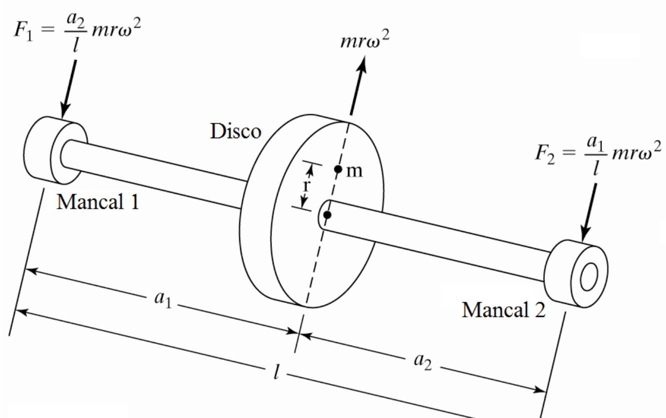
BALANCEAMENTO

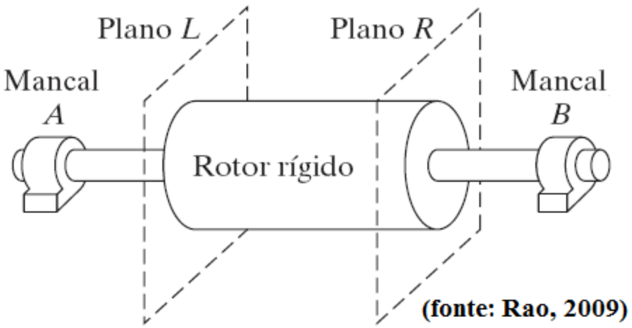
No **balanceamento**, busca-se, via de regra, **adicionar uma ou mais massas de compensação** em posições tais que o efeito do desbalanceamento seja cancelado.

O balanceamento pode ser **estático** (primário) ou **dinâmico** (secundário).

No **estático**, as forças geradas pelos componentes desbalanceados em rotação (p.ex., disco rígido) podem ser resolvidas num único plano e equilibradas pela **adição de massa única** naquele plano apenas.



(fonte: Rao, 2009)

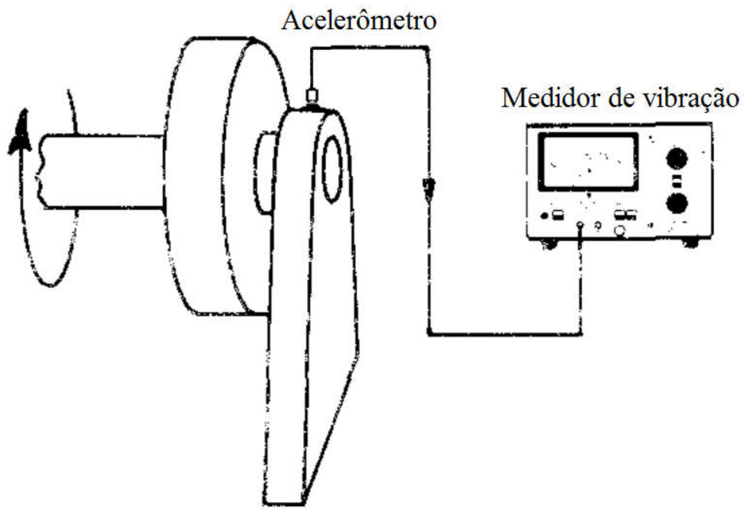


(fonte: Rao, 2009)

No tipo **dinâmico**, as forças e momentos ligados aos componentes desbalanceados (tipo rotor alongado) podem ser resolvidas em dois (ou mais) planos e equilibradas por **adição de massas** naqueles planos.

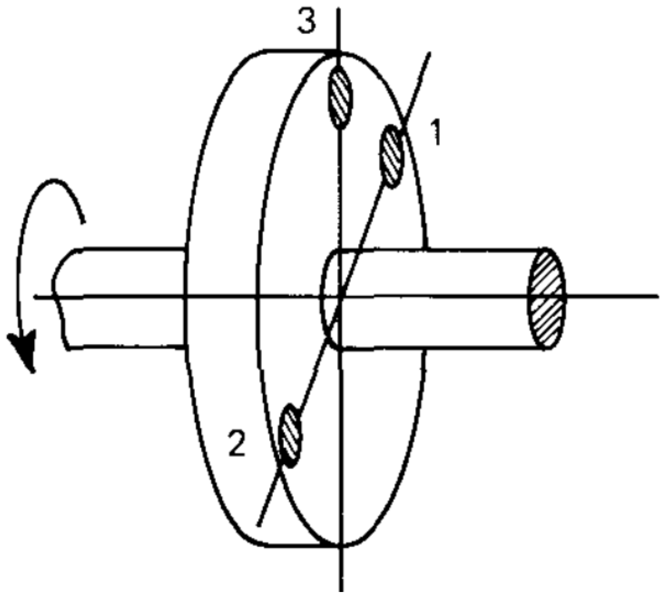
BALANCEAMENTO ESTÁTICO – MONTAGEM EXPERIMENTAL

Ilustra-se à direita uma montagem experimental básica para balanceamento estático. Ela se resume a um sensor de vibração (acelerômetro) conectado a um medidor de vibração, de modo que a amplitude correspondente possa ser lida.



Medição de desbalanceamento (Copyright © Brüel & Kjær)

São feitas 4 medições, uma sem massa de teste e outras três com uma mesma massa de teste, fixada num mesmo raio em três posições diferentes, a 90º uma da outra, como se vê na figura à esquerda.

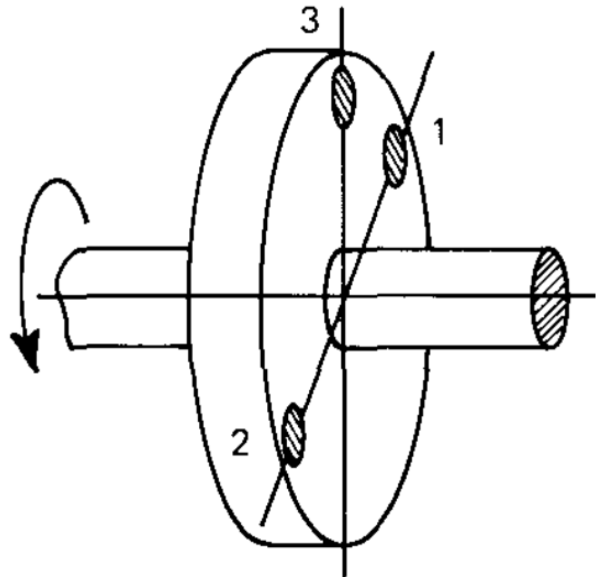


Posições de massa de teste (Copyright © Brüel & Kjær)

BALANCEAMENTO ESTÁTICO – PROCEDIMENTO

Inicialmente, põe-se o disco em rotação e mede-se a amplitude de vibração correspondente à condição sem massa de teste. Ou seja, apenas com o desbalanceamento original. Essa amplitude é designada por V_0.

