EXEMPLO 11-1 (Mabie) - Síntese para geração de função

Projetar um mecanismo de quatro elos para gerar $y = x^{1,5}$ onde x varia entre 1,0 e 4,0.
Utilizar espaçamento de Chebyshev e considerar:

função $f(x) := x^{1.5}$

ângulo inicial na entrada $\varphi s := 30deg$

ângulo inicial na saida $\psi s := 90deg$

variação na entrada $\Delta\varphi := 90deg$

variação na saída $\Delta\psi := 90deg$

comprimento do elo fixo $d := 1$

1 - Variação da função

início: $xs := 1$ $ys := f(xs)$ $ys = 1$

final: $xf := 4$ $yf := f(xf)$ $yf = 8$

2 - Definição dos pontos de precisão:

ponto médio do intervalo: $a := \frac{xf + xs}{2}$ $a = 2.5$

número de pontos de precisão: $n := 3$

metade do intervalo: $h := \frac{xf - xs}{2}$ $h = 1.5$

pontos de Chebyshev: $j := 1..n$

$$x := \begin{pmatrix} 1 \\ 2.5 \\ 4 \end{pmatrix} \qquad x_j := a - h\cdot\cos\left[\frac{\pi\cdot\left(j - \frac{1}{2}\right)}{n}\right] \qquad y_j := f(x_j)$$

$x_1 = 1.201$ $y_1 = 1.3161$

$x_2 = 2.5$ $y_2 = 3.9528$

$x_3 = 3.799$ $y_3 = 7.4048$

3 - Transformação dos pontos para ângulos

$$\varphi_j := \varphi s + (x_j - xs)\cdot\frac{\Delta\varphi}{(xf - xs)} \qquad \psi_j := \psi s + (y_j - ys)\cdot\frac{\Delta\psi}{(yf - ys)}$$

ponto 1: $\varphi_1 = 36.0289\cdot deg$ $\psi_1 = 94.0643\cdot deg$

ponto 2: $\varphi_2 = 75\cdot deg$ $\psi_2 = 127.9652\cdot deg$

ponto 3: $\varphi_3 = 113.9711\cdot deg$ $\psi_3 = 172.3468\cdot deg$

4 - variáveis auxiliares

$w1 := \cos(\varphi_1) - \cos(\varphi_2)$ $w1 = 0.5499$

$w2 := \cos(\varphi_1) - \cos(\varphi_3)$ $w2 = 1.215$

$w3 := \cos(\psi_1) - \cos(\psi_2)$ $w3 = 0.5443$

$w4 := \cos(\psi_1) - \cos(\psi_3)$ $w4 = 0.9202$

$w5 := \cos(\varphi_1 - \psi_1) - \cos(\varphi_2 - \psi_2)$ $w5 = -0.0729$

$w6 := \cos(\varphi_1 - \psi_1) - \cos(\varphi_3 - \psi_3)$ $w6 = 5.0463\times 10^{-3}$

5 - Relações de comprimentos

$$R1 := \frac{w3\cdot w6 - w4\cdot w5}{w2\cdot w3 - w1\cdot w4} \qquad R1 = 0.4497$$

$$R2 := \frac{w1\cdot w6 - w2\cdot w5}{w2\cdot w3 - w1\cdot w4} \qquad R2 = 0.5882$$

$$R3 := \cos(\varphi_1 - \psi_1) + R2\cdot\cos(\psi_1) - R1\cdot\cos(\varphi_1) \qquad R3 = 0.124$$

6 - Comprimentos $d = 1$

$$a := \frac{d}{R2} \qquad a = 1.7$$

$$c := \frac{d}{R1} \qquad c = 2.2238$$

$$b := \sqrt{(a^2 + c^2 + d^2 - 2\cdot a\cdot c\cdot R3)} \qquad b = 2.8102$$

7 - Representação gráfica da cadeia:

Comprimentos dos elos a, b e c em relação ao elo d:

$$A := \frac{a}{d} \qquad B := \frac{b}{d} \qquad C := \frac{c}{d} \qquad D := \frac{d}{d}$$

