

# CAPÍTULO 7

---

## MECÂNICA DA FRATURA ELASTOPLÁSTICA

A aplicação da Mecânica da Fratura Elástica Linear, MFEL, está limitada a situações onde a plastificação é restrita, pequena quando comparada com as dimensões da trinca e do ligamento. Ocorre que em muitas situações práticas as limitações da MFEL não podem ser respeitadas, tendo em vista que grande parte dos materiais com que muitas peças e estruturas são fabricadas apresentam uma tenacidade de média a alta. Apenas nos casos de materiais de alta dureza e grande resistência mecânica, em que um comportamento do tipo frágil se verifica, é que a MFEL pode ser diretamente aplicada. Em outros casos a sua aplicação pode ser um pouco estendida com o uso do conceito da trinca elástica equivalente.

### 7.1 - LIMITAÇÕES DA MFEL

As limitações da Mecânica da Fratura Elástica Linear podem ser visualizadas a partir da equação da tensão de falha, derivada da expressão (6.26), fazendo  $K_I = K_{IC}$ ,

$$K_{IC} = Y \cdot \sigma_c \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \quad (7.1)$$

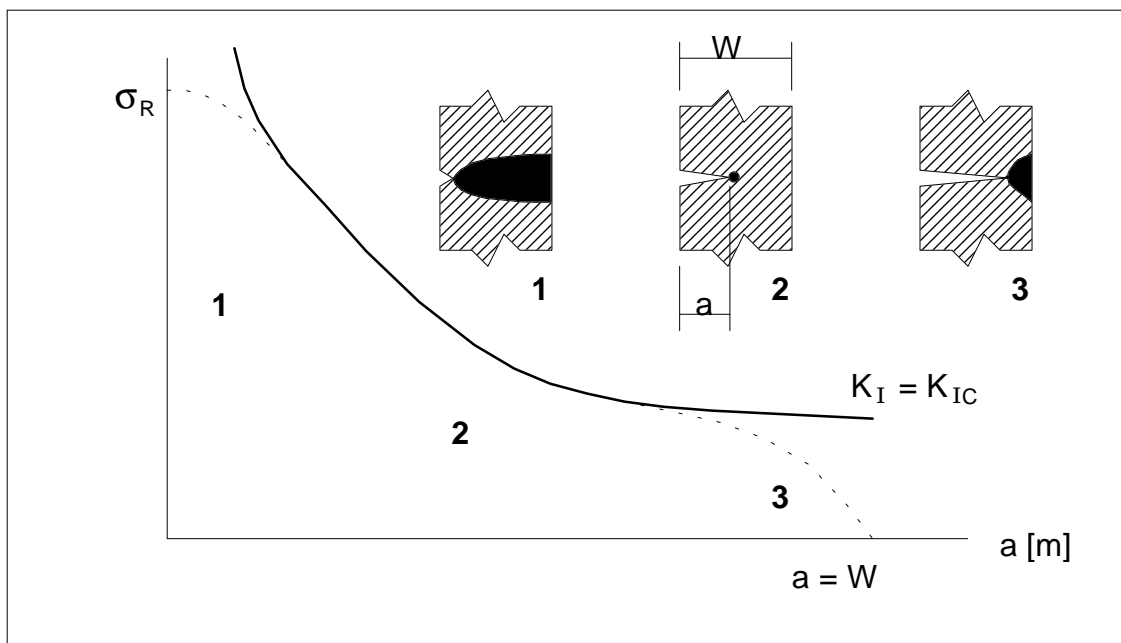
ou seja,

$$\sigma_c = \frac{K_{IC}}{Y \cdot \sqrt{\pi \cdot a}} \quad (7.2)$$

Esta é a tensão crítica que leva o material à falha, ou tensão de falha, conforme previsto pela Mecânica da Fratura Elástica Linear, MFEL. Observando o exemplo ilustrado na figura 7.1, para o tamanho da trinca tendendo a zero, o problema tende ao de uma peça sem trinca, logo a tensão crítica deve tender a  $\sigma_R$  ou  $\sigma_f$  do material, diferentemente do valor infinito como previsto pela expressão (7.2), da MFEL. No outro extremo, para  $(a - W) \Rightarrow 0$ , o problema tende ao de uma peça com ligamento nulo, já rompida, portanto com tensão crítica nula. Considerando a correção no extremo 3 da curva, esta é bem aproximada pela aplicação do fator geométrico  $Y$ , que para a geometria deste problema é dado por

$$Y = [\sec \pi \cdot a / (2 \cdot W)]^{1/2} \quad (7.3)$$

cuja função é justamente corrigir a solução para a largura finita,  $2 \cdot W$ , da placa. No extremo 1 da curva da figura 7.1, para materiais dúteis e bastante tenazes, a falha é precedida por uma plastificação generalizada da seção, o que contraria os pressupostos para a aplicação da Mecânica da Fratura Elástica Linear. Esta região será o interesse do presente Capítulo.



**Figura 7.1** - Tensão de falha em função do tamanho de trinca.  $\sigma_c = K_{IC} / \sqrt{\pi \cdot a}$ .

## 7.2 - DESLOCAMENTO DE ABERTURA DA TRINCA

O deslocamento de um ponto, situado em uma região próxima ao extremo da trinca, de coordenadas  $(r, \theta)$ , na direção do eixo  $y$ , segundo a solução pela teoria da elasticidade, é dado por

$$v = \frac{K_I}{G} \cdot \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cdot \sin \theta / 2 \cdot \left[ \frac{2}{1+\nu} - \cos^2 \theta / 2 \right] \quad (7.4)$$

válido para um estado plano de tensões e  $r \ll a$ .

### EXEMPLO 7.1

Para um material elastoplástico ideal, usando o conceito de trinca equivalente, determinar o deslocamento entre as faces, no extremo da trinca, devido ao escoamento.

#### SOLUÇÃO:

Usando a expressão para o deslocamento de um ponto em um material elástico, dada acima, vamos considerar este ponto como sendo o extremo da trinca física, porém calculando os deslocamentos através da trinca equivalente, vem

$$\delta = 2 \cdot v(r_p; \pi)$$

$$v(r_p; \pi) = K_I / G \cdot \sqrt{r_p / 2\pi} \cdot (2 / (1 + \nu))$$

Para um estado plano de tensões,

$$r_p = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{K_I}{\sigma_E} \right)^2$$