Na sequência, fixa-se alternadamente a massa de teste, de valor igual a m_T, nas posições 1 e 2 da figura ao lado. Mede-se, em cada caso, a amplitude de vibração associada. Essas amplitudes correspondem a posições com 180º de diferença e são designadas por V_1 e V_2.



Posições de massa de teste (Copyright © Brüel & Kjær)

Tem-se, nessas duas últimas medições, um efeito combinado entre o desbalanceamento original e o desbalanceamento devido à massa de teste.

BALANCEAMENTO ESTÁTICO – DIAGRAMA VETORIAL PRELIMINAR

Para descrever vibrações como vetores, traçam-se então 2 círculos, um de raio igual a V_1 e outro igual a V_2 (ver ao lado).

Vetores $\mathbf{V_1}$ e $\mathbf{V_2}$ com ângulos arbitrários também são traçados em cada círculo, para a construção de paralelogramos idênticos.

Esses têm como lado comum a linha que vai do centro dos círculos ao ponto médio da linha que liga as pontas dos vetores.

Esse lado comum tem comprimento V_0, o que obtém ajustando os ângulos dos vetores.

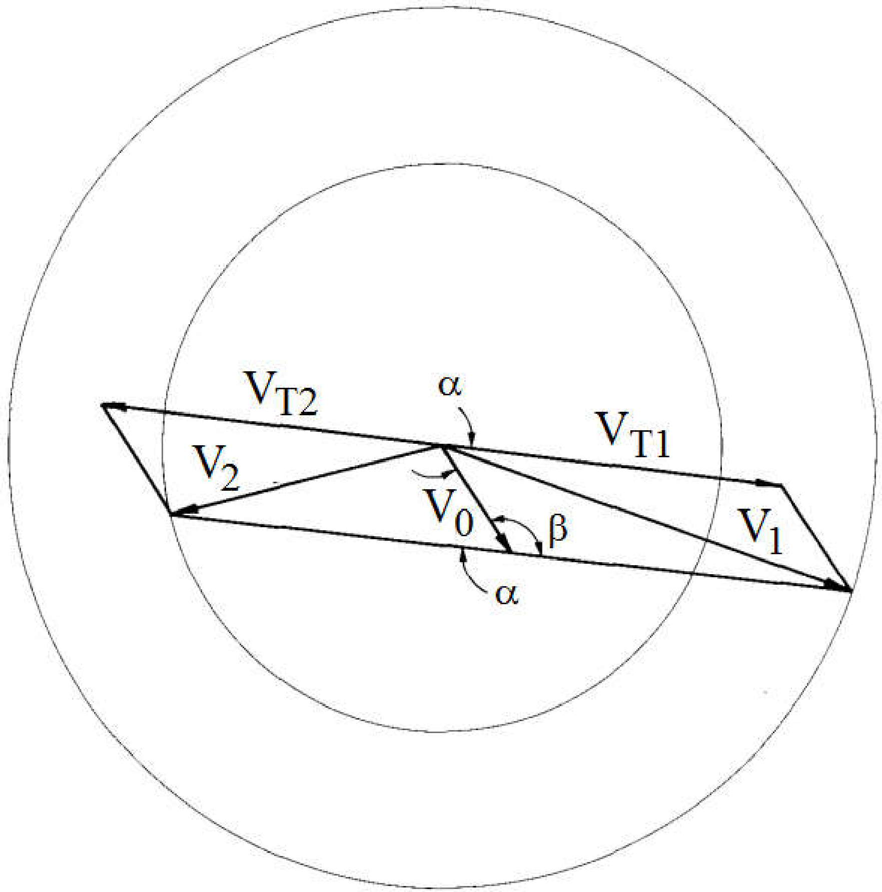


Diagrama vetorial (Copyright © Brüel & Kjær)

BALANCEAMENTO ESTÁTICO – EQUAÇÕES

Pela lei dos cossenos, decorrem as seguintes relações:

$$V_1^2 = V_{T1}^2 + V_0^2 - 2V_{T1}V_0\cos\beta \quad (9) \quad \text{e} \quad V_2^2 = V_{T2}^2 + V_0^2 - 2V_{T2}V_0\cos\alpha \quad (10)$$

onde V_{T1} e V_{T2} são comprimentos de vetores, de valores iguais às amplitudes de vibração causadas pela massa de teste nas posições 1 e 2, respectivamente.

Como $\alpha = 180° - \beta$, $\cos\alpha = -\cos\beta$. Levando essa igualdade na Eq. (9), tem-se

$$V_1^2 = V_{T1}^2 + V_0^2 + 2V_{T1}V_0\cos\alpha \quad (11)$$

Os comprimentos V_{T1} e V_{T2} devem ser iguais, posto que correspondem a uma mesma amplitude de desbalanceamento. Resulta, assim, que

$$\boxed{V_{T1} = V_{T2} = V_T = \sqrt{\frac{V_1^2 + V_2^2 - 2V_0^2}{2}}} \quad (12) \quad \text{e} \quad \boxed{\alpha = \arccos\left(\frac{V_1^2 - V_2^2}{4V_T V_0}\right)} \quad (13)$$

BALANCEAMENTO ESTÁTICO – MASSA DE COMPENSAÇÃO

Ocorre que, da Eq. (13), pode-se obter tanto α quanto $-\alpha$. Ou seja, o vetor $\mathbf{V_0}$ pode estar tanto acima quanto abaixo do eixo V_{T1}-V_{T2}.

Faz-se, então, uma nova medição, agora com a massa de teste na posição 3. A amplitude correspondente é designada por V_3.

Se essa amplitude for maior do que V_T, $\mathbf{V_0}$ estará acima do eixo V_{T1}-V_{T2}; se for menor, $\mathbf{V_0}$ estará abaixo (linhas cheia e tracejada da próxima transparência).

