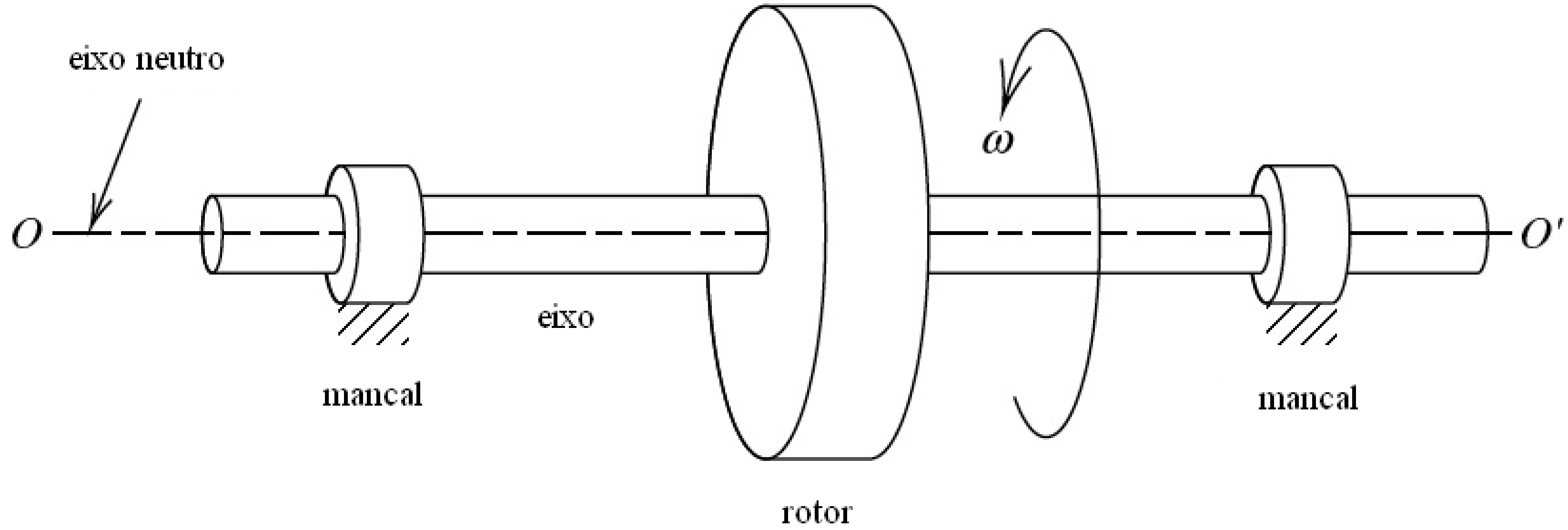
MOVIMENTO SOB DESBALANCEAMENTO

Seja um sistema rotor – eixo – mancais, ilustrado abaixo, sob desbalanceamento.



Sistema rotor – eixo – mancais (fonte: Palm, 2007)

As equações de movimento em coordenadas cartesianas, obtidas no Cap. 2, são

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = m_e e\omega^2 \cos\omega t \quad (1) \quad \text{e} \quad m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = m_e e\omega^2 \mathrm{sen}\omega t \quad (2)$$

onde x e y são os deslocamentos do centro do rotor na horizontal e na vertical.

MOVIMENTO SOB DESBALANCEAMENTO (cont.)

