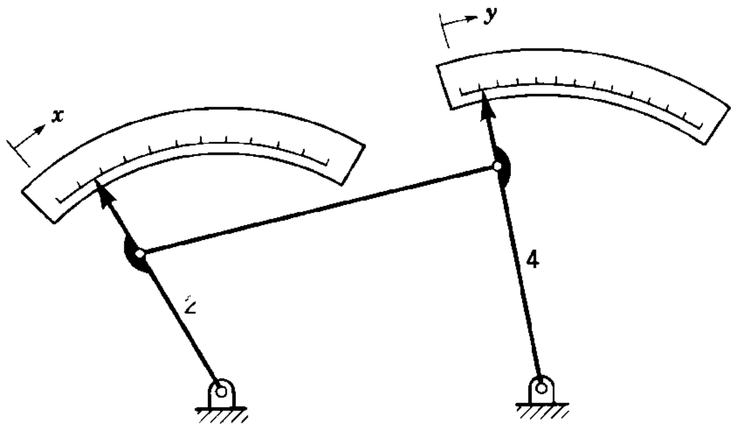


Mecanismos

Prof. Jorge Luiz Erthal

Síntese de mecanisos articulados

Geração de função

Referência

Mabie, H. H. e Reinholtz, C. F.. MECHANISMS AND DYNAMICS OF MACHINERY. New York:John Wiley, 1987

O capítulo referente à síntese encontra-se disponível no “ftpdemec”.

Nesta aula

- Classificação dos problemas de síntese cinemática
- Síntese para Geração de Função
  - Espaçamento dos pontos de precisão
  - Projeto de um mecanismo de 4 barras
  - Exemplo

Síntese de mecanismos

Definição:

Obtenção das dimensões (geometria) de um mecanismo que proporcione um movimento desejado.

Classificação dos problemas de síntese de mecanismos

- Síntese de tipo (engrenagem, cames, articulados,...)
- Síntese de número (cadeia simples, composta,...)
- Síntese dimensional (comprimentos dos elos)
    - Geração de função
    - Geração de percurso
    - Orientação de objeto