e logo,

$$v = K_I^2 / (G \cdot \sigma_E \cdot \pi \cdot (1 + \nu))$$

Como  $G = E / 2 \cdot (1 + \nu)$ , o deslocamento  $v$  passa a ser portanto,

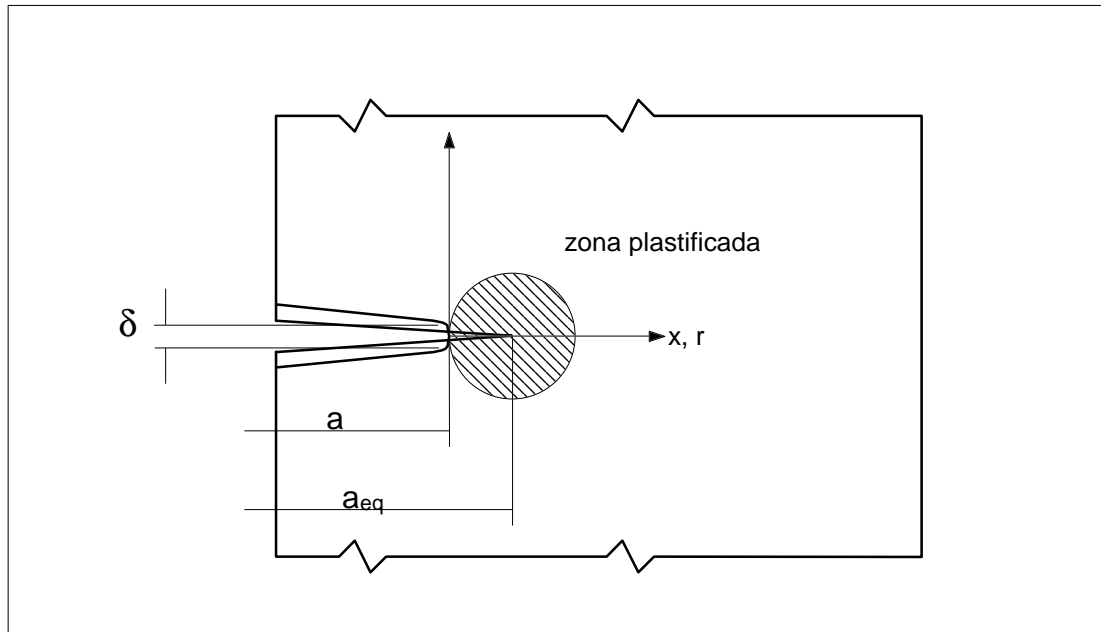
$$v = 2 \cdot K_I^2 / (\pi \cdot E \cdot \sigma_E)$$

Resulta assim

$$\delta = 4 \cdot K_I^2 / (\pi \cdot E \cdot \sigma_E)$$

para um estado plano de tensões. Uma análise mais exata, para a geometria de Griffith, considerando um material elastoplástico ideal, levada a cabo por Dugdale, leva a uma expressão do tipo

$$\delta = \frac{8}{\pi} \cdot \frac{\sigma_E \cdot a}{E} \ln \sec \frac{\pi \cdot \sigma}{2 \cdot \sigma_E} \quad (7.5)$$



**Figura 7.2** - Abertura da extremidade da trinca devida ao escoamento.

#### EXEMPLO 7.2.

Para um aço carbono estrutural temos as propriedades mecânicas abaixo listadas. Qual o valor de  $\delta_{IC}$ , ou seja, do deslocamento de abertura da trinca na condição quando  $K_I = K_{IC}$ ?

$$K_{IC} = 250 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$$

$$E = 210\,000 \text{ MPa}$$

$$\sigma_E = 450 \text{ MPa}$$

#### SOLUÇÃO:

Com as expressões anteriormente vistas calculamos:

$$\delta_{IC} = 0,00066 \text{ m}$$

$$\delta_{IC} = 0,660 \text{ mm}$$

$$r_p = 49 \text{ mm}$$

No caso de um aço liga tratado termicamente, por exemplo, os valores são:

$$K_{IC} = 60 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$$

$$E = 210\,000 \text{ MPa}$$

$$\sigma_E = 1370 \text{ MPa}$$

que resultariam em

$$\delta_{IC} = 0,016 \text{ mm}$$

$$r_p = 0,31 \text{ mm}$$



### EXEMPLO 7.3.

A peça ilustrada é parte de um escarificador, para preparo do campo para a aragem. Sendo constituído de um aço SAE-ABNT 4340, temperado e revenido, determine a força de plastificação e o máximo tamanho de uma trinca superficial que pode ser admitida, para uma força de trabalho igual à metade da força de plastificação da seção crítica. Considerar o material com  $\sigma_E = 1370 \text{ MPa}$  e  $K_{IC} = 60 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$ .

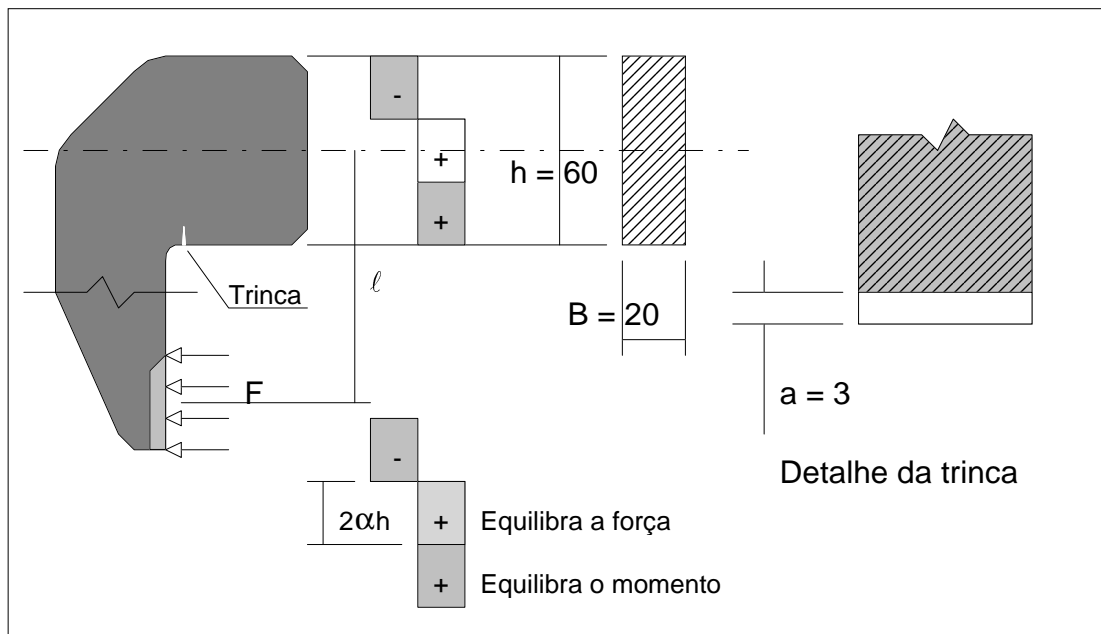


Figura 7.3 - Geometria do exemplo 7.3.

### SOLUÇÃO:

a) Determinação da força de plastificação. Esta pode ser calculada considerando a

distribuição de tensões da figura 7.3, onde a parte central, de altura  $2 \cdot \alpha \cdot h$  equilibra a força de tração e as duas partes externas, de altura igual a  $(h - \alpha \cdot h)$ , equilibram o momento fletor. Assim, vem

$$M = (h - \alpha \cdot h) \cdot B \cdot \sigma_E \cdot [(h - \alpha \cdot h) / 2 + \alpha \cdot h] \cdot 2$$

Simplificando

$$M = (h - \alpha \cdot h) \cdot B \cdot \sigma_E \cdot (h + \alpha \cdot h)$$

e quanto a força F,

$$F = 2 \cdot \alpha \cdot h \cdot B \cdot \sigma_E$$

Considerando que  $M = F \cdot \ell$  e substituindo as equações acima de M e F, finalmente obtemos  $h \cdot \alpha^2 + 2 \cdot \alpha \cdot \ell - h = 0$ . Resolvendo-se para  $\alpha$  resulta

$$\alpha = -\ell / h + \sqrt{(\ell / h)^2 + 1}$$

Para este exemplo,  $\ell / h = 20$ , logo  $\alpha = 0,025$ . Neste caso então a força é calculada como  $2 \cdot \alpha \cdot h \cdot B \cdot \sigma_E$ , resultando um valor de 42,1 kN. Devemos assim usar uma força de trabalho de 20 kN.