Em regime permanente, as respostas (vibrações) correspondentes são

$$x_p(t) = X\cos(\omega t + \phi_x) = \frac{m_e e \omega^2}{k} \cdot \frac{1}{\sqrt{(1-\varepsilon^2)^2 + (2\zeta\varepsilon)^2}} \cos\left\{\omega t + \operatorname{arctg}\left[\frac{-2\zeta\varepsilon}{(1-\varepsilon^2)}\right]\right\} \quad (3)$$

$$y_p(t) = Y\operatorname{sen}(\omega t + \phi_y) = \frac{m_e e \omega^2}{k} \cdot \frac{1}{\sqrt{(1-\varepsilon^2)^2 + (2\zeta\varepsilon)^2}} \operatorname{sen}\left\{\omega t + \operatorname{arctg}\left[\frac{-2\zeta\varepsilon}{(1-\varepsilon^2)}\right]\right\} \quad (4)$$

Como $k = m\omega_n^2$, $\varepsilon = \omega/\omega_n$ e definindo $\psi = \operatorname{arctg}\left[-2\zeta\varepsilon/(1-\varepsilon^2)\right]$, tem-se que

$$x_p(t) = \frac{m_e e}{m} \cdot \frac{\varepsilon^2}{\sqrt{(1-\varepsilon^2)^2 + (2\zeta\varepsilon)^2}} \cos\{\omega t + \psi\} \quad (5)$$

$$y_p(t) = \frac{m_e e}{m} \cdot \frac{\varepsilon^2}{\sqrt{(1-\varepsilon^2)^2 + (2\zeta\varepsilon)^2}} \operatorname{sen}\{\omega t + \psi\} \quad (6)$$

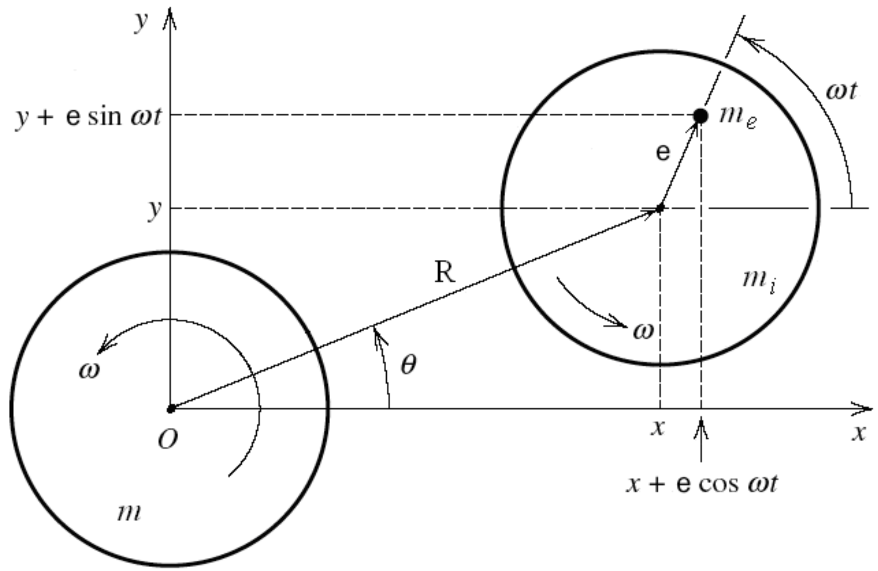
MOVIMENTO SOB DESBALANCEAMENTO (cont.)

Combinando os movimentos em x e y, resulta, em coordenadas polares, que

$$r_p(t) = \sqrt{\left[x_p(t)\right]^2 + \left[y_p(t)\right]^2} = \frac{m_e e}{m} \cdot \frac{\varepsilon^2}{\sqrt{(1-\varepsilon^2)^2 + (2\zeta\varepsilon)^2}} = R \quad (7)$$

$$\theta_p(t) = \text{arctg}\left[\frac{y_p(t)}{x_p(t)}\right] = \text{arctg}\left[\tan\left(\omega t + \psi\right)\right] = \omega t + \psi \quad (8a) \quad \therefore \quad \dot{\theta}_p(t) = \omega \quad (8b)$$

Ou seja, o movimento angular do rotor e de seu eixo defletido, em torno do eixo neutro, tem raio constante R e velocidade angular $\dot{\theta}_p(t)$ igual à velocidade angular ω (rotação de rotor e eixo) → <u>bamboleio síncrono</u>.