Determinada o ângulo de $\mathbf{V_0}$, associado ao desbalanceamento original, a **massa de compensação** deve ser colocada **a 180º**, com o seguinte **valor**:

$$\boxed{m_{comp} = m_0 = V_0 m_T / V_T} \quad (14)$$

BALANCEAMENTO ESTÁTICO – DIAGRAMA VETORIAL FINAL

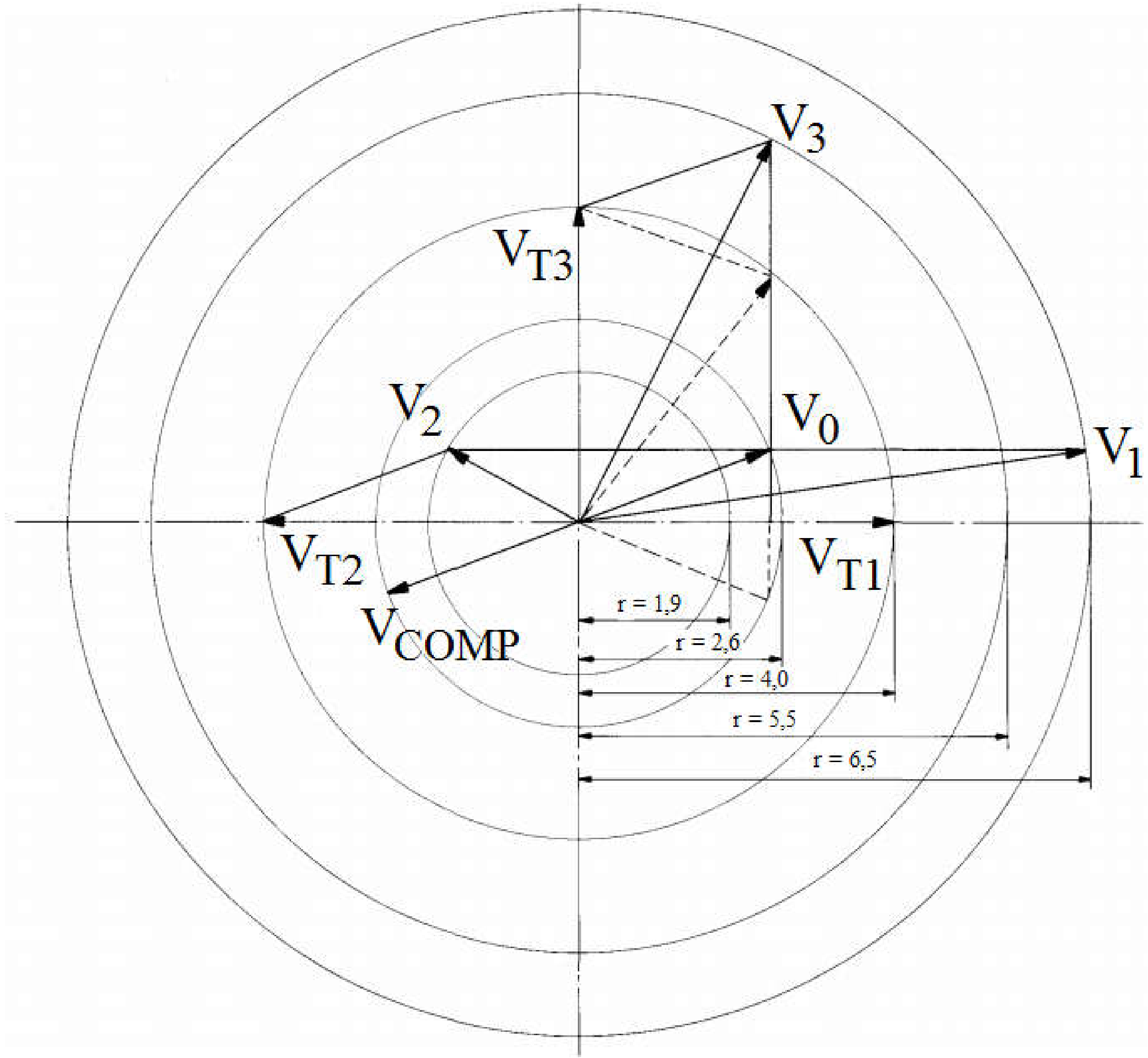


Diagrama vetorial (Copyright © Brüel & Kjær)

EXEMPLO: BALANCEAMENTO ESTÁTICO

Considere-se que, num procedimento de balanceamento estático, foram medidas as seguintes amplitudes de vibração:

$$V_0 = 2,6 \text{ mm/s} \; ; \; V_1 = 6,5 \text{ mm/s} \; ; \; V_2 = 1,9 \text{ mm/s} \; ; \; V_3 = 5,5 \text{ mm/s} \; .$$

Uma massa de teste de 10 g foi empregada. Determinar a posição e o valor da massa de compensação.

Solução: A partir das Eqs. (12) e (13), obtêm-se que

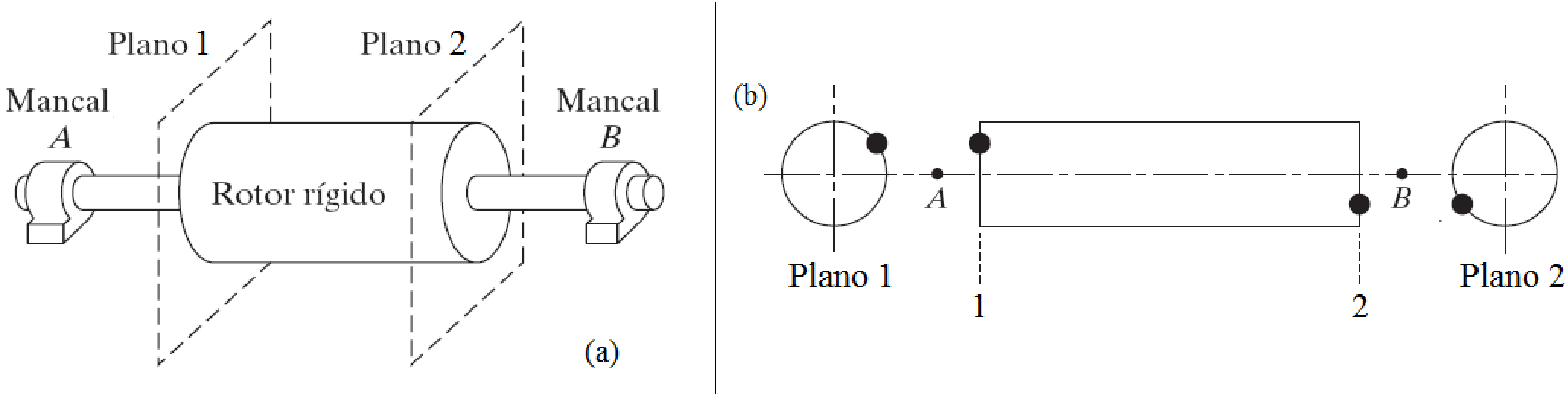
$$V_T = \sqrt{\frac{6,5^2 + 1,9^2 - 2\text{x}2,6^2}{2}} = 4 \text{ mm/s} \quad \text{e} \quad \alpha = \arccos\left(\frac{6,5^2 - 1,9^2}{4\text{x}4\text{x}2,6}\right) = \pm 21,7°$$

A massa de compensação deve ficar, então, a 201,7º, sendo seu valor igual a

$$m_{comp} = 2,6\text{x}10/4 = 6,5 \text{ g}.$$

BALANCEAMENTO DINÂMICO – ABORDAGEM

Ao se lidar com um rotor alongado, como ilustrado abaixo, há que se considerar que o desbalanceamento pode estar em qualquer lugar ao longo do rotor. As excitações atuantes serão, então, forças e momentos.