b) Análise da fratura para uma força de 20 kN. Sobrepondo os efeitos de tração e flexão no cálculo de  $K_I$ , os correspondentes fatores geométricos são  $Y_f = 1,02$  e  $Y_t = 1,12$ .

$$K_I = K_{It} + K_{If}$$

$$K \sqrt{\pi \cdot a} = Y_t \cdot \sigma_t \cdot \sqrt{\pi \cdot a} + Y_f \cdot \sigma_f \cdot \sqrt{\pi \cdot a}$$

$$\sigma_f = 1000 \text{ MPa}$$

$$\sigma_t = 16,7 \text{ MPa}$$

Substituindo,  $K_I = (18,665 + 1020) \cdot \sqrt{\pi \cdot a}$ . Fazendo  $K_I = K_{IC}$  obtemos o valor crítico para o tamanho da trinca,  $a = 1,06 \text{ mm}$ .

c) Podemos ainda calcular  $r_p = 0,31 \text{ mm}$ , considerando um estado plano de tensão. Por outro lado, se existir uma trinca tal que  $a = 3 \text{ mm}$ , qual a força máxima para um valor da tenacidade à fratura  $K_{IC} = 60 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$  ?

$$Y_f = f(3 / 60) = f(0,05)$$

$$Y_f = 1,02$$

$$Y_t = 1,12$$

$$K_I = 1,12 \cdot \frac{F}{1200} \cdot \sqrt{\pi \cdot 0,003} + 1,02 \cdot \frac{F \cdot 0,6}{12} \cdot \sqrt{\pi \cdot 0,003}$$

Igualando este valor de  $K_I$  calculado com  $K_{IC}$ , obtemos a força crítica que leva a trinca de 3 mm à instabilidade. Deste modo,

$$F = 11,5 \text{ kN}$$

Adotando um aço do tipo SAE-ABNT 1045, que possui  $\sigma_E = 700 \text{ MPa}$  e  $K_C = 200 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  temos:

d) Força de colapso plástico:

$$F = 2 \cdot \alpha \cdot h \cdot B \cdot \sigma_E = 21 \text{ kN}$$

e) Para ruptura frágil, com uma trinca de  $a = 3 \text{ mm}$ , a força máxima pode ser obtida da mesma forma que no item (c),

$$200 = \frac{1,12}{1200} \cdot F \cdot \sqrt{\pi \cdot 0,003} + 1,06 \cdot \frac{F \cdot 0,6}{12} \cdot \sqrt{\pi \cdot 0,003}$$

$$F = 38 \text{ kN}$$

que é superior à força de plastificação total obtida no item (d). O raio de plastificação calculado fornece  $r = 13 \text{ mm}$ , e é, no caso, maior que o admitido pela Mecânica da Fratura Elástica Linear. Assim, para este material a ruptura é essencialmente dútil, não podendo ser prevista corretamente pelo uso dos procedimentos vistos até o momento.

### 7.3 - A TENSÃO CRÍTICA DE FALHA.

Uma forma de trabalhar no regime elastoplástico é pelo uso do valor de  $a_{eq}$ , ou seja, sendo  $K$  o fator de intensidade de tensão corrigido devido ao escoamento, o raio de plastificação é

$$r_p = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{K}{\sigma_E} \right)^2 \quad (7.3)$$

e logo

$$K = Y \cdot \sigma \cdot \sqrt{\pi (a + r_p)} \quad (7.4)$$

e substituindo  $r_p$ ,

$$K = Y \cdot \sigma \cdot \sqrt{\pi (a + 1/2\pi (K / \sigma_E)^2)}$$

$$K^2 = Y^2 \cdot \sigma^2 \cdot \pi \cdot (a + 1/2\pi \cdot (K / \sigma_E)^2)$$

$$K^2 = Y^2 \cdot \sigma^2 \cdot K^2 / 2 \cdot \sigma_E^2 + Y^2 \cdot \sigma^2 \cdot \pi \cdot a$$

$$K = Y \cdot \sigma \cdot \sqrt{\pi a} \cdot [1 - 1/2 (Y \cdot \sigma / \sigma_E)^2]^{-1/2}$$

De um modo geral podemos escrever que o fator de intensidade de tensão é dado, mesmo dentro do regime plástico, por

$$K = Y \cdot Y_p \cdot \sigma \cdot \sqrt{\pi a} \quad (7.6)$$

onde  $Y_p$  é um fator de correção devido ao escoamento. Para materiais elásticos é lógico que

$$Y_p = 1$$

Se for usada a correção da trinca equivalente,

$$Y_p = [1 - 1/2 (Y \cdot \sigma / \sigma_E)^2]^{-1/2} \quad (7.7)$$

Adotando agora o conceito do deslocamento de abertura da trinca, devido a Dugdale, obtemos uma expressão como

$$Y_p = \sigma_E \cdot \sqrt{\pi \cdot \sigma} \cdot [8 \cdot \ln \sec (\pi \cdot \sigma / (2 \cdot \sigma_E))]^{1/2} \quad (7.8)$$

A falha ocorre quando  $K_I = K_{IC}$  (ou  $K_C$ ), e assim é possível obter a tensão nominal que leva à falha do componente, com o início da propagação da trinca. Pela trinca equivalente,



$$\sigma_C = \frac{K_C}{Y} \left[ \pi \cdot a + \frac{1}{2} \left( \frac{K_C}{\sigma_E} \right)^2 \right]^{-1/2} \quad (7.9)$$

e por Dugdale

$$\sigma_C = \frac{2 \cdot \sigma_E}{\pi} \cdot \arccos \exp \left[ - \frac{\pi}{8 \cdot a} \left( \frac{K_C}{Y \cdot \sigma_E} \right)^2 \right] \quad (7.10)$$

Nas duas expressões, (7.9) e (7.10), estamos considerando que a falha ocorre quando  $\sigma = \sigma_E$ , com  $a \Rightarrow 0$ . Se o critério é a ruptura, devemos então substituir  $\sigma_E$  por  $\sigma_R$  nas duas expressões acima.