Bamboleio síncrono (fonte: Palm, 2007)

EXEMPLO: MOVIMENTO SOB DESBALANCEAMENTO

Seja um rotor de um compressor, cuja massa é 55 kg, montado num eixo de rigidez igual a $1,4\text{x}10^7$ N/m. O eixo gira a 6000 rpm e o sistema possui uma razão de amortecimento $\zeta = 0,05$. Assume-se que o rotor contém uma massa excêntrica $m_e = 0,55$ kg, com excentricidade $e = 0,10$ m. Determinar as amplitudes radiais nas rotações de operação e crítica (coincidência com a frequência natural).

Solução: Face à simetria do sistema e ao desacoplamento das equações, há uma única frequência natural ω_n a ser considerada. Ela é dada por

$$\omega_n = \sqrt{k/m} = \sqrt{1,4\text{x}10^7/55} = 504,5 \text{ rad / s},$$

o que corresponde a

$$504,5 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \text{x} \frac{60\text{s}}{1\text{min}} \text{x} \frac{1 \text{ rot}}{2\pi \text{ rad}} = 4817,6 \text{ rpm}.$$

EXEMPLO: MOVIMENTO SOB DESBALANCEAMENTO (cont.)

Na rotação de operação ω_r, tem-se $\varepsilon_r = \omega_r / \omega_n = 6000/4817,6 = 1,245$. Portanto,

$$R = \frac{m_e e}{m} . \frac{\varepsilon^2}{\sqrt{(1-\varepsilon^2)^2 + (2\zeta\varepsilon)^2}} =$$

$$= \frac{0,55.0,10}{55} . \frac{(1,245^2)}{\sqrt{(1-1,245^2)^2 + (2.0,05.1,245)^2}} = 2,75x10^{-3}\,m.$$

Já a rotação crítica ω_c é aquela cujo valor é igual à frequência natural do sistema. Ou seja, $\omega_c = \omega_n = 504,5 rad/s$, o que corresponde a 4817,6 rpm.

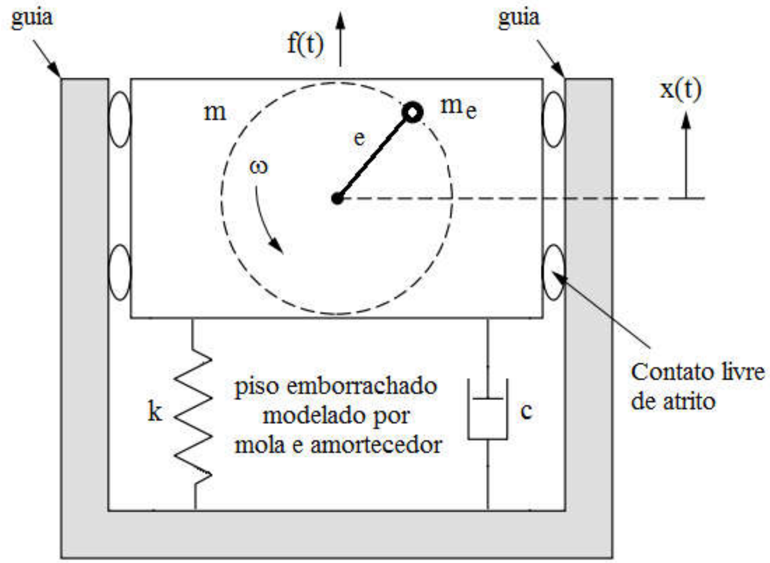
Nesse caso, em que $\varepsilon = 1$, obtém-se um valor que é quase 4 vezes maior que o anterior, posto que

$$R = \frac{m_e e}{m} . \frac{\varepsilon}{2\zeta} = \frac{0,55.0,10}{55} . \frac{1}{2.0,05} = 1,00x10^{-2}\,m.$$

EXERCÍCIO: MOVIMENTO SOB DESBALANCEAMENTO

Seja uma máquina contendo uma massa excêntrica girante e operando sobre um piso emborrachado, como ilustrado ao lado.

