)$$

Normalmente, $m_G > 1$ e $J_G > J_P$, de forma que a Equação (14-44) mostra que a coroa pode ser menos forte (menor dureza Brinell) que o pinhão para o mesmo fator de segurança.

Comparação entre exemplos 14-4 e 14-5

Tensões de Contato

As equações de tensão de contato AGMA também são dispostas lado a lado:

$$(\sigma_c)_P = C_p \left(W^t K_o K_v K_s \frac{K_m}{d_P F} \frac{C_f}{I} \right)_P^{1/2} \quad (\sigma_c)_G = C_p \left(W^t K_o K_v K_s \frac{K_m}{d_P F} \frac{C_f}{I} \right)_G^{1/2}$$
$$(S_H)_P = \left(\frac{S_c Z_N / (K_T K_R)}{\sigma_c} \right)_P \quad (S_H)_G = \left(\frac{S_c Z_N C_H / (K_T K_R)}{\sigma_c} \right)_G$$

Igualando os fatores de segurança, substituindo as relações de tensão, cancelando termos idênticos, incluindo K_S , temos, após resolução para $(S_c)_G$,

$$(S_c)_G = (S_c)_P \frac{(Z_N)_P}{(Z_N)_G} \left(\frac{1}{C_H} \right)_G = (S_c)_P m_G^\beta \left(\frac{1}{C_H} \right)_G$$

em que, como no desenvolvimento da Equação (14-44), $(Z_N)_P / (Z_N)_G = m_G^\beta$, e o valor de β para desgaste provém da Figura 14-15. Uma vez que C_H é tão próximo da unidade, é geralmente desconsiderado; portanto

$$(S_c)_G = (S_c)_P m_G^\beta \quad (14-45)$$

Exemplo 14–6

18 dentes

Num conjunto de engrenagens cilíndricas de dentes retos, um pinhão com ~~14 dentes~~, dureza Brinell 250, passo 16, ângulo de pressão de 20° , profundidade completa, engranar com uma coroa de 60 dentes. A coroa e o pinhão são de aço grau 1 endurecido por completo. Usando $\beta = -0,023$, que dureza pode ter a coroa para o mesmo fator de segurança?

Para aço de grau 1 endurecido por completo, a resistência do pinhão $(S_t)_P$ é dada na Figura 14–2:

$$(S_t)_P = 0,533(250) + 88,3 = 221,55 \text{ MPa}$$

Da Figura 14–6, os fatores de forma são $J_P = 0,32$ e $J_G = 0,41$. A Equação (14–44) resulta em

$$(S_t)_G = 221,55 \left(\frac{60}{18} \right)^{-0,023} \frac{0,32}{0,41} = 168,19 \text{ MPa}$$

Use a equação na Figura 14–2 novamente.

$$(H_B)_G = \frac{168,19 - 88,3}{0,533} = 149,90 \text{ Brinell}$$

Exemplo 14–7

Com $\beta = -0,056$ para um aço endurecido por completo de grau 1, continue o Exemplo 14–6 para considerar o desgaste.

Da Figura 14–5,

$$(S_c)_P = 2,22(250) + 200 = 755 \text{ MPa}$$

Da Equação (14–45),

$$(S_c)_G = (S_c)_P \left(\frac{64}{18} \right)^{-0,056} = 755 \cdot \left(\frac{64}{18} \right)^{-0,056} = 703,23 \text{ MPa}$$

$$(H_B)_G = \frac{703,23 - 200}{2,22} = 226,68 \text{ Brinell}$$

que é ligeiramente menor que a dureza do pinhão, 250 Brinell.

Exemplo 14–8

Projete uma redução de 4:1 envolvendo engrenagens cilíndricas de dentes retos para um motor trifásico de indução com gaiola de esquilo de 100 hp de potência rodando a 1120 rev/min. A carga é suave, proporcionando uma confiabilidade de 0,95 a 10^9 revoluções do pinhão. O espaço para as engrenagens é pequeno. Utilize Nitralloy 135M de grau 1 como material, para manter o tamanho das engrenagens pequeno. As engrenagens são termo-tratadas primeiro e então nitretadas.

Tome as seguintes decisões iniciais:

- Função: 100 hp, 1120 rev/min, $R = 0,95$, $N = 10^9$ ciclos, $K_o = 1$.
- Fator de projeto para exigências não quantificadas: $n_d = 2$.
- Sistema de dentes: $\phi_n = 20^\circ$.
- Número de dentes: $N_P = 18$ dentes, $N_G = 72$ dentes (sem interferência, Seção 13–7, p. 667).
- Número de qualidade: $Q_v = 6$, use material de grau 1.
- Assuma $m_B \geq 1,2$ na Equação (14–40), $K_B = 1$.