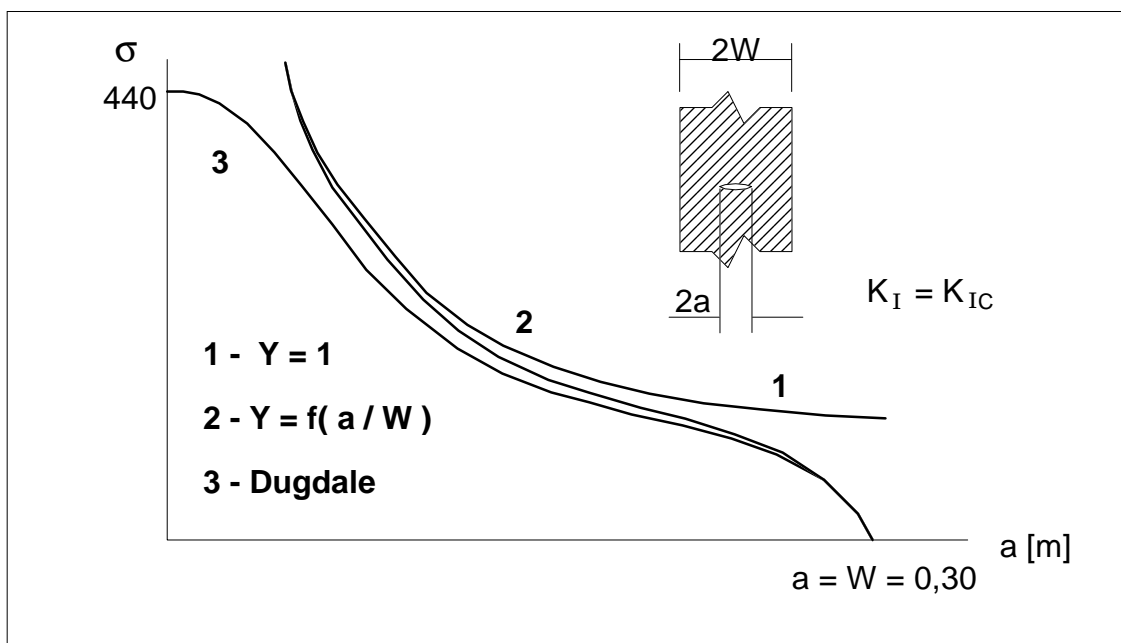
#### EXEMPLO 7.4

Vamos considerar uma placa metálica com uma trinca central (Center Cracked Panel), com as características abaixo. Considere  $Y^2 = \sec \frac{\pi \cdot a}{2 \cdot W}$ .

$$W = 300 \text{ mm}$$

$$K_C = 200 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$$

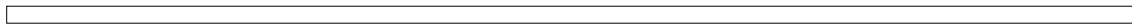
$$\sigma_R = 440 \text{ MPa}$$



**Figura 7.4** - Tensão crítica em função do tamanho da trinca para corpo de prova de trinca centrada (CCP) para o exemplo 7.4.

A figura 7.4 apresenta as curvas  $K_C$  versus o tamanho de trinca  $a$ . A curva 1 é obtida para o caso como se a placa fosse infinita, calculando  $\sigma_C = K_C / Y\sqrt{\pi \cdot a}$  com  $Y = 1$ . A curva 2 é obtida pela mesma equação, porém usando  $Y$  segundo a equação da secante, dada acima e a curva 3 é obtida por Dugdale, equação (7.10).

$$\sigma_C = K_{IC} / [ Y \cdot \sqrt{\pi \cdot a} ]$$



**EXEMPLO 7.5**

Calcular a força crítica para a viga abaixo ilustrada e determine a carga de falha, sabendo que o material é um aço SAE-ABNT 4340 com dureza Brinell de 409 HBN e de características:

$$\sigma_E = 1370 \text{ MPa}$$

$$\sigma_R = 1470 \text{ MPa}$$

$$\sigma_f = 1560 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_f = 0,38$$

$$K_{IC} = 60 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$$

**SOLUÇÃO:**

A tensão nominal devida à flexão é

$$\sigma_0 = \frac{6 \cdot M}{b \cdot h^2} = \frac{F \cdot 400}{1,5 \cdot 10^5}$$

Quanto ao fator geométrico, temos

$$Y = Y(a/W) = Y(0,0333)$$

$$Y = 1,0$$

A tensão nominal crítica, para a falha, será calculada como

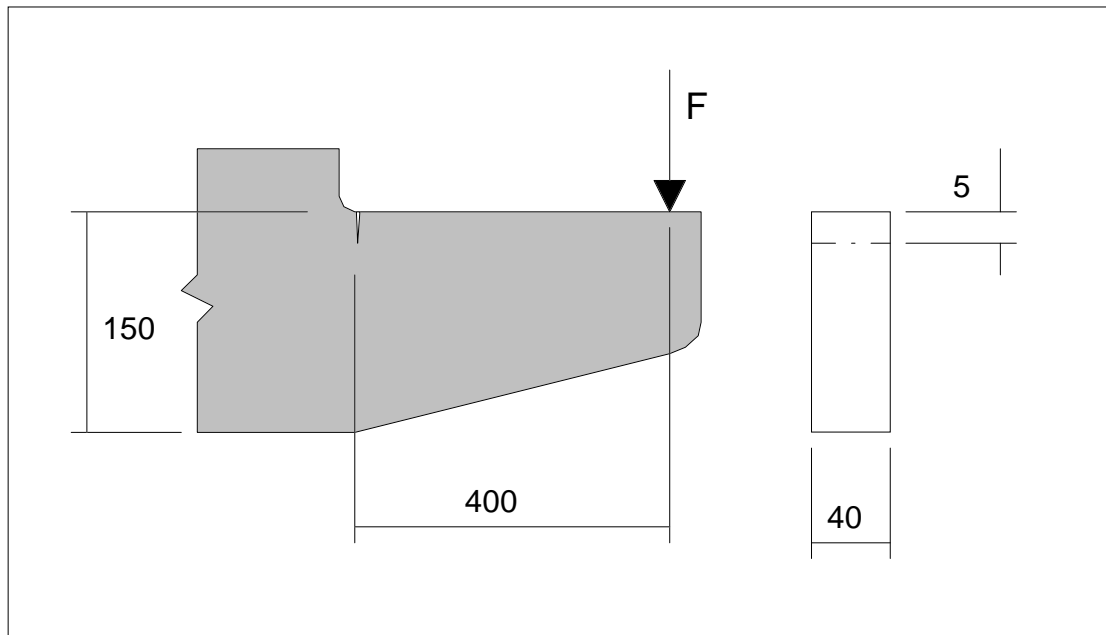
$$K_I = \sigma_C \cdot \sqrt{\pi \cdot 0,005}$$

Fazendo  $K_I = K_{IC}$ , resulta

$$\sigma_C = 479 \text{ MPa}$$

$$F_C = 179,6 \text{ kN}$$

pela aplicação direta da Mecânica da Fratura Elástica Linear. Notamos que, para um estado plano de tensões,  $r_p = 0,31 \text{ mm}$ .



**Figura 7.5** - Geometria da peça do exemplo 7.5.

Usando agora a Mecânica da Fratura Elasto-Plástica, da equação (7.10), substituindo os valores resulta

$$\sigma_C = 464,5 \text{ MPa}$$

logo

$$F_C = 174 \text{ kN}$$

Não existe grande diferença entre as duas soluções porque o material é relativamente frágil, ou seja, grande  $\sigma_E$  e baixo  $K_{IC}$ , logo apresenta um raio de plastificação pequeno.

Uma solução mais exata para o problema de flexão, devida a Hayes e William [4], para esta geometria, fornece

$$\delta^* = 2 \cdot \pi \cdot G \cdot \delta / (1 + \nu) \cdot \sigma_E \cdot W$$

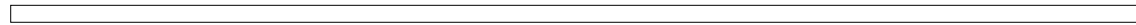
sendo  $\delta = K_{IC}^2 / (E \cdot \sigma_E)$  no instante de falha. Logo temos

$$\delta_c^* = \frac{2 \cdot \pi \cdot G}{(1 + \nu) \cdot W} \frac{K_{IC}^2}{E \cdot \sigma_E^2} \quad (7.11)$$

e usando a equação (3.9), resulta

$$\delta_c^* = \frac{\pi}{(1 + \nu)^2} \frac{K_{IC}^2}{W \cdot \sigma_E^2} \quad (7.12)$$

e substituindo os valores resulta  $\delta_c^* = 0,0238$ . Do gráfico da figura 12 da referência [4], temos  $\sigma / \sigma_E = 0,34$  e logo  $\sigma_C = 465$  MPa, não havendo quase diferença com a solução anterior porque o comportamento é quase elástico linear.