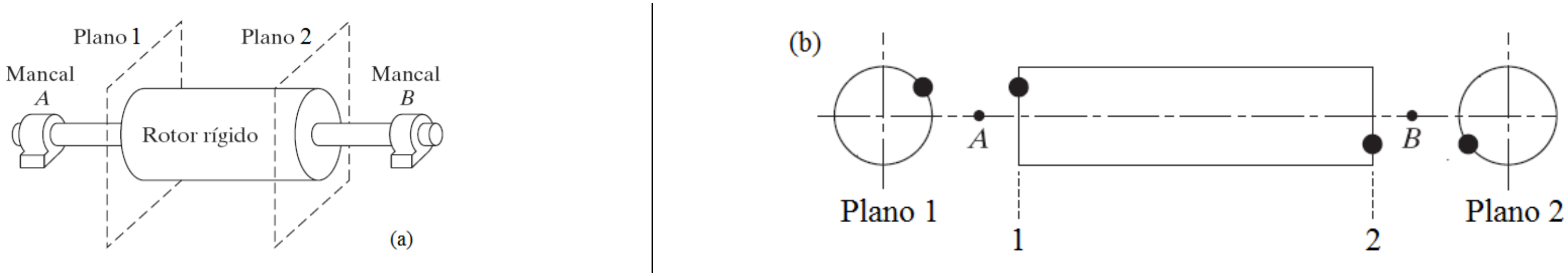


Balanceamento de um rotor em dois planos: (a) visão geral; (b) posicionamento de massas (adaptado de: Rao, 2009)

Nesse caso, o rotor pode ser balanceado pela adição de duas massas de compensação, em dois planos distintos quaisquer. Os dois planos normalmente escolhidos, por conveniência, são os das extremidades do rotor, como se vê acima.

BALANCEAMENTO DINÂMICO – PROCEDIMENTO

Com rotor na rotação de interesse ω, medem-se as vibrações nos mancais A e B, correspondentes ao caso do desbalanceamento original. Essas vibrações são designadas por $\bar{V}_{1.0}$ e $\bar{V}_{2.0}$ (grandezas complexas, com módulo e argumento).



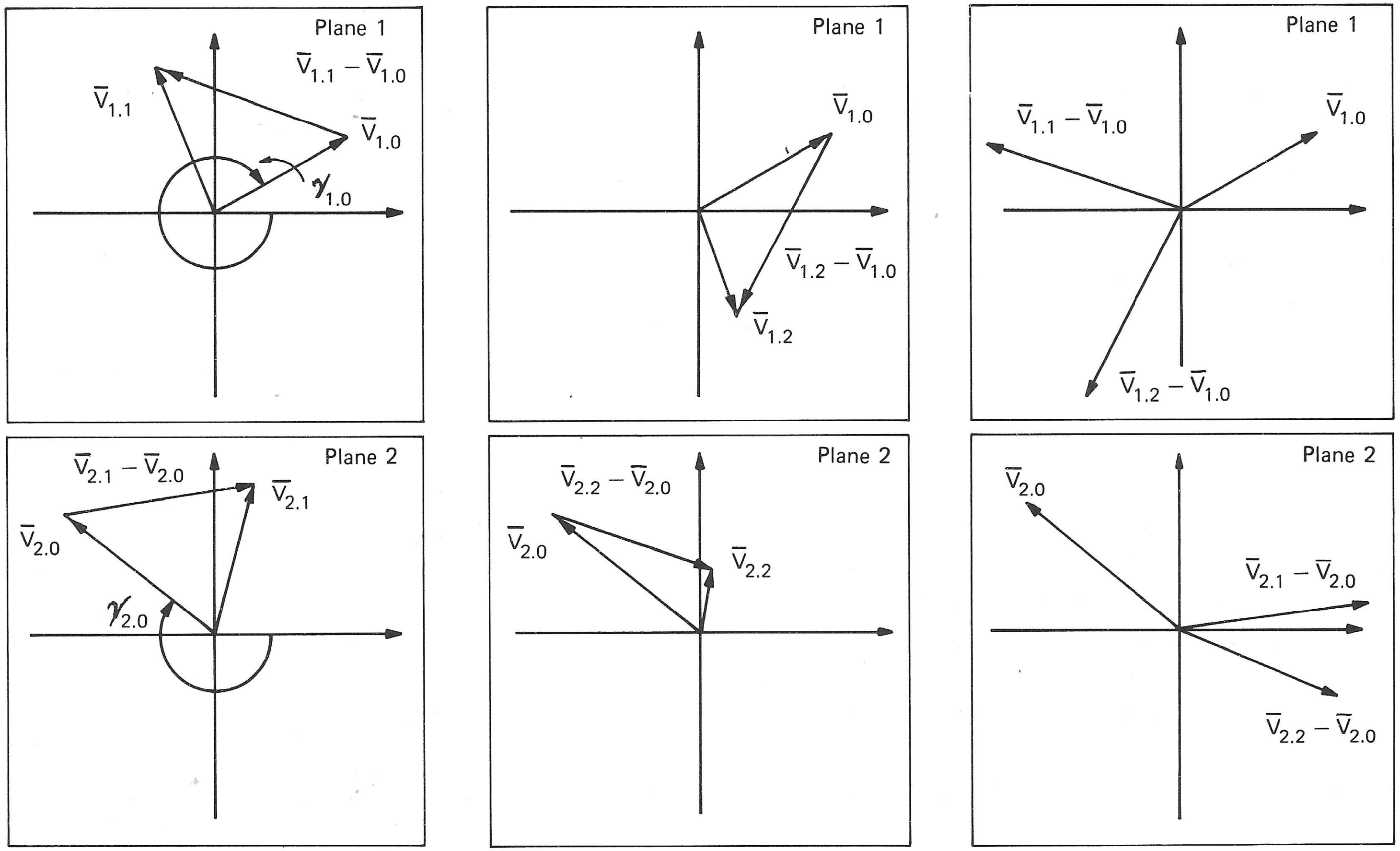
Balanceamento de um rotor em dois planos: (a) visão geral; (b) posicionamento de massas (adaptado de: Rao, 2009)

A seguir, fixa-se uma massa de teste, de valor m_T, no plano 1. Medem-se, nos mancais A e B, as vibrações associadas a esse caso, designadas por $\bar{V}_{1.1}$ e $\bar{V}_{2.1}$. Passa-se, então, a massa m_T para o plano 2 e medem-se as vibrações $\bar{V}_{1.2}$ e $\bar{V}_{2.2}$.