Geração de função

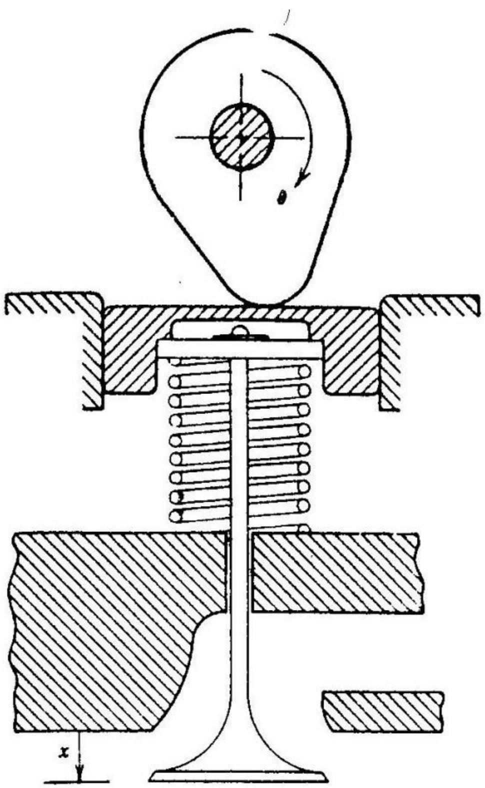
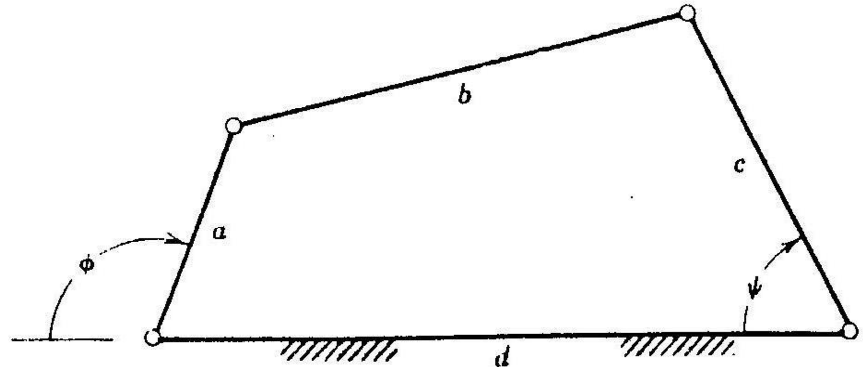
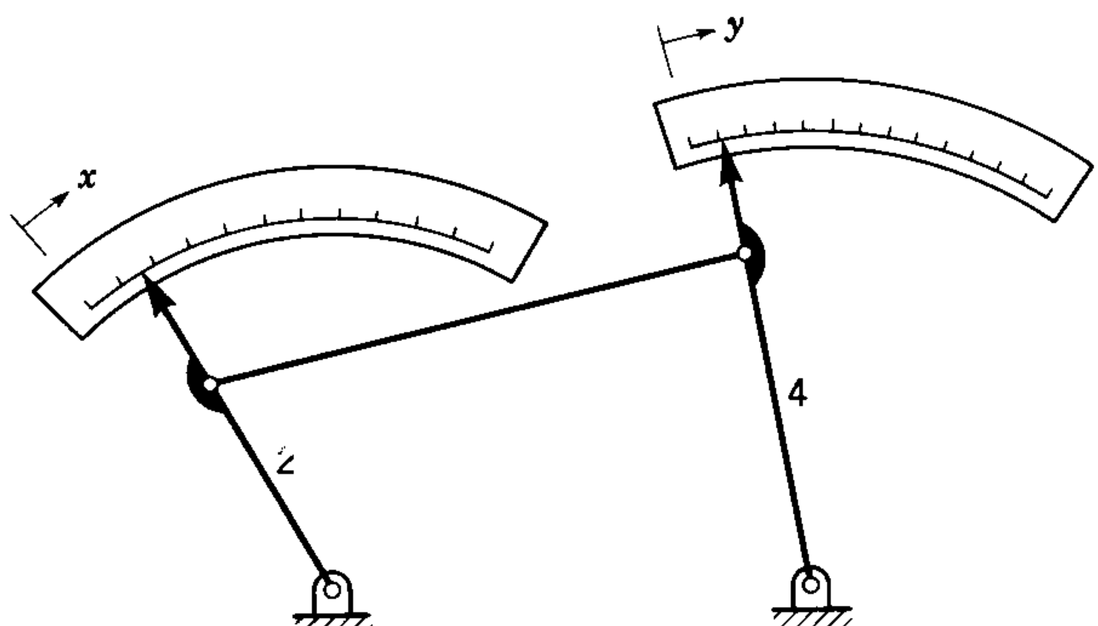


FIGURE 11.2





Geração de percurso

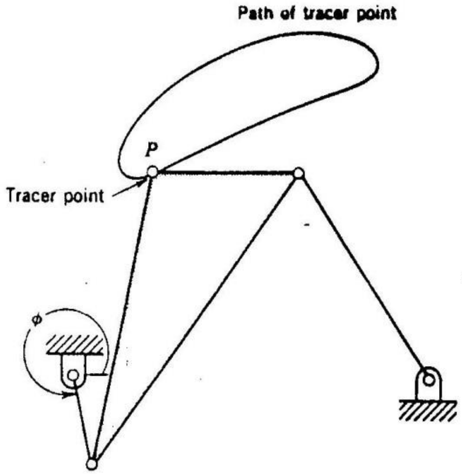
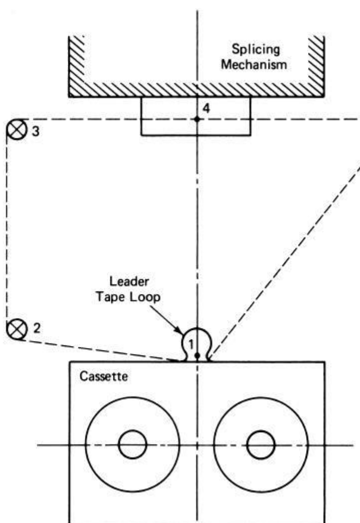


