

6.2 Modelo Dugdale-Barenblatt (D-B) para zona plástica

Dugdale (1960) e Barenblatt (1962) propõem independentemente que o tamanho da zona plástica é determinado em uma maneira por qual a singularidade de tensões desaparece, ou seja, k tem de ser zero. Isto implica que $k(\sigma)$ e $k(\sigma_e)$ sejam cancelada (Fig. 20).

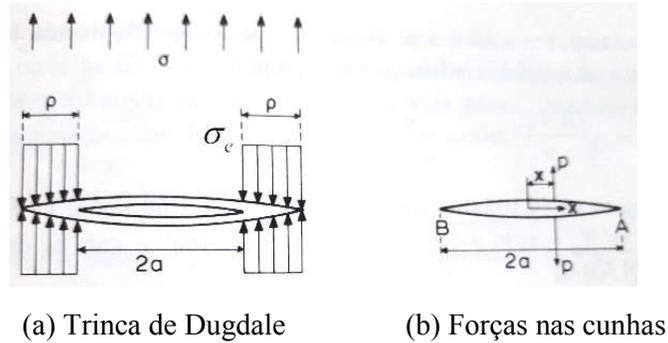


Fig. 20 Dugdale abordagem.

Facilmente sabe-se

$$k_I(\sigma) = \sigma \sqrt{\pi(a + \rho)} \quad (6.3)$$

Para obter $k(\sigma_e)$, usa-se formula para caso de um par de forças opostas P (Fig. 20 (b)):

$$k_I(P) = \frac{P}{\sqrt{\pi(a + \rho)}} \left(\sqrt{\frac{a + \rho + x}{a + \rho - x}} + \sqrt{\frac{a + \rho - x}{a + \rho + x}} \right) \quad (6.4)$$

Considerando $dP = \sigma_e dx$, então

$$k_I(\sigma_e) = \int_a^{a+\rho} \frac{1}{\sqrt{\pi(a + \rho)}} \left(\sqrt{\frac{a + \rho + x}{a + \rho - x}} + \sqrt{\frac{a + \rho - x}{a + \rho + x}} \right) \sigma_e dx = 2\sigma_e \sqrt{\frac{a + \rho}{\pi}} \arccos \frac{a}{a + \rho} \quad (6.5)$$

Igualando (6.3) com (6.5), temos

$$\frac{a}{a + \rho} = \cos \frac{\sigma \pi}{2\sigma_e} \quad (6.6)$$

ainda pelo desenvolvimento de Talor, temos

$$1 - \frac{\rho}{a + \rho} = \frac{a}{a + \rho} \approx 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma\pi}{2\sigma_e} \right)^2 + \dots \Rightarrow \frac{\rho}{a + \rho} = \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma\pi}{2\sigma_e} \right)^2 \quad (6.7)$$

então como $\rho \ll a$, obte-se

$$\rho \approx \frac{\pi^2 \sigma^2 a}{8\sigma_e^2} = \frac{\pi k_I^2}{8\sigma_e^2} \quad (6.8)$$

Comparando com

$$2r_p^* = \frac{k_I^2}{\pi\sigma_e^2} \quad (6.9)$$

a diferença é menor que 2,4%.

6.3 Abertura da ponta de trinca (CTOD: Crack Tip Opening Displacement)

Wells (1961) descobriu que CTOD é proporcional a tenacidade à fratura do material, ou seja $CTOD \propto k_{IC}$. Supor que a zona plástica tem uma forma circular (Fig. 21 (b)). Pelas funções de tensões de Westergaard, pode obter