Nessas medições, há um efeito combinado entre o desbalanceamento original (desb_or) e o desbalanceamento devido à massa de teste (desb_mt).

BALANCEAMENTO DINÂMICO – PROCEDIMENTO (cont.)

As vibrações medidas como descrito anteriormente podem ser representadas vetorialmente, no plano complexo, como ilustrado na figura abaixo.



Representação vetorial de vibrações medidas (Copyright © Brüel & Kjær)

BALANCEAMENTO DINÂMICO – REPRESENTAÇÃO VETORIAL

Em representação vetorial no plano complexo, uma medição de vibração $\bar{V}$, com módulo $V = |\bar{V}|$ e argumento $\phi_V = \arg(\bar{V})$, cuja forma polar é

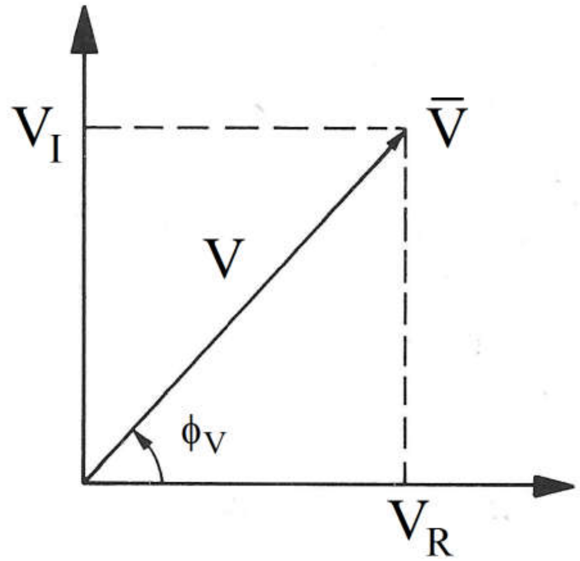
$$\bar{V} = Ve^{j\phi_V} \qquad (1)$$

passa a ser escrita como

$$\bar{V} = V_R + V_I j \qquad (2)$$

onde V_R é a parte real de $\bar{V}$ e V_I é a parte imaginária.

Como se vê na figura ao lado, V_R é registrada no eixo das abscissas e V_I no eixo das ordenadas.

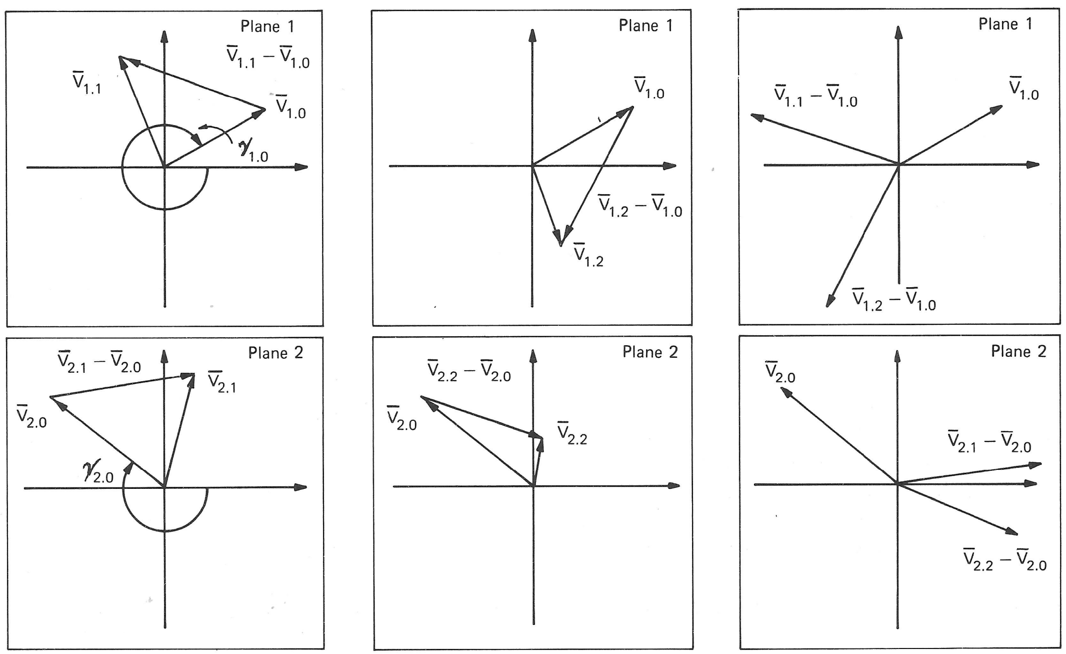


Representação vetorial

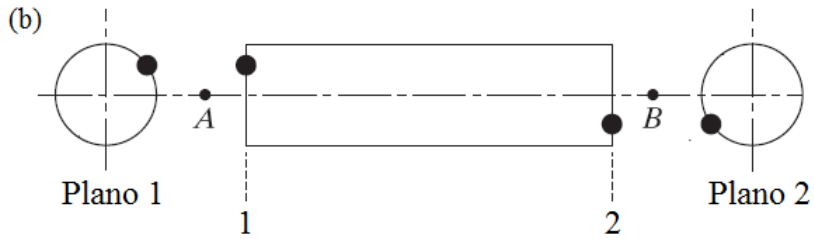
(Copyright © Brüel & Kjær)

BALANCEAMENTO DINÂMICO – PROCEDIMENTO (cont.)

Abaixo, $\bar{V}_{1.0}$ e $\bar{V}_{2.0}$ são as vibrações nos mancais A e B, com o desbalanceamento original (desb_or) só. Já $(\bar{V}_{1.1}-\bar{V}_{1.0})$ e $(\bar{V}_{2.1}-\bar{V}_{2.0})$ são as vibrações no mancal A, com m_T no plano 1 e sem o desb_or, enquanto $(\bar{V}_{1.2}-\bar{V}_{1.0})$ e $(\bar{V}_{2.2}-\bar{V}_{2.0})$ são as vibrações no mancal B, com m_T no plano 2 e sem o desb_or.