#### EXEMPLO 7.6

Na segunda parte do exemplo 7.3, ao adotarmos um aço mais tenaz, para uma trinca de 3 mm, a zona plástica na ruptura possuía um raio de 13 mm, invalidando a aplicação da Mecânica da Fratura Elástica Linear. Vamos aplicar agora a Mecânica da Fratura Elastoplástica na avaliação.

#### SOLUÇÃO:

Pelo uso das expressões da Mecânica da Fratura Elasto Plástica, usando apenas a tensão de flexão,

$$\sigma_C = \frac{K_C}{Y} \cdot \left[ \pi \cdot a + \left( \frac{K_C}{Y \cdot \sigma_E} \right)^2 \right]^{-1/2}$$

$$\sigma_C = 674 \text{ MPa}$$

Logo

$$F_C = 13,5 \text{ kN}$$

ou por Dugdale, equação (7.10)

$$\sigma_C = \frac{2 \cdot \sigma_E}{\pi} \cdot \arccos \exp \left[ - \frac{\pi}{8 \cdot a} \cdot \left( \frac{K_C}{Y \cdot \sigma_E} \right)^2 \right]$$

$$\sigma_C = 699 \text{ MPa}$$

Logo

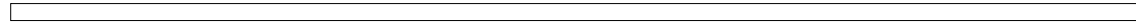
$$F_C = 14 \text{ kN}$$

Usando a solução de Hayes e William,

$$\delta_C^* = \frac{\pi}{(1-\nu)^2} \cdot \frac{K_{IC}^2}{W \cdot \sigma_E^2}$$

$$\delta_C^* = 2,529$$

o que nos leva a uma plastificação completa da seção. Assim, é provável que não ocorra ruptura, mas sim uma deformação plástica acentuada.



### EXEMPLO 7.7

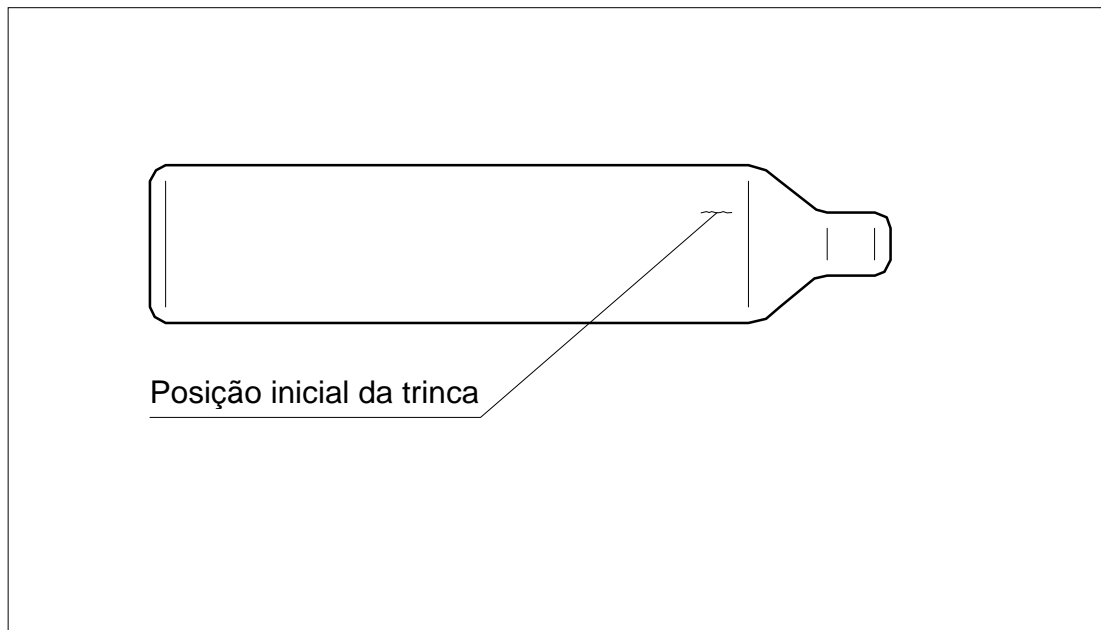
Vamos fazer a análise da ruptura que ocorreu durante o reabastecimento de um reservatório de gás pressurizado (cilindro de oxigênio), conforme referência [1]. O material do cilindro é um aço carbono-manganês, temperado e revenido, com

$$\sigma_E = 517 \text{ MPa}$$

$$\sigma_R = 687 \text{ MPa}$$

$$K_{IC} = 209 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$$

As dimensões do reservatório fornecem um diâmetro médio de 217 mm e uma espessura  $t = 6,5$  mm. A ruptura ocorreu durante o abastecimento, com pressão de 17,25 MPa.



**Figura 7.6** - Trinca longitudinal criada durante a conformação.

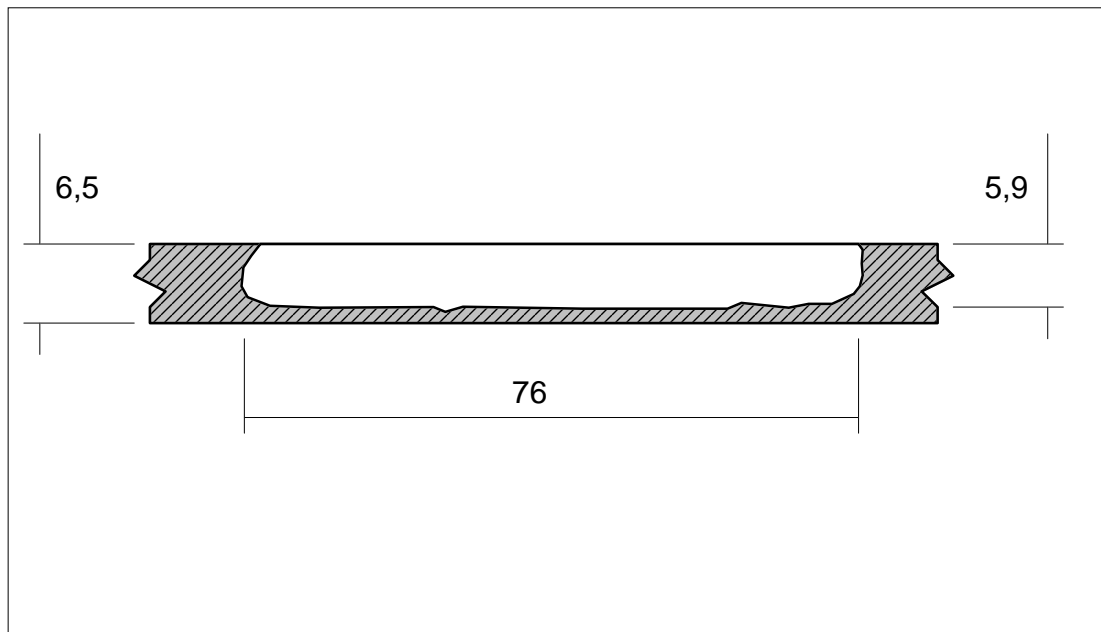
**SOLUÇÃO:**

Uma vez que a trinca é longitudinal a tensão que leva a sua abertura é a tensão tangencial  $\sigma_t$ . Em reservatórios cilíndricos sob pressão interna,

$$\sigma_t = (p \cdot D) / (2 \cdot t)$$

e neste caso, a tensão nominal que levou à falha foi

$$\sigma_t = 288 \text{ MPa.}$$



**Figura 7.7 - Detalhe da trinca.**

A falha ocorreu pela propagação, inicialmente estável ao longo da espessura da parede (ruptura da faixa de 0,6 mm), com conseqüente vazamento. Após isto, ocorreu a propagação longitudinal da trinca, com ruptura total do cilindro. Vamos então verificar qual é a tensão de falha calculada pela Mecânica da Fratura Elastoplástica.