FIGURE 11.3



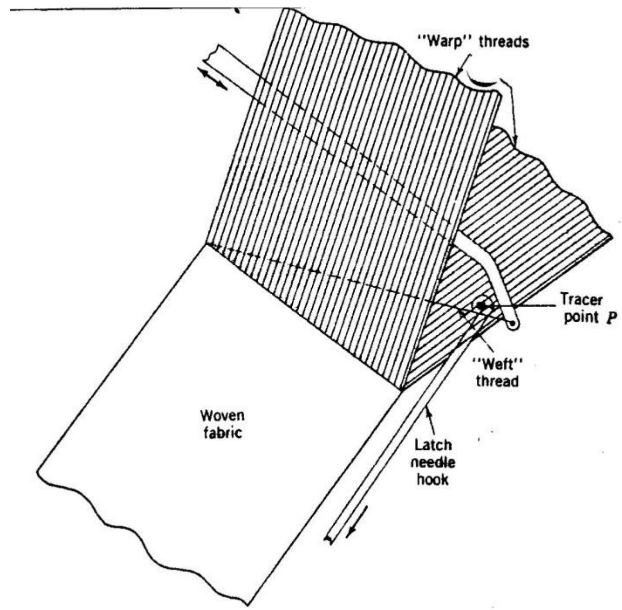


FIGURE 11.4 An industrial loom.

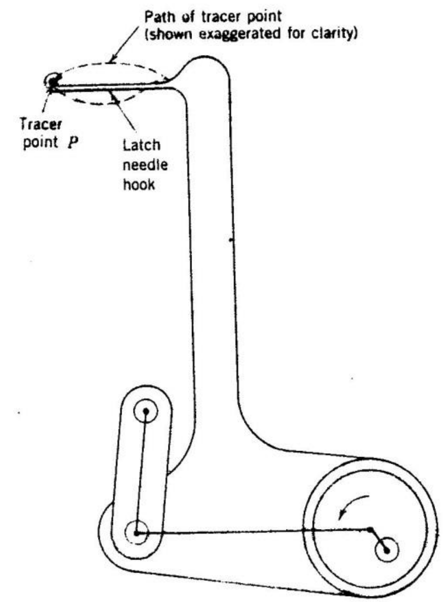
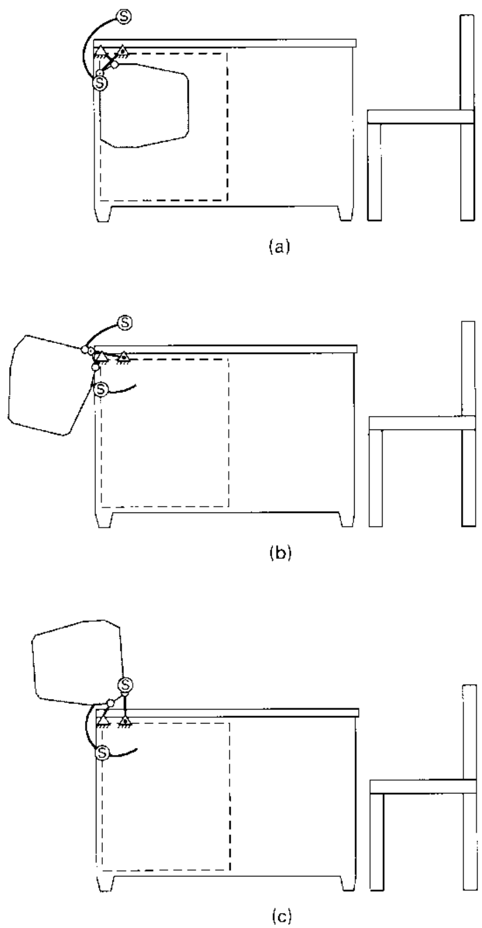


FIGURE 11.5 Path generating mechanism used in the loom of Fig. 11.4.