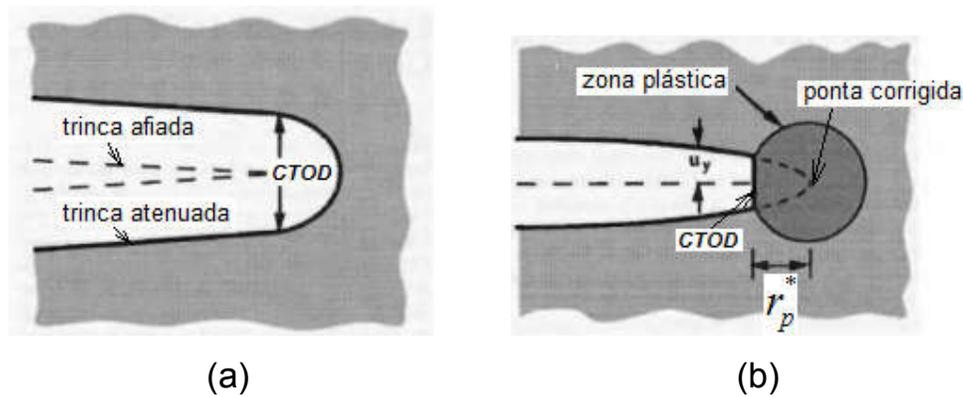


Fig. 21 (a) Uma trinca inicialmente afiada atenuou com deformação plástica na ponta de trinca; (b) Estimação de CTOD pelo deslocamento da trinca efetiva com a correção da zona plástica de Irwin.

$$CTOD = 2u_y = \frac{4\sigma}{E} \sqrt{(a + r_p^*)^2 - a^2} \approx \frac{4\sigma}{E} \sqrt{2ar_p^*} = \frac{4\sigma}{E} \sqrt{2a \frac{\sigma^2 a}{2\sigma_e^2}} = \frac{4\sigma}{E} \frac{\sigma a}{\sigma_e} = \frac{4k_I^2}{\pi E \sigma_e} \quad (6.10)$$

onde já empregou $k_I = \sigma\sqrt{\pi a}$.

CTOD pode ser utilizado como um critério para propagação de trinca.

6.4 A forma da zona plástica

O critério de Von-Mises é dado por

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_e^2 \quad (6.12)$$

Pelo campo de tensões ao redor da ponta de trinca, podemos obter:

$$\begin{cases} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{cases} = \frac{k_I}{\sqrt{2\pi r}} \begin{cases} \cos \frac{\theta}{2} (1 + \operatorname{sen} \frac{\theta}{2}) \\ \cos \frac{\theta}{2} (1 - \operatorname{sen} \frac{\theta}{2}) \end{cases} \quad (6.13)$$

então

$$\sigma_3 = \begin{cases} 0 & \text{(ETP)} \\ \nu(\sigma_1 + \sigma_2) = 2\nu \frac{k_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} & \text{(EDP)} \end{cases} \quad (6.14)$$

O critério de Von-Mises, então, pode ser expressado como

$$\begin{cases} \frac{k_I^2}{2\pi r} (1 + \frac{3}{2} \operatorname{sen}^2 \theta + \cos \theta) = 2\sigma_e^2 & \text{(ETP)} \\ \frac{k_I^2}{2\pi r} [\frac{3}{2} \operatorname{sen}^2 \theta + (1 - 2\nu)^2 (1 + \cos \theta)] = 2\sigma_e^2 & \text{(EDP)} \end{cases} \quad (6.15)$$

A gama da zona plástica é uma função de θ :

$$r_p(\theta) = \begin{cases} \frac{k_I^2}{4\pi\sigma_e^2} (1 + \frac{3}{2} \operatorname{sen}^2 \theta + \cos \theta) & \text{(ETP)} \\ \frac{k_I^2}{4\pi\sigma_e^2} [\frac{3}{2} \operatorname{sen}^2 \theta + (1 - 2\nu)^2 (1 + \cos \theta)] & \text{(EDP)} \end{cases} \quad (6.16)$$

Para o critério de Tresca:

$$\tau_{\max} = \sigma_e / 2 = \begin{cases} \sigma_1 / 2 & \text{(ETP)} \\ \text{o maior entre } (\sigma_1 - \sigma_3) / 2 \text{ e } (\sigma_1 - \sigma_2) / 2 & \text{(EDP)} \end{cases} \quad (6.17)$$

Isto é

$$r_p(\theta) = \begin{cases} \frac{k_I^2}{2\pi\sigma_e^2} \cos \frac{\theta}{2} (1 + \operatorname{sen} \frac{\theta}{2}) & \text{(ETP)} \\ \text{o maior entre } \frac{k_I^2}{2\pi\sigma_e^2} \cos^2 \frac{\theta}{2} \left(1 - 2\nu + \operatorname{sen} \frac{\theta}{2}\right)^2 \text{ e } \frac{k_I^2}{2\pi\sigma_e^2} \cos^2 \frac{\theta}{2} & \text{(EDP)} \end{cases} \quad (6.18)$$

Fig. 22 mostra as formas da zona plástica segundo do critério de Von-Mises e do Tresca.