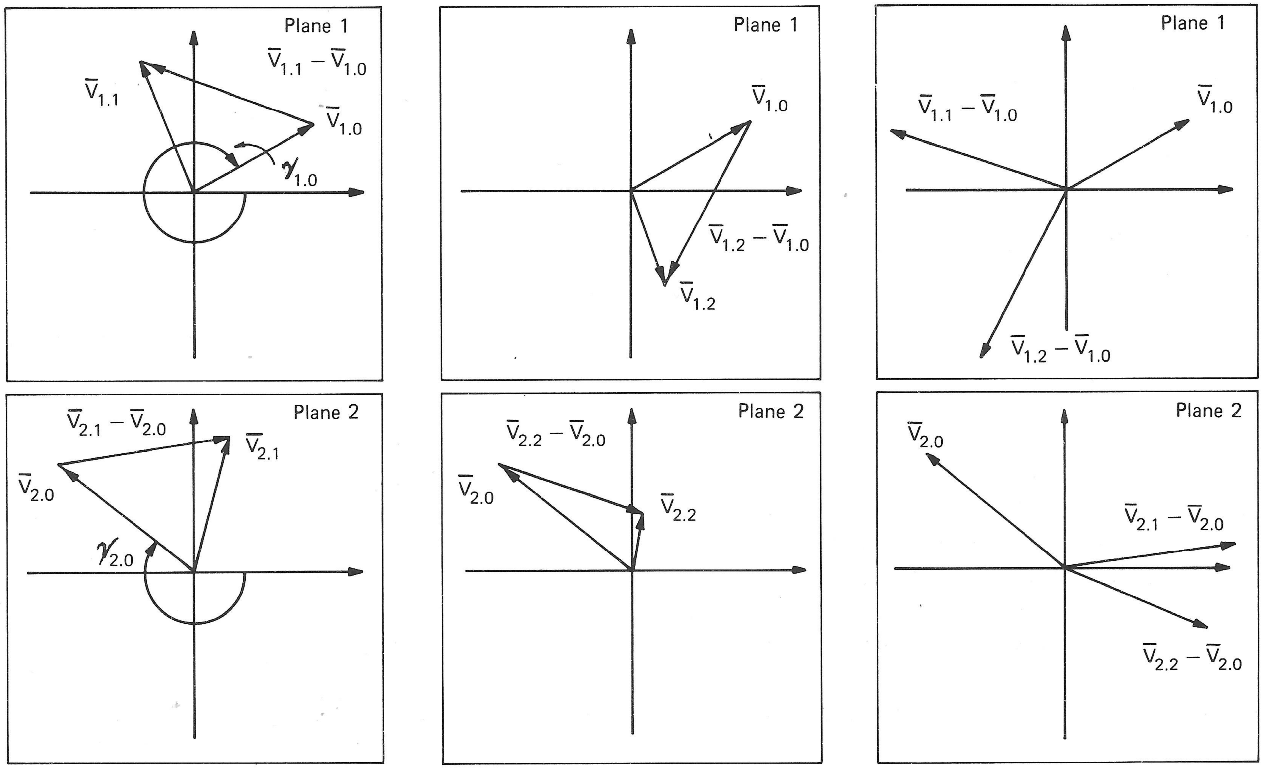
Representação vetorial de vibrações medidas (Copyright © Brüel & Kjær)



Balanceamento de um rotor em dois planos (adaptado de: Rao, 2009)

BALANCEAMENTO DINÂMICO – PROCEDIMENTO (cont.)

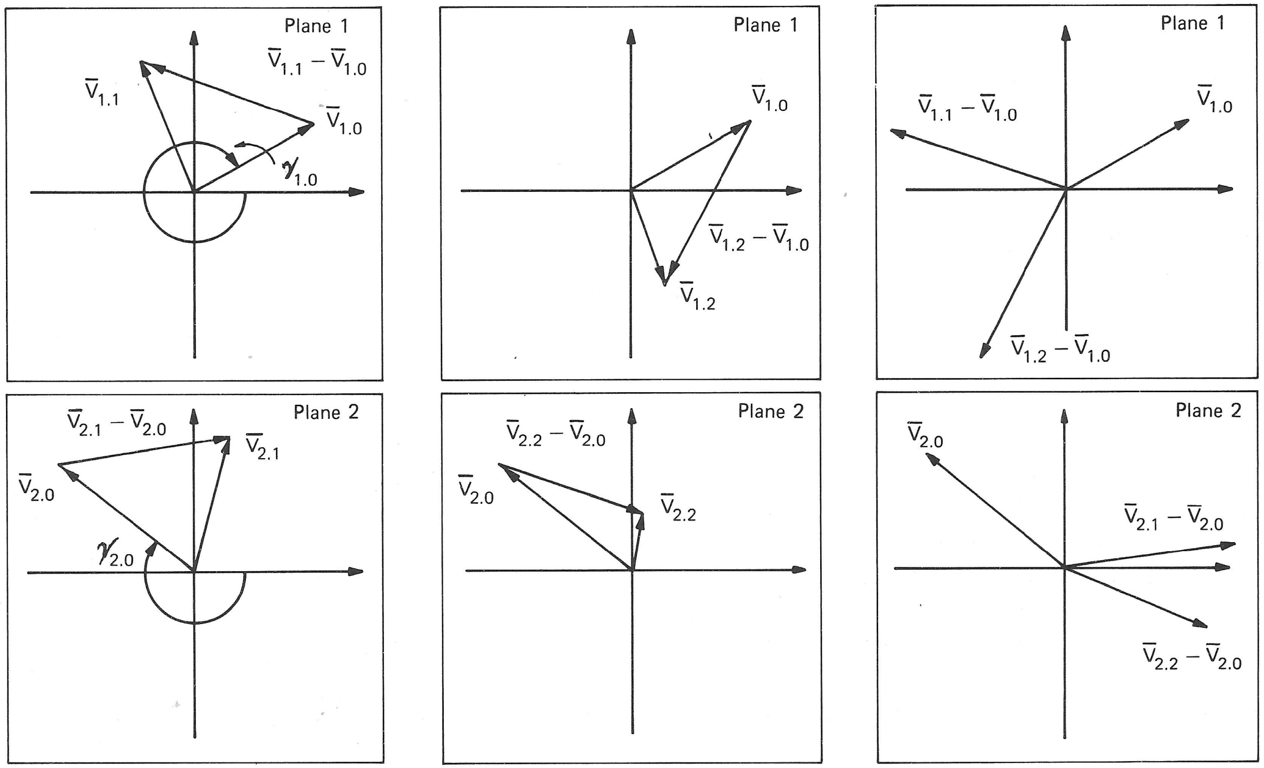
Da figura abaixo, pode-se antecipar que, se $(\bar{V}_{1.1} - \bar{V}_{1.0})$ e $(\bar{V}_{1.2} - \bar{V}_{1.0})$ forem devidamente alterados, sua soma cancelará $\bar{V}_{1.0}$. Essa consideração também se aplica para a soma de $(\bar{V}_{2.1} - \bar{V}_{2.0})$ e $(\bar{V}_{2.2} - \bar{V}_{2.0})$ e o cancelamento de $\bar{V}_{2.0}$.