Por restrições de projeto e montagem, a máquina só apresenta vibração significativa na direção vertical. Sabe-se, através de medição, que a amplitude da força de desbalanceamento, na rotação de operação de 3000 rpm, é 374 N.



Máquina sob desbalanceamento (fonte: Inman, 2008)

Sendo m = 120 kg, k = 800 kN/m e c = 500 kg/s, determinar:

(a) as amplitudes de vibração permanente, nas rotações de operação e crítica;

(b) a excentricidade, sendo a massa excêntrica igual a 1% da massa do sistema;

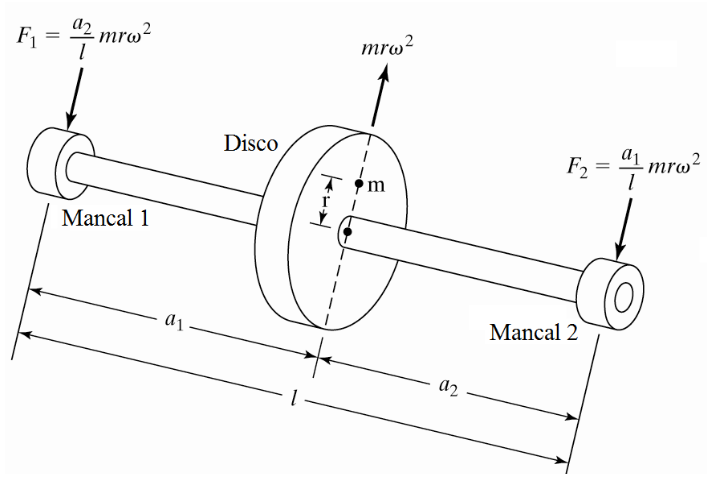
Avaliar se, durante a partida ou desligamento, vibrações elevadas ocorrem.

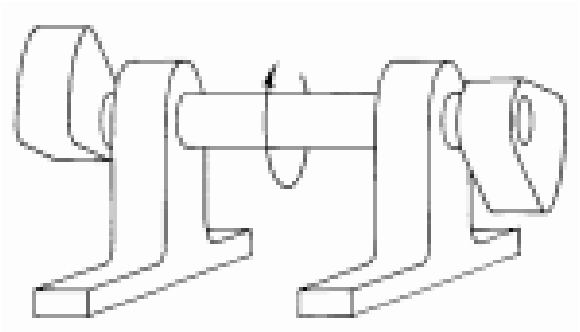
BALANCEAMENTO

No **balanceamento**, busca-se, via de regra, **adicionar uma ou mais massas de compensação** em posições tais que o efeito do desbalanceamento seja cancelado.

O balanceamento pode ser **estático** (primário) ou **dinâmico** (secundário).

No tipo **estático**, as forças geradas pelos componentes desbalanceados em rotação (tipo disco rígido) podem ser resolvidas num único plano e equilibradas pela **adição de uma massa** naquele plano apenas.