Exemplo 14–8

Passo: Selecione uma tentativa de passo diametral $P_d = 4$ dentes/in. Assim, $d_p = 18/4 = 4,5$ in e $d_G = 72/4 = 18$ in. Da Tabela 14–2, $Y_p = 0,309$, $Y_G = 0,4324$ (interpolado). Da Figura 14–6, $J_p = 0,32$, $J_G = 0,415$,

$$V = \frac{\pi d_p n_p}{12} = \frac{\pi(4,5)1120}{12} = 1319 \text{ ft/min}$$

$$W^t = \frac{33\,000H}{V} = \frac{33\,000(100)}{1319} = 2502 \text{ lbf}$$

Das Equações (14–28) e (14–27),

$$B = 0,25(12 - Q_v)^{2/3} = 0,25(12 - 6)^{2/3} = 0,8255$$

$$A = 50 + 56(1 - 0,8255) = 59,77$$

$$K_v = \left(\frac{59,77 + \sqrt{1319}}{59,77} \right)^{0,8255} = 1,480$$

Exemplo 14–8

Da Equação (14–38), $K_R = 0,658 - 0,0759 \ln(1 - 0,95) = 0,885$. Da Figura 14–14,

$$(Y_N)_P = 1,3558(10^9)^{-0,0178} = 0,938$$

$$(Y_N)_G = 1,3558(10^9/4)^{-0,0178} = 0,961$$

Da Figura 14–15,

$$(Z_N)_P = 1,4488(10^9)^{-0,023} = 0,900$$

$$(Z_N)_G = 1,4488(10^9/4)^{-0,023} = 0,929$$

De acordo com a recomendação seguinte à Equação (14–8), $3p \leq F \leq 5p$. Tente $F = 4p = 4\pi/P = 4\pi/4 = 3,14$ in. Da Equação (a), Seção 14–10,

$$K_s = 1,192 \left(\frac{F \sqrt{Y}}{P} \right)^{0,0535} = 1,192 \left(\frac{3,14 \sqrt{0,309}}{4} \right)^{0,0535} = 1,140$$

Exemplo 14–8

Das Equações (14–31), (14–33), (14–35), $C_{mc} = C_{pm} = C_e = 1$. Da Figura 14–11, $C_{ma} = 0,175$ para unidades de engrenagens comerciais fechadas. Da Equação (14–32), $F/(10d_p) = 3,14/[10(4,5)] = 0,0698$. Assim,

$$C_{pf} = 0,0698 - 0,0375 + 0,0125(3,14) = 0,0715$$

Da Equação (14–30),

$$K_m = 1 + (1)[0,0715(1) + 0,175(1)] = 1,247$$

Da Tabela 14–8, para engrenagens de aço, $C_p = 2300 \sqrt{\text{psi}}$. Da Equação (14–23), com $m_G = 4$ e $m_N = 1$,

$$I = \frac{\cos 20^\circ \sin 20^\circ}{2} \frac{4}{4 + 1} = 0,1286$$

Exemplo 14–8

Flexão de dente do pinhão. Com as estimativas acima para K_s e K_m geradas pelo passo diametral primitivo, checamos para verificar se a largura de engrazamento F é controlada por considerações de flexão ou desgaste. Igualando as Equações (14–15) e (14–17), substituindo W^t por $n_d W^t$ e resolvendo para a largura de face $(F)_{\text{flexão}}$ necessária para resistir à fadiga, obtemos

$$(F)_{\text{flexão}} = n_d W^t K_o K_v K_s P_d \frac{K_m K_B}{J_P} \frac{K_T K_R}{S_t Y_N} \quad (1)$$

Igualando as Equações (14–16) e (14–18), substituindo W^t por $n_d W^t$ e resolvendo a equação obtida para a largura de face $(F)_{\text{desgaste}}$ necessária para resistir à fadiga por desgaste, obtemos

$$(F)_{\text{desgaste}} = \left(\frac{C_p K_T K_R}{S_c Z_N} \right)^2 n_d W^t K_o K_v K_s \frac{K_m C_f}{d_P I} \quad (2)$$