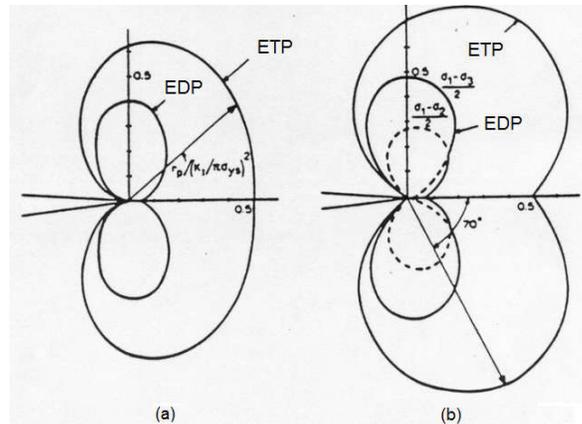


Fig. 22 mostra as formas da zona plástica segundo do critério de Von-Mises e do Tresca onde $\sigma_{ys} = \sigma_e$.

(a) Critério de Von-Mises; (b) Critério de Tresca.

Fig. 23 ilustra a zona plástica tridimensional e o efeito de passando a espessura

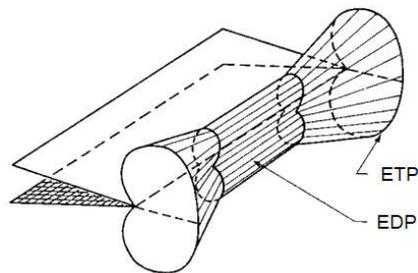


Fig. 23 A zona plástica tridimensional e o efeito de passando a espessura (Osso de cachorro).

7. Integral J - uma integral de linha independente de caminho

A integral J principalmente é utilizada na mecânica da fratura elasto-plástica. Em 1968 Rice propôs o conceito da Integral J bi-dimensional:

$$J = \int_{\Gamma} (w dx_2 - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x_1} dx_1) \quad (7.1)$$

onde a energia de deformação específica:

$$w = \int_0^{\varepsilon_{mn}} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} \quad (\text{válida para casos elásticos e plásticos, mas não pode ser descarregada}) \quad (7.2)$$

e Γ é o caminho de integral a partir de qualquer ponto na superfície inferior da trinca e terminar em qualquer ponto na superfície superior da trinca (Fig. 24); T_i são os componentes do vetor \vec{T} de tensões no Γ ; u_i são os componentes do vetor de deslocamento no Γ .

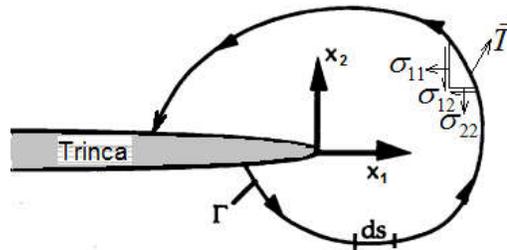


Fig. 24 Caminho qualquer ao redor da ponta de trinca

Sob as condições que a força corporal é desprezível, as deformações são pequenas e o carregamento mono cresce, pode-se provar que

$$J_{\Gamma} = J_{\Gamma'} = \text{constante} \quad (7.3)$$

Integral J pode ser usada como um critério para inicio da propagação de trinca:

$$J = J_c \quad (7.4)$$

No caso elástico, Rice provou que

$$J = G_I = \frac{k_I^2}{E'} \quad (7.5)$$

Para o EDP, tem-se

$$J_C = J_{IC} = G_{IC} = \frac{(1-\nu^2)k_{IC}^2}{E} \quad (7.6)$$

Para plasticidade pequena, temos relação

$$J_C = \frac{\pi}{4} \sigma_e \cdot CTOD \quad (\text{para Irwin modificação}) \quad (7.7)$$

ou

$$J_C = \sigma_e \cdot CTOD \quad (\text{Para D-B modelo}) \quad (7.8)$$

8. Propagação de trincas por fadiga

O fenômeno que a ruptura ocorre enquanto a tensão causada por uma repetida é bem baixo da tensão de ruptura (comumente abaixo da tensão de escoamento obtida com carregamento estático) se chama fadiga.