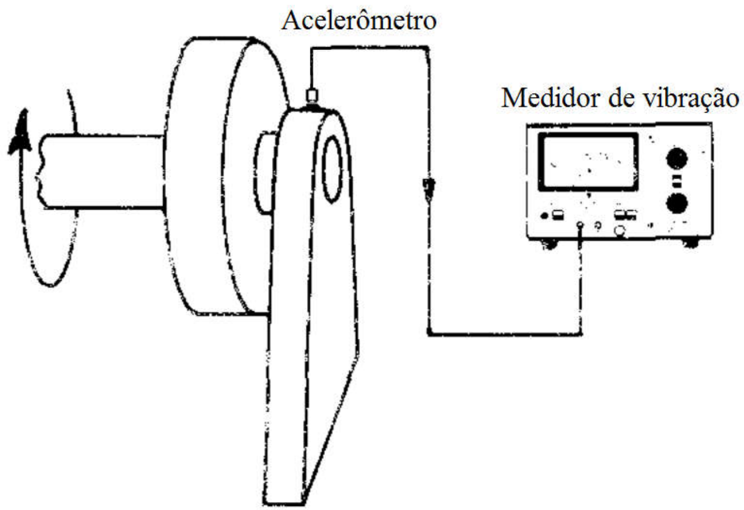




No tipo **dinâmico**, as forças e momentos ligados aos componentes desbalanceados (tipo rotor alongado) podem ser resolvidas em dois (ou mais) planos e equilibradas por **adição de massas** naqueles planos.

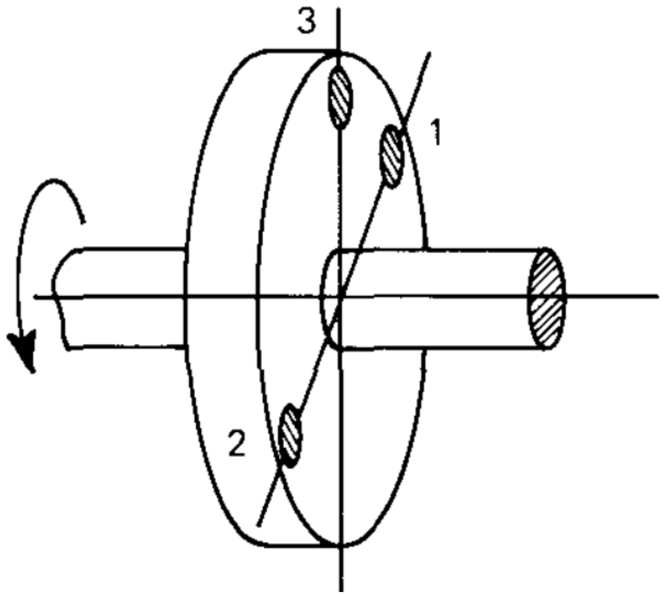
BALANCEAMENTO ESTÁTICO – MONTAGEM EXPERIMENTAL

Ilustra-se à direita uma montagem experimental básica para balanceamento estático. Ela se resume a um sensor de vibração (acelerômetro) conectado a um medidor de vibração, de modo que a amplitude correspondente possa ser lida.



Medição de desbalanceamento (Copyright © Brüel & Kjær)

São feitas 4 medições, uma sem massa de teste e outras três com uma mesma massa de teste, fixada num mesmo raio em três posições diferentes, a 90º uma da outra, como se vê na figura à esquerda.

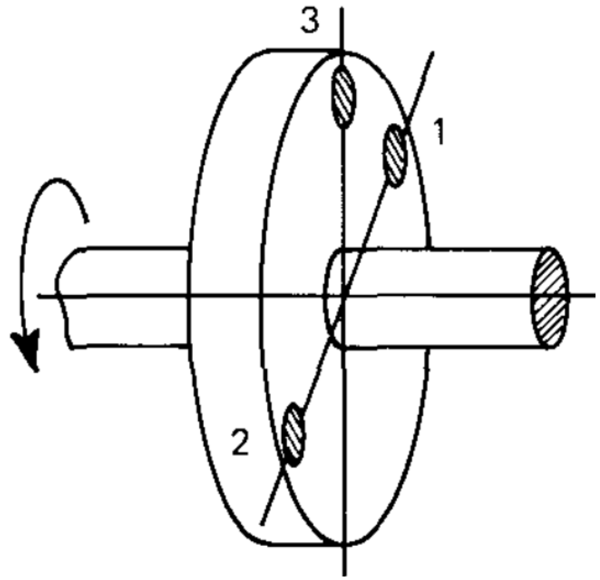


Posições de massa de teste (Copyright © Brüel & Kjær)

BALANCEAMENTO ESTÁTICO – PROCEDIMENTO

Inicialmente, põe-se o disco em rotação e mede-se a amplitude de vibração correspondente à condição sem massa de teste. Ou seja, apenas com o desbalanceamento original. Essa amplitude é designada por V_0.