$$\sigma_C = \frac{2 \cdot \sigma_E}{\pi} \cdot \arccos \exp \left[ -\frac{\pi}{8 \cdot a} \cdot \left( \frac{K_C}{Y \cdot \sigma_E} \right)^2 \right]$$

$$\sigma_C = 517 \text{ MPa}$$

$$K_C = 209 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$$

$$a = 0,038 \text{ m}$$

Para trincas longitudinais passantes, segundo Folias [3], em cilindros sob pressão interna, o fator geométrico é dado por

$$Y = \left( 1 + 1,255 \cdot \frac{a^2}{R \cdot t} - 0,0135 \cdot \frac{a^4}{R^2 \cdot t^2} \right)^{1/2}$$

e para os dados do problema,

$$\frac{a^2}{R \cdot t} = 2,048$$

resultando assim

$$Y = 1,87$$

$$\sigma_C = 329 \cdot \arccos [\exp (-0,483)]$$

$$\sigma_C = 329 \cdot \arccos [0,617]$$

$$\sigma_C = 329 \cdot 0,906$$

$$\sigma_C = 298 \text{ MPa}$$

Resumindo, os valores são:

Tensão crítica prevista:  $\sigma_C = 298 \text{ MPa}$

Tensão crítica verificada:  $\sigma_C = 288 \text{ MPa}$

## 7.4 - O MÉTODO DE DOWLING E TOWNLEY.

Partindo do modelo de Dugdale para o deslocamento de abertura da trinca, Dowling e Townley, [2], desenvolveram um processo para análise de falha de componentes estruturais que abrange toda a gama de comportamento mecânico do material, ou seja, desde um material extremamente frágil, que é elástico linear até a ruptura, até um material elastoplástico ideal, que é falha por instabilidade plástica.

O fator de intensidade de tensão, usando o modelo de Dugdale, conforme já visto, é

$$K_I = Y \cdot \sigma_E \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \cdot \frac{1}{\pi} \cdot [8 \cdot \ln [\sec \pi \cdot \sigma / (2 \cdot \sigma_E)]]^{1/2} \quad (7.13)$$

e Dowling e Townley consideram que no instante da falha, com início

da propagação da trinca, ou seja,  $\sigma = \sigma_C$ , ocorre a igualdade  $K_I = K_{IC}$ . Deste modo, isolando  $\sigma_C$ ,

$$\sigma_C = \frac{2 \cdot \sigma_E}{\pi} \cdot \arccos \exp \left( -\frac{\pi \cdot K_{IC}^2}{8 \cdot a \cdot Y^2 \cdot \sigma_E^2} \right) \quad (7.14)$$

Usando a expressão elástica para o fator de intensidade de tensão, quando este atinge a tenacidade à fratura, sendo  $\sigma_{IC}$  a tensão nominal correspondente,

$$K_{IC} = Y \sigma_{IC} \sqrt{\pi a}$$

e substituindo,

$$\sigma_C = \frac{2}{\pi} \cdot \sigma_E \cdot \arccos \left\{ \exp \left[ -\frac{\pi^2}{8} \cdot \frac{\sigma_{IC}^2}{\sigma_E^2} \right] \right\} \quad (7.15)$$

Dowling e Townley generalizaram esta expressão colocando ao invés das tensões, as cargas que correspondem às situações limites, ou seja, usando a nomenclatura dos Capítulos anteriores, chamando de Q a carga generalizada, que pode ser uma força, um momento, uma pressão, uma diferença de temperatura, etc, temos:

	Tensão	Carga Generalizada
Valor estimado de falha	$\sigma_C$	$Q_f$
Valor para colapso plástico	$\sigma_E$	$Q_L$
Valor para ruptura frágil	$\sigma_{IC}$	$Q_{IC}$

Com esta nomenclatura, substituindo as correspondentes cargas generalizadas,

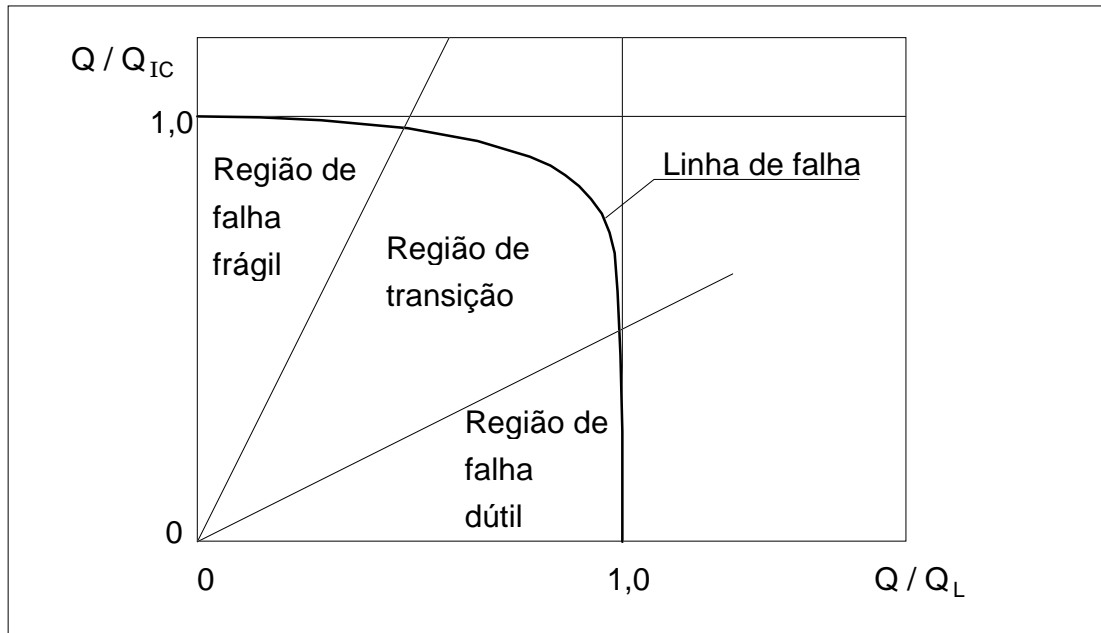
$$\frac{Q_f}{Q_L} = \frac{2}{\pi} \cdot \arccos \left\{ \exp \left[ -\frac{\pi^2}{8} \cdot \frac{Q_{IC}^2}{Q_L^2} \right] \right\} \quad (7.16)$$