Orientação de objeto



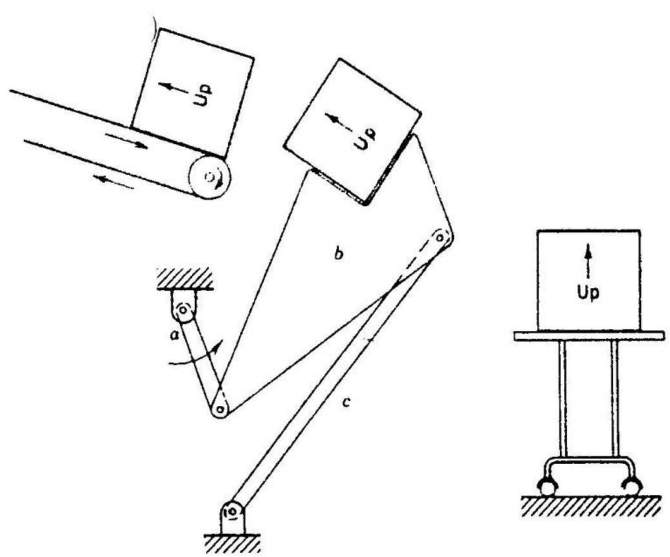
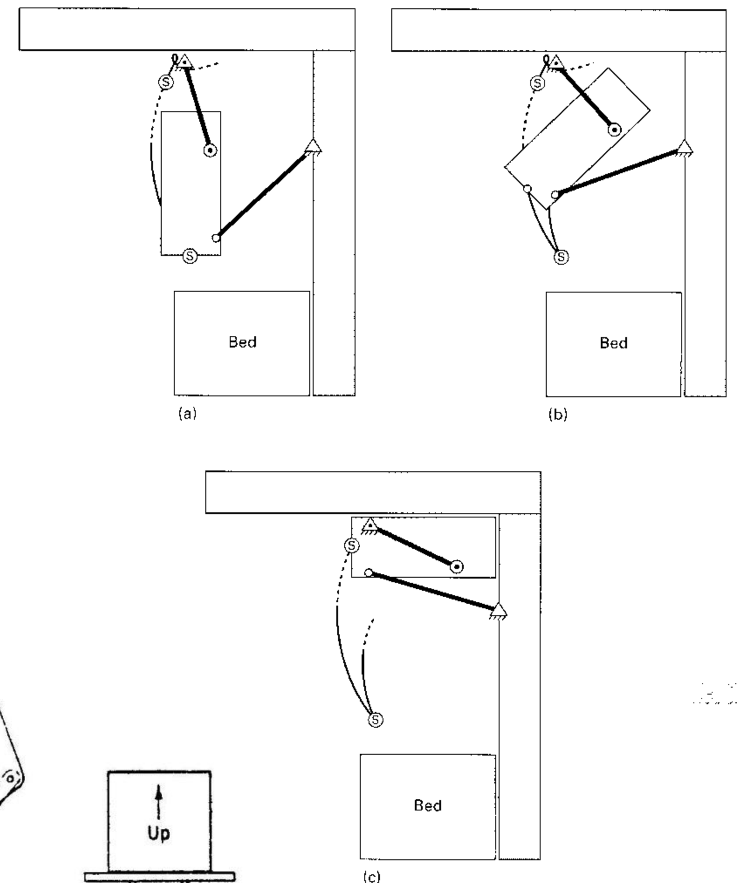