Na sequência, fixa-se alternadamente a massa de teste, de valor igual a m_T, nas posições 1 e 2 da figura ao lado. Mede-se, em cada caso, a amplitude de vibração associada. Essas amplitudes correspondem a posições com 180º de diferença e são designadas por V_1 e V_2.



Posições de massa de teste (Copyright © Brüel & Kjær)

Tem-se, nessas duas últimas medições, um efeito combinado entre o desbalanceamento original e o desbalanceamento devido à massa de teste.

BALANCEAMENTO ESTÁTICO – DIAGRAMA VETORIAL PRELIMINAR

Para descrever vibrações como vetores, traçam-se então 2 círculos, um de raio igual a V_1 e outro igual a V_2 (ver ao lado).

Vetores $\mathbf{V_1}$ e $\mathbf{V_2}$ com ângulos arbitrários também são traçados em cada círculo, para a construção de paralelogramos idênticos.

Esses têm como lado comum a linha que vai do centro dos círculos ao ponto médio da linha que liga as pontas dos vetores.

Esse lado comum tem comprimento V_0, o que obtém ajustando os ângulos dos vetores.

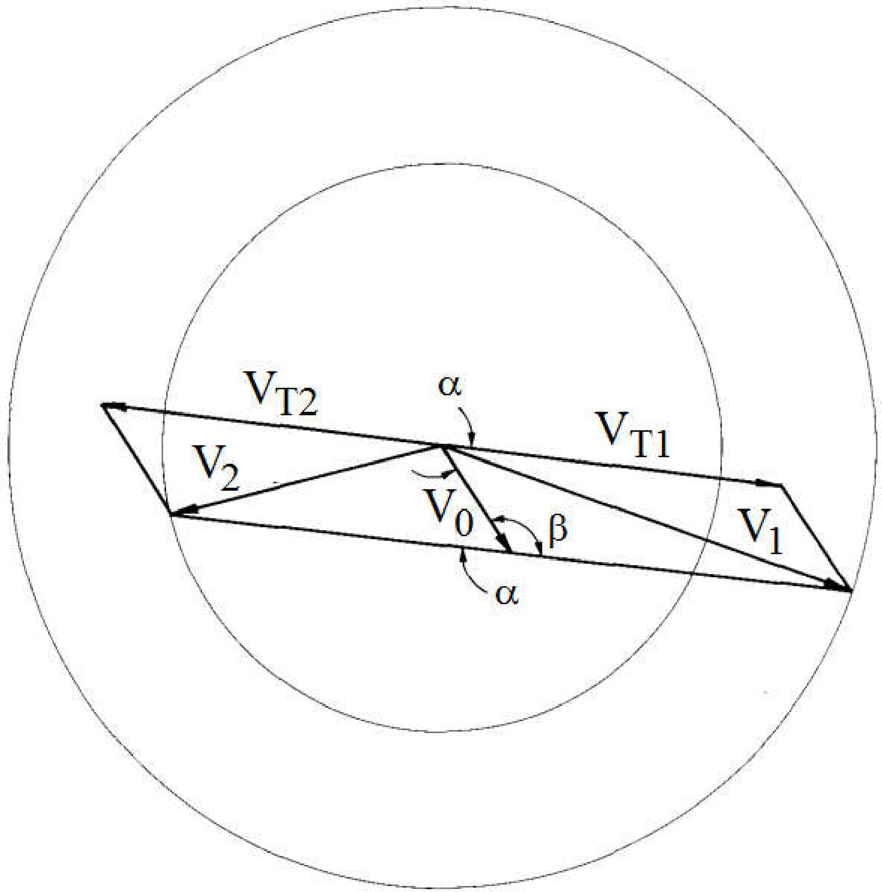


Diagrama vetorial (Copyright © Brüel & Kjær)