Esta equação pode ser posta em uma outra forma, que para a análise de segurança e dimensionamento é mais útil,

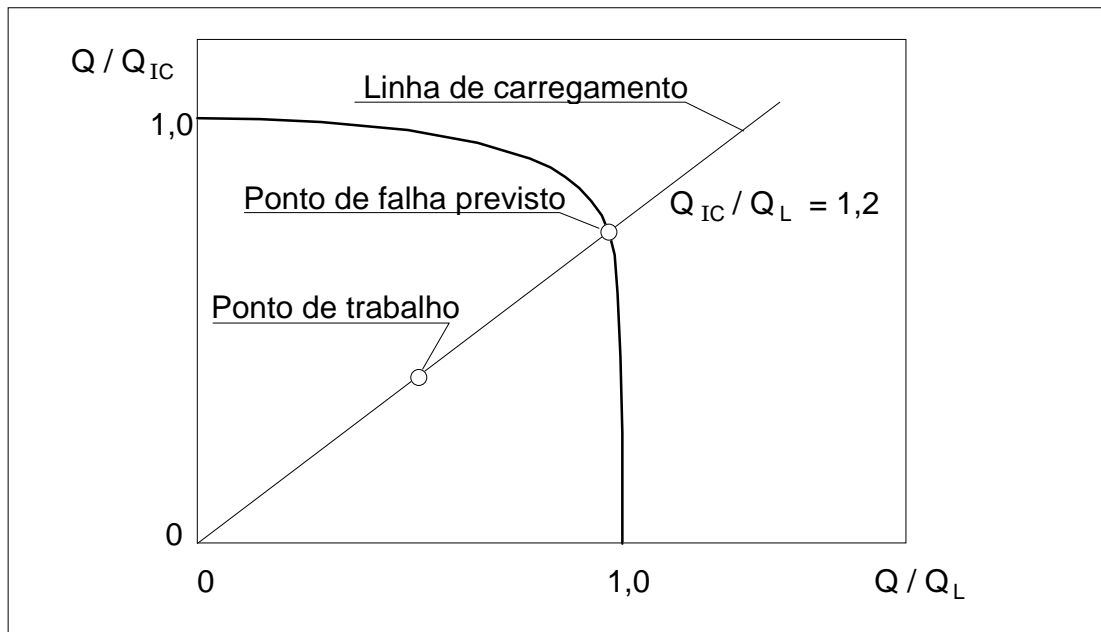


$$\frac{Q_f}{Q_{IC}} = \frac{Q_f}{Q_L} \cdot \left[ -\frac{8}{\pi^2} \cdot \ln \sec \frac{\pi}{2} \cdot \frac{Q_f}{Q_L} \right]^{-1/2} \quad (7.17)$$

pois em um gráfico de  $Q_f / Q_{IC}$  versus  $Q_f / Q_L$ , este fica linear quanto a  $Q_f$ , permitindo uma análise imediata sobre os efeitos de alterar a carga sobre a estrutura, conforme mostra a figura 7.6.



**Figura 7.8** - Região de falha num diagrama  $Q / Q_{IC}$  versus  $Q / Q_L$ .



**Figura 7.9** - Reta de carregamento no diagrama  $Q \times Q_{IC} \times Q_L$ .

Os valores  $Q_{IC}$  e  $Q_L$  são calculados com a geometria real do componente trincado, porém tomando os dois extremos do comportamento do material, ou seja, considerando o material perfeitamente elástico definimos  $Q_{IC}$  e considerando o material plástico ideal obtemos  $Q_L$ . A razão  $Q_{IC} / Q_L$  define o inverso da declividade da reta de carregamento, que pode estar em qualquer uma das três regimes assinaladas na figura 7.6. Se  $Q_{IC} / Q_L > 2$  é quase certo um comportamento dútil do componente. Por outro lado se  $Q_{IC} / Q_L < 0,5$ , uma ruptura frágil é esperada. No intervalo de 0,5 a 2 temos uma transição entre as duas formas de falha. Uma vez conhecida a reta de carregamento é possível definir qual a carga de falha para o componente em estudo e pelo uso de um coeficiente de segurança adequado, obtemos a carga admissível ou carga de trabalho.

**EXEMPLO 7.5**

Refaça o exemplo 7.2, calculando agora a carga de falha pelo método de Dowling e Townley. Qual a carga de trabalho para um coeficiente de segurança igual a 2 ?

**SOLUÇÃO:**

Aplicando diretamente a Mecânica da Fratura Elástica Linear, a carga de falha prevista será portanto  $Q_{IC}$ ,

$$Q_{IC} = 179,6 \text{ kN}$$

Pela análise limite é determinada a carga de colapso plástico,  $Q_L$ ,

$$Q_L = 1,5 \sigma_E \cdot W_f / 400$$

$$Q_L = 770,6 \text{ kN}$$

onde foi considerado um fator de restrição da deformação plástica  $L = 1$ , pois a trinca é de baixa profundidade. Resulta assim,

$$Q_{IC} / Q_L = 0,233$$

e como  $Q_{IC} / Q_L < 0,5$ , a falha é frágil, com  $Q_f / Q_L$  dado por

$$\frac{Q_f}{Q_L} = \frac{2}{\pi} \cdot \arccos \exp \left[ -\frac{\pi^2}{8} \cdot \frac{Q_{IC}^2}{Q_L^2} \right]$$