A resistência à fadiga de componente deve ser analisada de forma diferente para o período de nucleação da trinca e para o de propagação.

A vida útil N (número de repetição de carga aplicada até falha) de um componente depende da velocidade de crescimento da trinca, desde um tamanho microscópico até o tamanho crítico requerido para ruptura final. A velocidade de propagação da trinca depende da solicitação que está atuando. O fator de intensidade de tensão fornece um parâmetro único, que descreve a magnitude do estado de tensões existente nas proximidades da ponta de trinca, e como sua propagação é um fenômeno localizado, dependendo portanto deste estado de tensões, o conceito do fator de intensidade de tensão pode ser usado para um enfoque quantitativo na interpretação do comportamento de propagação da trinca por fadiga. Fig. 25 ilustra as curvas a (comprimento ou meio comprimento de trinca) vs N (vida), onde $R = k_{\min} / k_{\max}$ se chama o fator de simetria de círculo.

Se $R > 0$ ($\sigma_{\min} > 0$), então

$$\Delta k = Y\Delta\sigma\sqrt{\pi a} \text{ onde } \Delta k = k_{\max} - k_{\min} \text{ e } \Delta\sigma = \sigma_{\max} - \sigma_{\min}$$

(8.1)

Se haver tensões da compressão, Δk é calculado usando somente a parcela sob tração do ciclo, que solicita a frente da trinca.

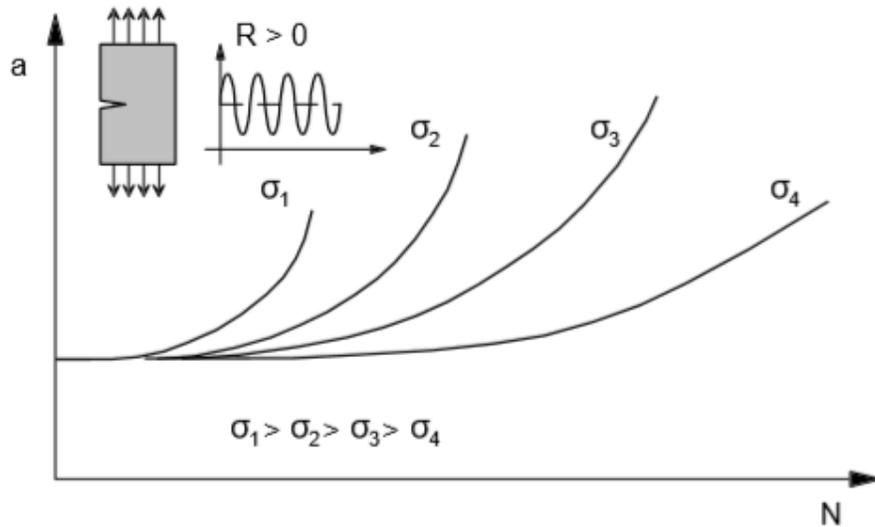


Fig. 25 Curvas a - N, de crescimento do tamanho da trinca contra vida, para vários níveis da tensão cíclica.

A velocidade de propagação, ou seja, da/dN , ou simplesmente \dot{a} , quando colocada em um gráfico em termos da parcela dinâmica do fator de intensidade de tensão, ΔK , resulta em uma curva tipicamente da forma mostrada na Fig. 26.