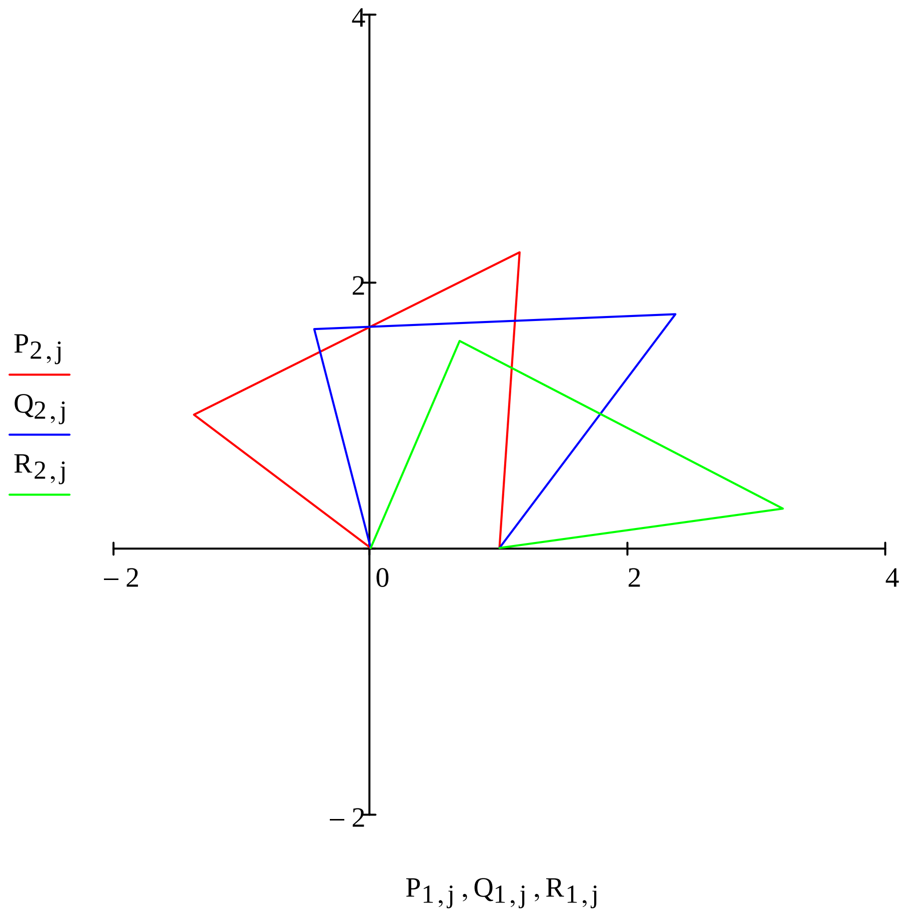
Coordenadas das articulações em cada ponto de precisão:

posição $i := 1$ $$P := \begin{pmatrix} 0 & -A\cdot\cos(\varphi_i) & D - C\cdot\cos(\psi_i) & D \\ 0 & A\cdot\sin(\varphi_i) & C\cdot\sin(\psi_i) & 0 \end{pmatrix}$$

posição $i := 2$ $$Q := \begin{pmatrix} 0 & -A\cdot\cos(\varphi_i) & D - C\cdot\cos(\psi_i) & D \\ 0 & A\cdot\sin(\varphi_i) & C\cdot\sin(\psi_i) & 0 \end{pmatrix}$$

posição $i := 3$ $$R := \begin{pmatrix} 0 & -A\cdot\cos(\varphi_i) & D - C\cdot\cos(\psi_i) & D \\ 0 & A\cdot\sin(\varphi_i) & C\cdot\sin(\psi_i) & 0 \end{pmatrix}$$

tamanho do gráfico: $\lambda := 4 \qquad j := 1..4$



$\varphi s = 30\cdot deg$

$\Delta\varphi = 90\cdot deg$

$\psi s = 90\cdot deg$

$\Delta\psi = 90\cdot deg$

$a = 1.7$

$b = 2.8102$

$c = 2.2238$

$d = 1$

8 - Verificação do mecanismo

Dados do mecanismo:

$\varphi s = 30 \cdot deg$ $\quad\quad \Delta\varphi = 90 \cdot deg$

$\psi s = 90 \cdot deg$ $\quad\quad \Delta\psi = 90 \cdot deg$

$\varphi f := \varphi s + \Delta\varphi$ $\quad\quad \varphi f = 120 \cdot deg$

$\psi f := \psi s + \Delta\psi$ $\quad\quad \psi f = 180 \cdot deg$

Incremento de φ*:* $\quad \varphi incr := 1deg$

Solução numérica da posição

variação de φ*:* $\quad \varphi := \varphi s, \varphi s + \varphi incr .. \varphi f$

valores iniciais das variáveis secundárias: $\quad \theta := 20deg \quad \psi := 100deg$

solução numérica:

Given

$$-a \cdot \cos(\varphi) + b \cdot \cos(\theta) + c \cdot \cos(\psi) - d = 0$$

$$a \cdot \sin(\varphi) + b \cdot \sin(\theta) - c \cdot \sin(\psi) = 0$$

$$sol(\varphi) := Find(\theta, \psi)$$

Elo intermediário: $\quad \Theta(\varphi) := sol(\varphi)_1$

Elo de saída: $\quad \Psi(\varphi) := sol(\varphi)_2$

Correspondência dos ângulos com as ecalas x e y:

$$X(\varphi) := \frac{\varphi - \varphi s}{\varphi f - \varphi s} \cdot (xf - xs) + xs$$

$$Y(\varphi) := \frac{\Psi(\varphi) - \psi s}{\psi f - \psi s} \cdot (yf - ys) + ys$$

Correspondência de $X(\varphi)$ *com a função* $x^{1.5}$ $\quad Yf(\varphi) := f(X(\varphi))$

Erro entre o mecanismo e a função: $\quad erro(\varphi) := Y(\varphi) - Yf(\varphi)$