$$\frac{Q_f}{Q_L} = 0,2304$$

logo

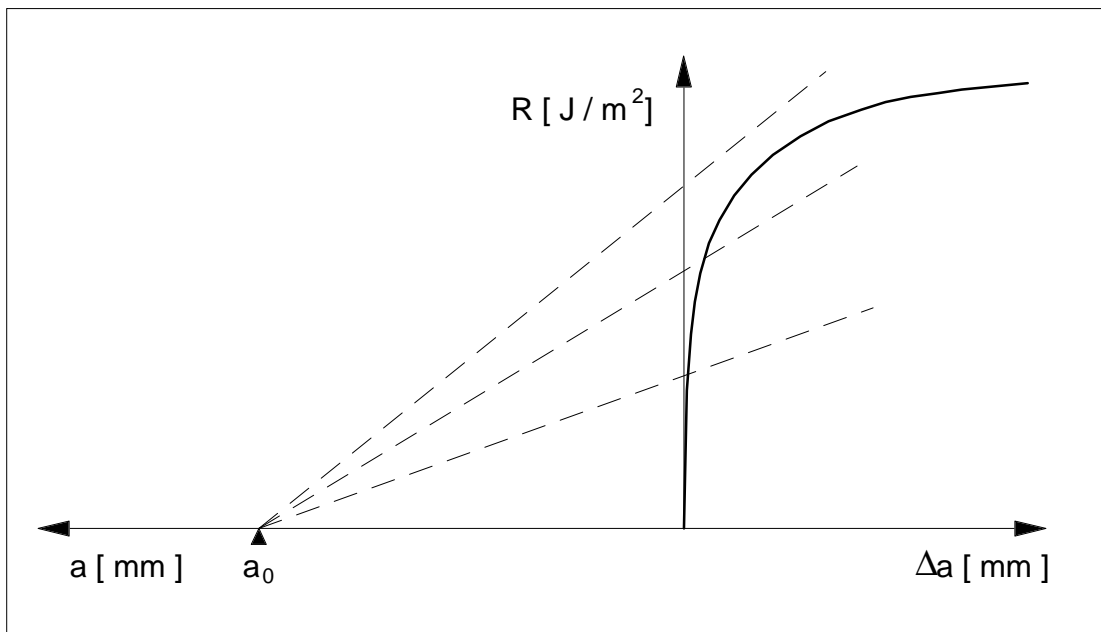
$$Q_f = 177,6 \text{ kN}$$

## 7.5 - PROPAGAÇÃO ESTÁVEL DA TRINCA.

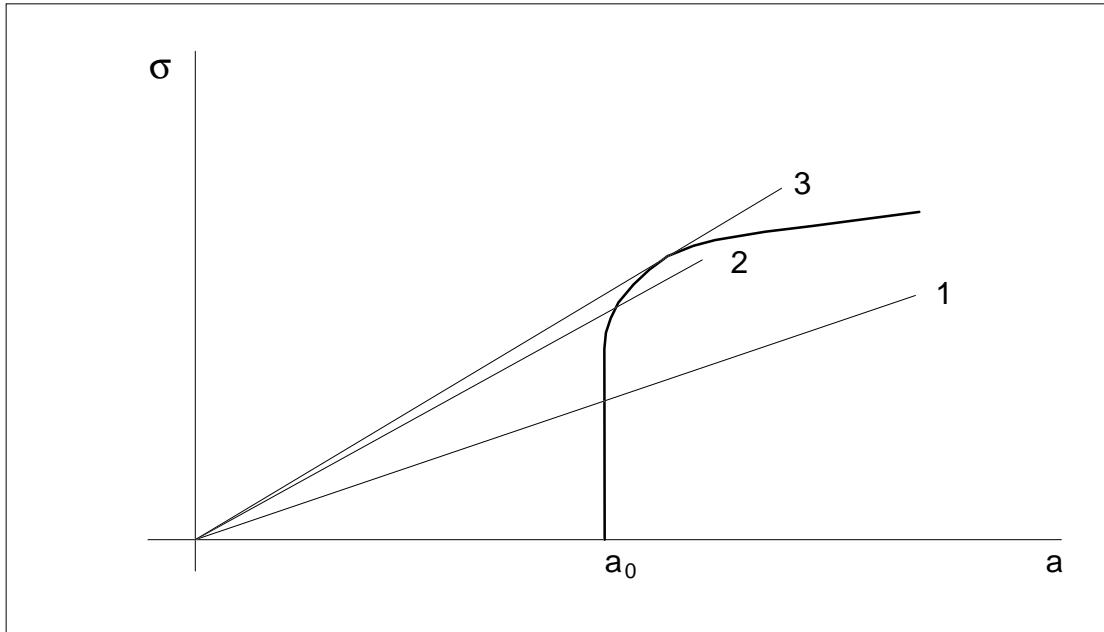
Em situações onde a espessura do material, na direção perpendicular ao avanço da trinca, não é suficiente para garantir um estado plano de deformações, e em que o material não apresenta um mecanismo de ruptura por clivagem, verificamos que pode ocorrer uma propagação estável da trinca. Esta propagação estável corresponde a um aumento do tamanho da trinca sem que isto leve ao colapso da peça, necessitando um acréscimo de carga para que ocorra um novo crescimento da trinca. Esta situação de uma propagação estável leva a existência de um valor crítico de  $K_I$  que depende da geometria da peça em estudo, do sistema de aplicação de carga, bem como ainda do tamanho da trinca. Nesta situação é difícil caracterizar o valor de  $K_I$  como uma propriedade do material. Uma forma alternativa de avaliar a resistência do material à propagação da trinca é pelo levantamento das chamadas curvas de resistência à propagação da trinca, ou curvas R. Estas curvas caracterizam o crescimento da trinca em função da sollicitação no material, a qual pode ser medida por  $K$ , pela taxa de liberação de energia, pelo deslocamento de abertura da trinca, ou mesmo pela integral  $J$ . A figura 7.8 mostra uma curva típica, onde o ensaio foi realizado com uma trinca inicial de 50 mm de comprimento. Quando a sollicitação atinge o valor de  $60 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  inicia a propagação estável da trinca, conforme a curva crescente. No caso de um material que rompe de um modo frágil macroscopicamente, a curva passa a ser a com o patamar horizontal no nível de  $60 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ . Esta diferença no comportamento da curva passa a ser relevante quando agora juntarmos a curva de sollicitação, função do tamanho da trinca, característica da geometria em estudo, usando por exemplo a equação (7.1), com a curva do material.

Trabalhando agora com as curvas, a situação fica como a ilustrada pela figura 7.9, onde a curva 1, para um dado nível de sollicitação, intercepta a curva do material no seu trecho vertical. Isto significa que estamos em uma situação estável, sem que ocorra aumento no tamanho da trinca. Já para a curva 2, ocorre uma pequena propagação estável, com a trinca aumentando em 4mm. Para a curva 3, é atingida

uma condição de instabilidade, já que esta tangencia a curva do material e, portanto, o material não consegue suportar qualquer aumento de sollicitação. Este ponto de instabilidade, dado pela tangência entre as duas curvas, depende muito da forma da curva de sollicitação, ou seja, depende da geometria da peça e do tamanho inicial do defeito. Já para o caso de um material com comportamento perfeitamente frágil, estes efeitos não são relevantes, pois o ponto de instabilidade (tangência) é sempre o mesmo, qualquer que seja a geometria e o tamanho da trinca. A curva do material, de resistência à propagação da trinca, deve ser obtida em laboratório, através de ensaios normalizados, como a especificação E da ASTM, [ ].



**Figura 7.10** - Curva característica de resistência à propagação estável da trinca.



**Figura 7.11** - Condição de instabilidade para um material com propagação estável da trinca.

## 7.6 - RESUMO DO PROCEDIMENTO DE ANÁLISE.

A análise para determinar a capacidade de carga de um componente, sob solicitação estática, usa o esquema abaixo detalhado. Este esquema apresenta de uma forma geral a sequência de etapas que deve ser seguida, sendo que um maior detalhamento do procedimento de análise, incluindo a questão da propagação das trincas inclusive por fadiga está colocado na seção 12.6, ao final do capítulo 12.

Geometria com trinca?

- SIM           ⇒ Mecânica da Fratura.                           Capítulos 6 e 7.
- NÃO           ⇒ Análise limite (ruptura dútil).                   Capítulo 5.
- ⇒ Sensibilidade estática (ruptura frágil).   Capítulo 4.

Na Mecânica da Fratura, deve-se seguir um procedimento passo a passo, conforme abaixo:

- Definir a geometria;
- Calcular  $K_I = Y \cdot \sigma \cdot \sqrt{\pi \cdot a}$ ;
- Calcular  $r_p$  para EPD e comparar com:  $a$ ;  $(W - a)$  e  $B$ ;
- Decidir quanto ao estado de tensões existente, EPT, EPD ou misto;
- Decidir quanto a  $K_{IC}$  ou  $K_C$ , avaliando os valores relativos de  $B$  e  $r_p$ ;
- Decidir quanto à MFEL ou MFEP comparando  $a$  e  $(W - a)$  com  $r_p$ .
- Aplicar as expressões correspondentes para determinar a tensão crítica de falha e avaliar o grau de segurança existente.