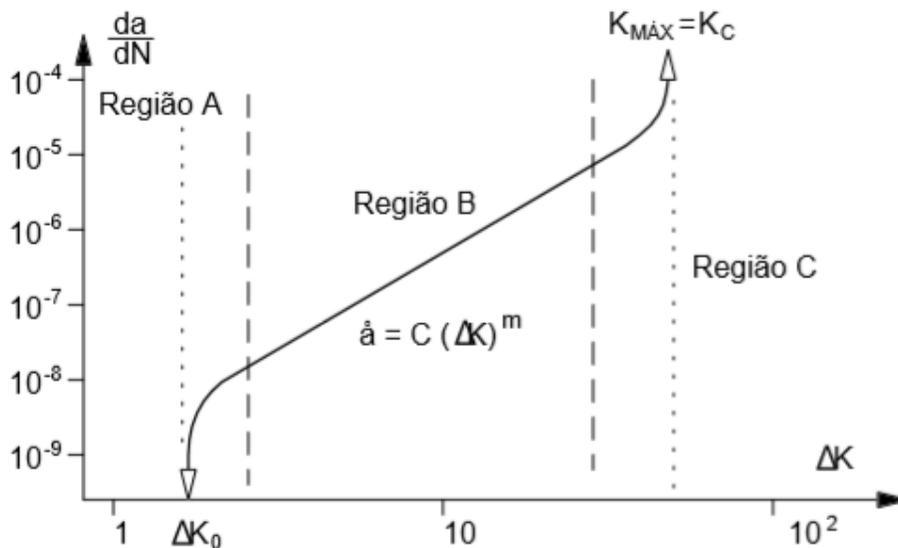


Fig. 26 Regiões típicas em um gráfico \dot{a} - Δk .

Na primeira região, Região A da Fig. 26, existência de um nível mínimo para Δk , denominado de Δk_0 , para que a trinca passe a crescer sob a ação de cargas cíclicas. Se $\Delta k < \Delta k_0$, a trinca não propaga.

Na região B, há um relacionamento linear entre $\log \frac{da}{dN}$ e $\log \Delta k$:

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta k)^m \quad (8.2)$$

sendo C e m constantes empíricas a serem obtidos por experimento.

Na Região B não se verifica uma grande diferença entre as taxas de propagação, para diferentes tipos de aços, o que indica que a vida de propagação não é substancialmente alterada pela escolha de um ou outro tipo de aço. Entretanto, o comportamento na Região A pode alterar de modo substancial a vida de fadiga do componente, principalmente se for considerado que uma grande fração da vida de propagação é despendida quando a trinca é pequena. Para garantir uma vida de propagação suficiente, devemos nos preocupar com os aspectos relacionados com trincas pequenas.

DADOS EXPERIMENTAIS PARA A CORRELAÇÃO \dot{a} - ΔK .

Equação de Paris-Erdogan, com \dot{a} [m/ciclo] - ΔK [MPa \sqrt{m}].

Aços martensíticos segundo [].

$$\dot{a} = 1,35 \cdot 10^{-10} (\Delta K_I)^{2,25} \quad (8.3)$$

Aços ferríticos-perlíticos segundo [].

$$\dot{a} = 6,9 \cdot 10^{-12} (\Delta K_I)^{3,00} \quad (8.4)$$

Aços inoxidáveis austeníticos segundo [].

$$\dot{a} = 5,6 \cdot 10^{-12} (\Delta K_I)^{3,25} \quad (8.5)$$

Aços ferríticos no ar, com formação de estrias, segundo [].

$$\dot{a} = 1 \cdot 10^{-11} (\Delta K_I)^{3,00} \quad (8.6)$$

Aços para vasos de reator, ferríticos, de acordo com [].

$$\dot{a} = 0,477 \cdot 10^{-12} (\Delta K_I)^{3,726} \text{ (ao ar)} \quad (8.7)$$

$$\dot{a} = 6,786 \cdot 10^{-12} (\Delta K_I)^{3,726} \text{ (na água)} \quad (8.8)$$

Na Região C ocorre uma sensível aceleração da trinca. A aceleração da trinca dentro da Região C foi levada em consideração em várias expressões empíricas para \dot{a} , sendo as expressões mais significativas dadas a seguir.

EQUAÇÕES PROPOSTAS PARA A CORRELAÇÃO \dot{a} - ΔK .