Representação vetorial de vibrações medidas (Copyright © Brüel & Kjær)

BALANCEAMENTO DINÂMICO – PROCEDIMENTO (cont.)

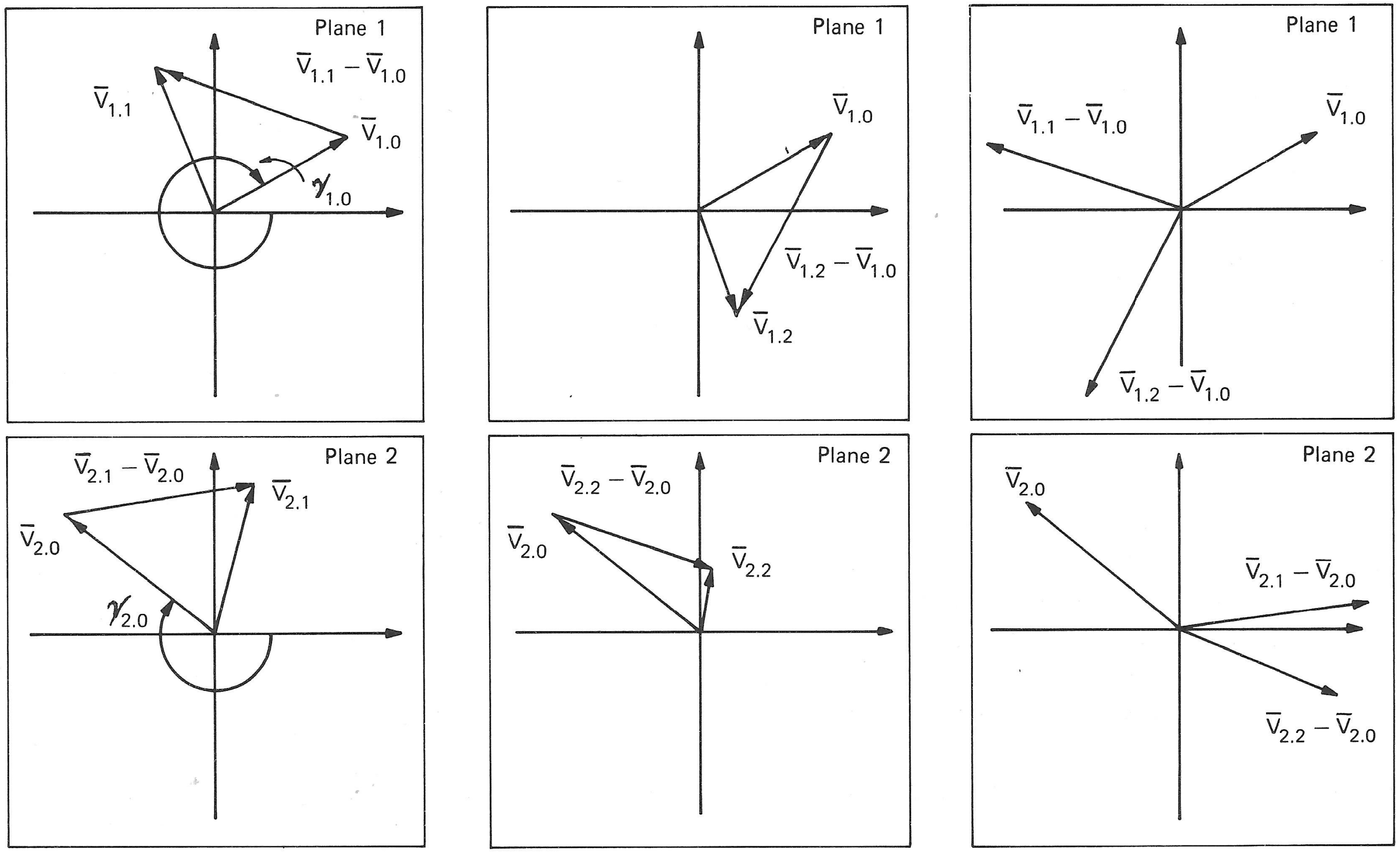
Ou seja, combinando adequadamente as diferenças entre as vibrações com e sem massa adicional em cada um dos planos escolhidos, as vibrações oriundas apenas do desbalanceamento original podem ser eliminadas.



Representação vetorial de vibrações medidas (Copyright © Brüel & Kjær)

BALANCEAMENTO DINÂMICO – PROCEDIMENTO (cont.)

Isso pode ser feito modificando o valor e a posição da massa adicional em cada um dos planos. A massa adicional torna-se, assim, uma massa de compensação.



Representação vetorial de vibrações medidas (Copyright © Brüel & Kjær)

BALANCEAMENTO DINÂMICO – EQUAÇÕES

Matematicamente, o balanceamento dinâmico pode ser equacionado como

$$Q_1\left(\bar{V}_{1.1}-\bar{V}_{1.0}\right)+Q_2\left(\bar{V}_{1.2}-\bar{V}_{1.0}\right)=-\bar{V}_{1.0} \quad (3)$$

$$Q_1\left(\bar{V}_{2.1}-\bar{V}_{2.0}\right)+Q_2\left(\bar{V}_{2.2}-\bar{V}_{2.0}\right)=-\bar{V}_{2.0} \quad (4)$$

onde Q_1 e Q_2 são operadores vetoriais associados à inserção de massas de compensação nos planos 1 e 2, respectivamente.