Exemplo 14–8

Da Tabela 14–5, o intervalo de durezas do Nitralloy 135M é Rockwell C32–36 (302–335 Brinell). Escolhendo a dureza de meio de intervalo como sendo possível de obter, usamos portanto 320 Brinell. Da Figura 14–4,

$$S_t = 86,2(320) + 12\,730 = 40\,310 \text{ psi}$$

Inserindo o valor numérico de S_t na Equação (1) para calcular a largura de face, temos

$$(F)_{\text{flexão}} = 2(2502)(1)1,48(1,14)4 \frac{1,247(1)(1)0,885}{0,32(40\,310)0,938} = 3,08 \text{ in}$$

Da Tabela 14–6 para o Nitralloy 135M, $S_c = 170\,000$ psi. Introduzindo esse valor na Equação (2), encontramos

$$(F)_{\text{desgaste}} = \left(\frac{2\,300(1)(0,885)}{170\,000(0,900)} \right)^2 2(2\,502)1(1,48)1,14 \frac{1,247(1)}{4,5(0,1286)} = 3,22 \text{ in}$$

Exemplo 14–8

Decisão

Defina a largura de face com 3,50 in. Corrija K_s e K_m :

$$K_s = 1,192 \left(\frac{3,50 \sqrt{0,309}}{4} \right)^{0,0535} = 1,147$$

$$\frac{F}{10d_p} = \frac{3,50}{10(4,5)} = 0,0778$$

$$C_{pf} = 0,0778 - 0,0375 + 0,0125(3,50) = 0,0841$$

$$K_m = 1 + (1)[0,0841(1) + 0,175(1)] = 1,259$$

A tensão de flexão induzida por W^t em flexão, com base na Equação (14–15), é

$$(\sigma)_P = 2\,502(1)1,48(1,147) \frac{4}{3,50} \frac{1,259(1)}{0,32} = 19\,100 \text{ psi}$$

O fator de segurança AGMA do pinhão em flexão, da Equação (14–41), é

$$(S_F)_P = \frac{40\,310(0,938)/[1(0,885)]}{19\,100} = 2,24$$

Exemplo 14–8

Decisão

Flexão de dente da coroa. Utilize uma coroa de peça fundida por causa do diâmetro primitivo de 18 in. Utilize o mesmo material, tratamento térmico e nitretação. A tensão de flexão induzida pela carga está na mesma razão de J_P/J_G . Assim

$$(\sigma)_G = 19\,100 \frac{0,32}{0,415} = 14\,730 \text{ psi}$$

O fator de segurança da coroa em flexão é

$$(S_F)_G = \frac{40\,310(0,961)/[1(0,885)]}{14\,730} = 2,97$$

Exemplo 14–8

Desgaste de dente do pinhão. A tensão de contato, dada pela Equação (14–16), é

$$(\sigma_c)_P = 2300 \left[2\,502(1)1,48(1,147) \frac{1,259}{4,5(3,5)} \frac{1}{0,129} \right]^{1/2} = 118\,000 \text{ psi}$$

O fator de segurança advindo da Equação (14–42) é

$$(S_H)_P = \frac{170\,000(0,900)/[1(0,885)]}{118\,000} = 1,465$$

Pela nossa definição de fator de segurança, para a flexão do pinhão $(S_F)_p = 2,24$ e para o desgaste $(S_H)_P^2 = (1,465)^2 = 2,15$.

Exemplo 14–8

Desgaste de dente da coroa. As durezas da coroa e pinhão são as mesmas. Assim, com base na Figura 14–12, $C_H = 1$, a tensão de contato na coroa é a mesma que aquela no pinhão, $(\sigma_c)_G = 118\,000$ psi. A resistência ao desgaste é também a mesma, $S_c = 170\,000$ psi. O fator de segurança da coroa no que tange ao desgaste é

$$(S_H)_G = \frac{170\,000(0,929)/[1(0,885)]}{118\,000} = 1,51$$

Assim, para a coroa em flexão, $(S_F)_G = 2,97$ e sob desgaste $(S_H)^2_G = (1,51)^2 = 2,29$.

Aro. Mantenha $m_B \geq 1,2$. A altura completa é $h_t = \text{adendo} + \text{dedendo} = 1/P_d + 1,25/P_d = 2,25/P_d = 2,25/4 = 0,5625$ in. A espessura do aro t_R é

$$t_R \geq m_B h_t = 1,2(0,5625) = 0,675 \text{ in}$$

No projeto do material bruto da coroa, certifique-se de que a espessura do aro exceda 0,675 in; do contrário, reveja e modifique esse projeto de engrenamento.