Paris-Erdogan $\dot{a} = C (\Delta K_I)^m$ (8.9)

Forman $\dot{a} = \frac{C (\Delta K_I)^m}{(1-R)K_C - \Delta K_I}$ (8.10)

Walker $\dot{a} = C (\Delta K_I)^m \cdot K_{Im\acute{a}x}^n$, ou
 $\dot{a} = [C (1-R)^m \cdot K_{Im\acute{a}x}]^n$ (8.11)

Elber $\dot{a} = C_1 (C_2 + C_3 R) (1-R) \cdot K_{Im\acute{a}x}^n$ (8.12)

Radon & Culver $\dot{a} = C (K_{Im\acute{a}x}^2 - K_{Imin}^2)^m$ (8.13)

Mukherjee & Burns $\dot{a} = C f^{-0,43} (\Delta K_I)^{2,39} K_{Imed}^{2,13}$ (8.14)

A vida de propagação após a nucleação de micro trinca de um dado componente mecânico é obtida pelo conhecimento da curva \dot{a} - ΔK do material, o que pode ser feito por uma das equações (8.3) a (8.8), ou mais precisamente por via experimental, conforme Fig. 27, onde o registro do tamanho da trinca contra a vida, durante o ensaio e o simultâneo cálculo de ΔK para cada N, permite o cálculo da curva \dot{a} - ΔK .

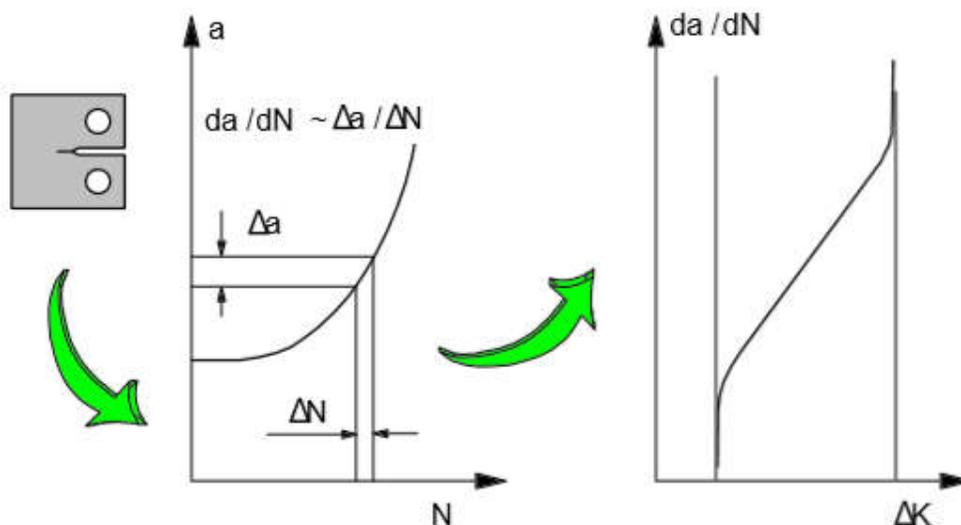


Fig. 27 Determinação da curva \dot{a} - ΔK do material.

Levando $\Delta k = Y\Delta\sigma\sqrt{\pi a}$ à $\frac{da}{dN} = C(\Delta k)^m$, tem se

$$da / dN = C (Y\Delta\sigma\sqrt{\pi a})^m$$

ou

$$dN = \frac{da}{C(Y\Delta\sigma\sqrt{\pi a})^m}$$

Integrando

$$\int_{N_1}^{N_2} dN = \frac{1}{C(Y\Delta\sigma\sqrt{\pi})^m} \int_{a_1}^{a_2} a^{-m/2} da$$

ou seja

$$N_{12} = N_2 - N_1 = \frac{1}{C(Y\Delta\sigma\sqrt{\pi})^m} \frac{a_1^{1-m/2} - a_2^{1-m/2}}{m/2 - 1} \quad (8.15)$$

No caso $m=2$, então

$$N_{12} = N_2 - N_1 = \frac{1}{C(Y\Delta\sigma\sqrt{\pi a})^2} \ln \frac{a_2}{a_1} \quad (8.16)$$