BALANCEAMENTO ESTÁTICO – EQUAÇÕES

Pela lei dos cossenos, decorrem as seguintes relações:

$$V_1^2 = V_{T1}^2 + V_0^2 - 2V_{T1}V_0\cos\beta \quad (9) \quad \text{e} \quad V_2^2 = V_{T2}^2 + V_0^2 - 2V_{T2}V_0\cos\alpha \quad (10)$$

onde V_{T1} e V_{T2} são comprimentos de vetores, de valores iguais às amplitudes de vibração causadas pela massa de teste nas posições 1 e 2, respectivamente.

Como $\alpha = 180° - \beta$, $\cos\alpha = -\cos\beta$. Levando essa igualdade na Eq. (9), tem-se

$$V_1^2 = V_{T1}^2 + V_0^2 + 2V_{T1}V_0\cos\alpha \quad (11)$$

Os comprimentos V_{T1} e V_{T2} devem ser iguais, posto que correspondem a uma mesma amplitude de desbalanceamento. Resulta, assim, que

$$\boxed{V_{T1} = V_{T2} = V_T = \sqrt{\frac{V_1^2 + V_2^2 - 2V_0^2}{2}}} \quad (12) \quad \text{e} \quad \boxed{\alpha = \arccos\left(\frac{V_1^2 - V_2^2}{4V_TV_0}\right)} \quad (13)$$

BALANCEAMENTO ESTÁTICO – MASSA DE COMPENSAÇÃO

Ocorre que, da Eq. (13), pode-se obter tanto α quanto – α. Ou seja, o vetor $\mathbf{V_0}$ pode estar tanto acima quanto abaixo do eixo V_{T1}-V_{T2}.

Faz-se, então, uma nova medição, agora com a massa de teste na posição 3. A amplitude correspondente é designada por V_3.

Se essa amplitude for maior do que V_T, $\mathbf{V_0}$ estará acima do eixo V_{T1}-V_{T2}; se for menor, $\mathbf{V_0}$ estará abaixo (linhas cheia e tracejada da próxima transparência).

Determinada o ângulo de $\mathbf{V_0}$, associado ao desbalanceamento original, a **massa de compensação** deve ser colocada **a 180º**, com o seguinte **valor**:

$$\boxed{m_{comp} = m_0 = V_0 m_T / V_T} \quad (14)$$

BALANCEAMENTO ESTÁTICO – DIAGRAMA VETORIAL FINAL

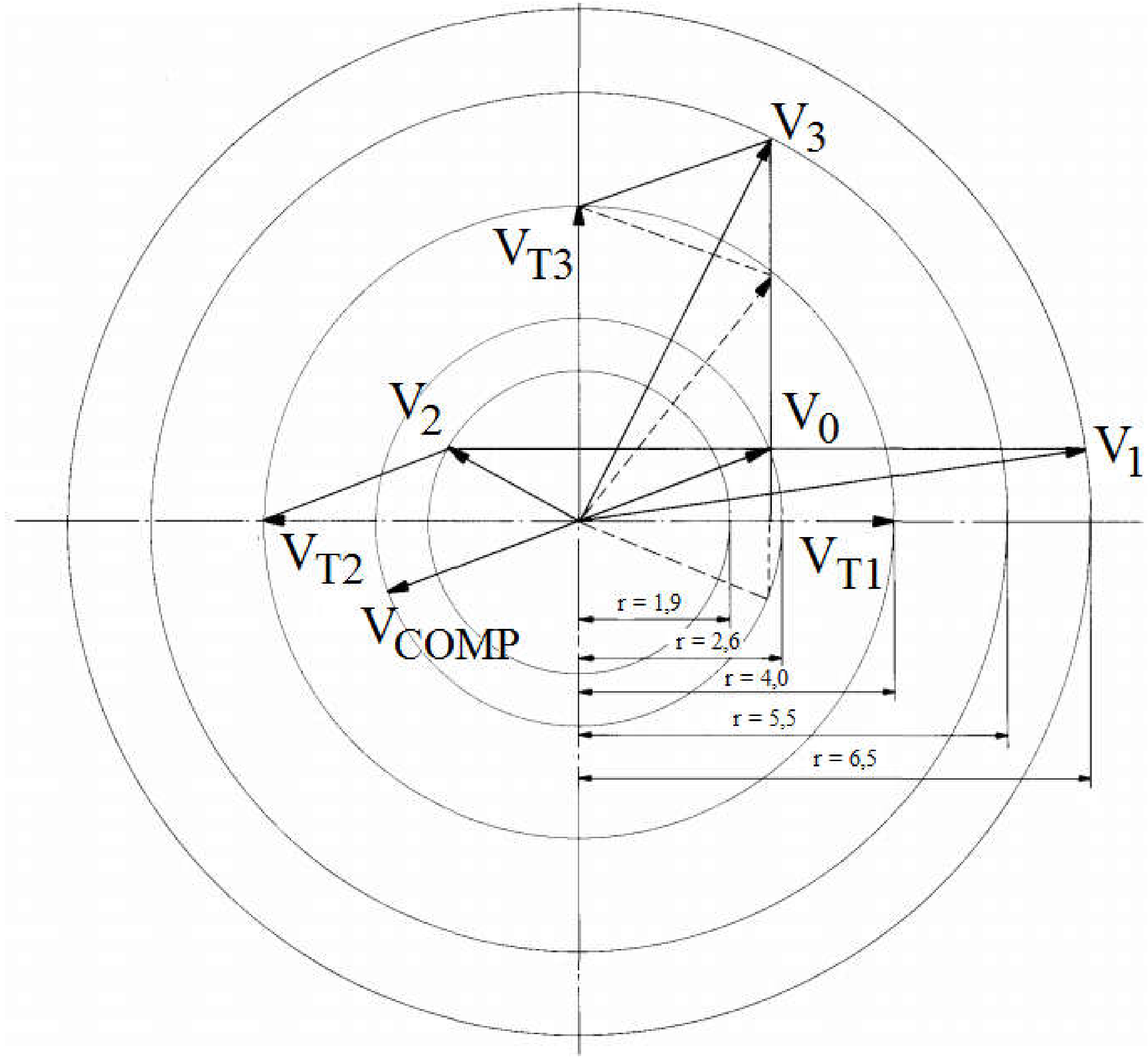


Diagrama vetorial (Copyright © Brüel & Kjær)

EXEMPLO: BALANCEAMENTO ESTÁTICO

Considere-se que, num procedimento de balanceamento estático, foram medidas as seguintes amplitudes de vibração:

$$V_0 = 2,6 \text{ mm/s} \;;\; V_1 = 6,5 \text{ mm/s} \;;\; V_2 = 1,9 \text{ mm/s} \;;\; V_3 = 5,5 \text{ mm/s} \,.$$

Uma massa de teste de 10 g foi empregada. Determinar a posição e o valor da massa de compensação.

Solução: A partir das Eqs. (12) e (13), obtêm-se que

$$V_T = \sqrt{\frac{6,5^2 + 1,9^2 - 2x2,6^2}{2}} = 4 \text{ mm/s} \quad \text{e} \quad \alpha = \arccos\left(\frac{6,5^2 - 1,9^2}{4x4x2,6}\right) = \pm 21,7°$$

A massa de compensação deve ficar, então, a 201,7º, sendo seu valor igual a

$$m_{comp} = 2,6x10/4 = 6,5 \text{ g}.$$