Resolvendo as Eqs. (3) e (4) para Q_1 e Q_2, decorre que

$$Q_1=\frac{-\bar{V}_{1.0}-Q_2\left(\bar{V}_{1.2}-\bar{V}_{1.0}\right)}{\bar{V}_{1.1}-\bar{V}_{1.0}} \quad (5)$$

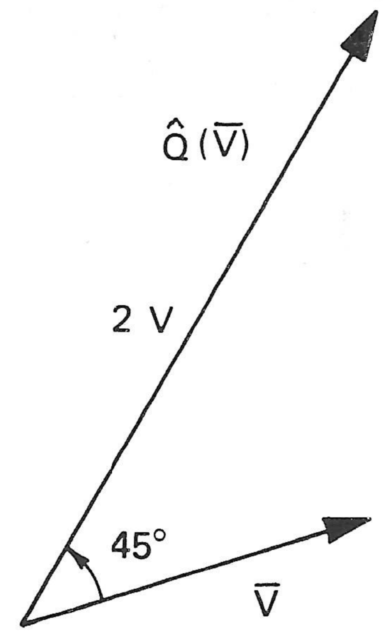
$$Q_2=\frac{\bar{V}_{2.0}\left(\bar{V}_{1.1}-\bar{V}_{1.0}\right)-\bar{V}_{1.0}\left(\bar{V}_{2.1}-\bar{V}_{2.0}\right)}{\left(\bar{V}_{2.1}-\bar{V}_{2.0}\right)\left(\bar{V}_{1.2}-\bar{V}_{1.0}\right)-\left(\bar{V}_{2.2}-\bar{V}_{2.0}\right)\left(\bar{V}_{1.1}-\bar{V}_{1.0}\right)} \quad (6)$$

BALANCEAMENTO DINÂMICO – OPERADOR VETORIAL

Um operador vetorial $\hat{Q}$, quando aplicado a um vetor, altera sua magnitude e fase.

Seja, por exemplo, o vetor $\overline{V}$, que está associado a uma vibração decorrente da inserção de uma certa massa de teste.

Se $\hat{Q}$ é um operador que multiplica a magnitude por 2 e altera a fase em 45°, então $\hat{Q}(\overline{V})$, como ilustrado ao lado, é um vetor cuja magnitude é duas vezes maior e fase com diferenção de 45° em relação à fase de $\overline{V}$.



O vetor $\hat{Q}(\overline{V})$ corresponde a vibração causada por uma massa de compensação duas vezes maior do que a massa de teste, fixada a um ângulo de 45° na direção de rotação, a partir da massa de teste.

BALANCEAMENTO DINÂMICO – MASSAS DE COMPENSAÇÃO

Como já apresentado, os operadores Q_1 e Q_2 são dados por

$$Q_1 = \frac{-\bar{V}_{1.0} - Q_2\left(\bar{V}_{1.2} - \bar{V}_{1.0}\right)}{\bar{V}_{1.1} - \bar{V}_{1.0}} \qquad (5)$$

$$Q_2 = \frac{\bar{V}_{2.0}\left(\bar{V}_{1.1} - \bar{V}_{1.0}\right) - \bar{V}_{1.0}\left(\bar{V}_{2.1} - \bar{V}_{2.0}\right)}{\left(\bar{V}_{2.1} - \bar{V}_{2.0}\right)\left(\bar{V}_{1.2} - \bar{V}_{1.0}\right) - \left(\bar{V}_{2.2} - \bar{V}_{2.0}\right)\left(\bar{V}_{1.1} - \bar{V}_{1.0}\right)} \qquad (6)$$

Uma vez determinados Q_1 e Q_2, os valores e as posições das massas de compensação podem ser calculados, a partir da interpretação desses operadores, como explicado anteriormente.

Essas massas serão inseridas nos planos 1 e 2, respectivamente, visando o balanceamento do rotor de interesse.

EXEMPLO: BALANCEAMENTO DINÂMICO

Considere-se que, num procedimento de balanceamento dinâmico, tal como descrito anteriormente, foram medidas as seguintes vibrações:

massa de teste (situação)	vibrações medidas (magnitude e fase)					
	plano 1			plano 2		
sem m_T	$\bar{V}_{1.0}$	7,2 mm/s	238° (–2,13 rd)	$\bar{V}_{2.0}$	13,5 mm/s	296° (–1,12 rd)
m_T no plano 1	$\bar{V}_{1.1}$	4,9 mm/s	114° (1,99 rd)	$\bar{V}_{2.1}$	9,2 mm/s	347° (–0,23 rd)
m_T no plano 2	$\bar{V}_{1.2}$	4,0 mm/s	79° (1,38 rd)	$\bar{V}_{2.2}$	12,0 mm/s	292° (–1,19 rd)

Nesse procedimento, uma massa de teste de 2,5 g foi usada em ambos os planos.

Determinar os valores e as posições das massas de compensação a serem inseridas nos planos em questão.

EXEMPLO: BALANCEAMENTO DINÂMICO (cont.)

Solução: Escrevendo as vibrações acima em forma complexa, tem-se que

$\bar{V}$	$\lvert\bar{V}\rvert$ (mm/s)	$\arg\left(\bar{V}\right)$ (rad)	$\mathrm{re}\left(\bar{V}\right)+\mathrm{im}\left(\bar{V}\right)j$
$\bar{V}_{1.0}$	7,2	–2,13 rd	– 3,82 – 6,12j
$\bar{V}_{1.1}$	4,9	1,99	– 1,99 + 4,48j
$\bar{V}_{1.2}$	4,0	1,38	0,76 + 3,93j
$\bar{V}_{2.0}$	13,5	–1,12	5,92 – 12.1j
$\bar{V}_{2.1}$	9,2	–0,23	8,96 – 2,07j
$\bar{V}_{2.2}$	12,0	–1,19	4,50 – 11,1j
$\bar{V}_{1.1}-\bar{V}_{1.0}$	---	---	1,82 + 10,6j
$\bar{V}_{2.1}-\bar{V}_{2.0}$	---	---	3,04 + 10,1j
$\bar{V}_{1.2}-\bar{V}_{1.0}$	---	---	4,58 + 10,0j
$\bar{V}_{2.2}-\bar{V}_{2.0}$	---	---	– 1,42 + 1,01j

EXEMPLO: BALANCEAMENTO DINÂMICO (cont.)

Face aos valores tabulados acima, obtém-se, pela aplicação das Eqs. (3) e (4), que

$$Q_1 = 0,756 + 0,907j \quad \text{e} \quad Q_2 = 0,161 - 1,13j.$$

Em termos de magnitude e fase, isso significa que

$$\text{(a) } |Q_1| = 1,18 \ \text{ e } \ \arg(Q_1) = 50,2° \ ; \quad \text{(b) } |Q_2| = 1,14 \ \text{ e } \ \arg(Q_2) = -81,9° \ .$$

Assim sendo, para balanceamento dinâmico do rotor de interesse, devem ser aplicadas as seguintes **massas de compensação**:

a) plano 1

massa de 1,18 x 2,5 g = 2,95 g, a 50,2° da massa de teste, no sentido da rotação;

b) plano 2

massa de 1,14 x 2,5 g = 2,84 g, a –81,9° da massa de teste, no sentido contrário.