FIGURE 11.6



Síntese de mecanismos

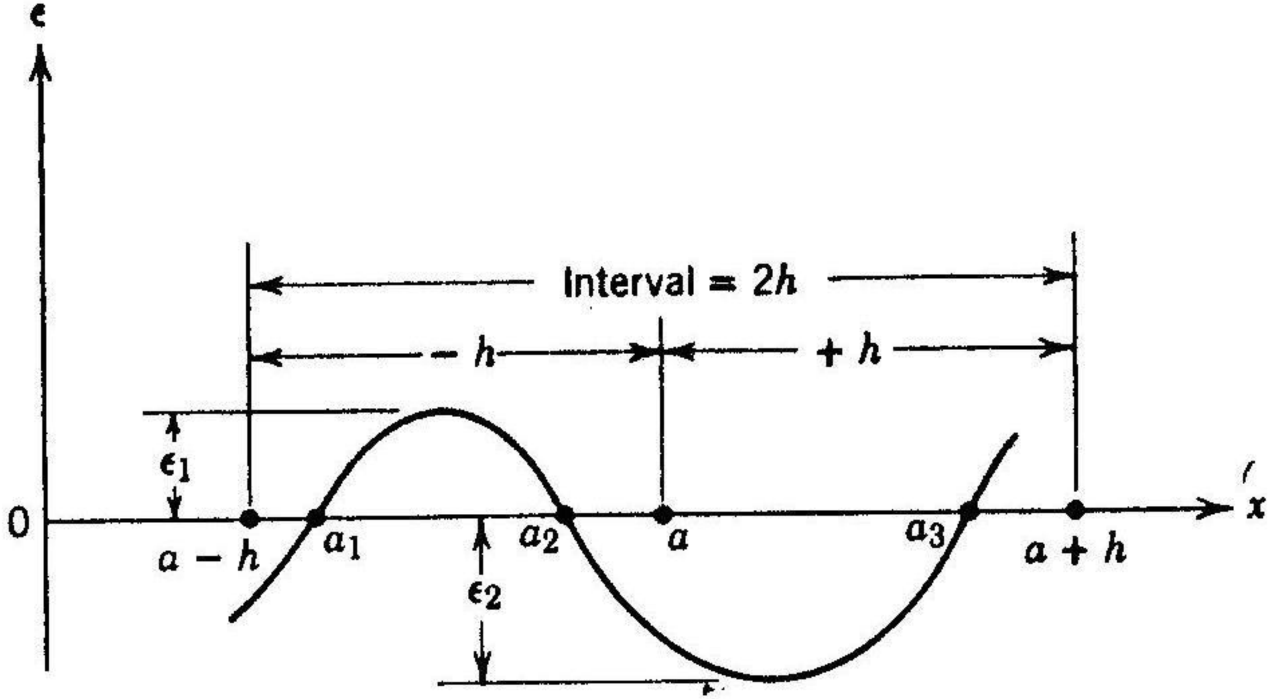
Problema → **Precisão**

Erros:

- **Estrutural** (movimento desejado x movimento real)
- **Mecânico** (qualidade de fabricação, folgas e tolerâncias)

Síntese para geração de função

Pontos de precisão (erro = 0)



$$\varepsilon = f(x) - g(x)$$

f(x) = função desejada
g(x) = função produzida

Síntese para geração de função

Espaçamento de Chebyshev

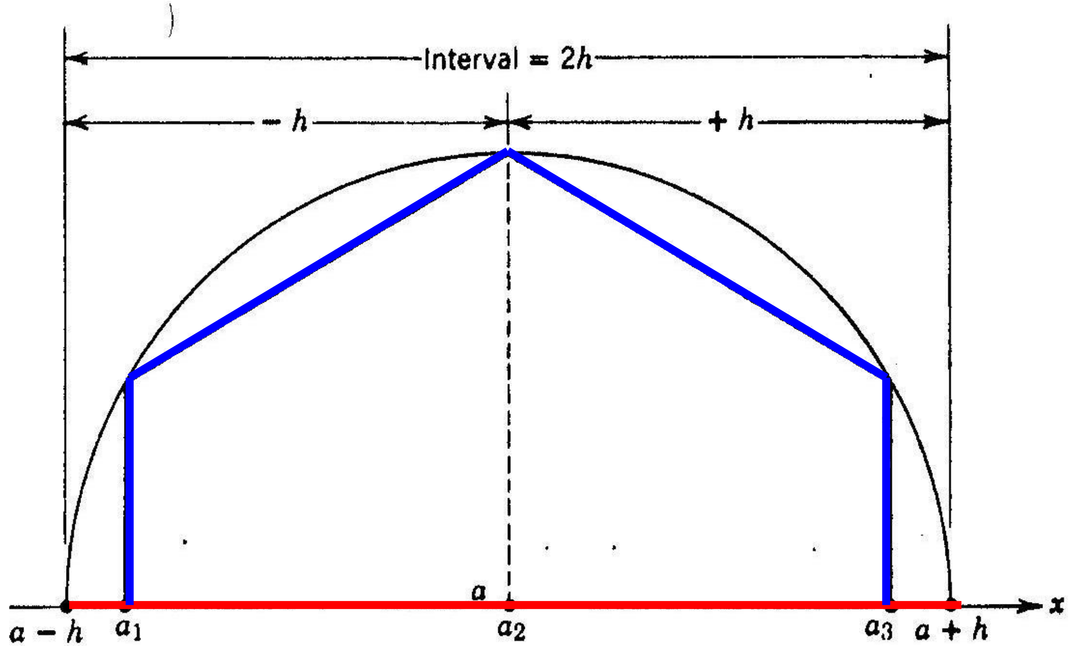


FIGURE 11.9

$$a_j = a - h \cdot \cos\left[\frac{\pi \cdot \left(j - \frac{1}{2}\right)}{n}\right] \qquad j := 1 .. n$$

n = número de pontos de precisão

a_j = pontos de Chebyshev

a = ponto central do intervalo

h = comprimento de meio intervalo

Síntese para geração de função

Espaçamento de Chebyshev para **3 pontos de precisão**

$$a_1 = a - h.\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$$

$$a_2 = a$$

$$a_3 = a - h.\cos\left(\frac{5.\pi}{6}\right)$$

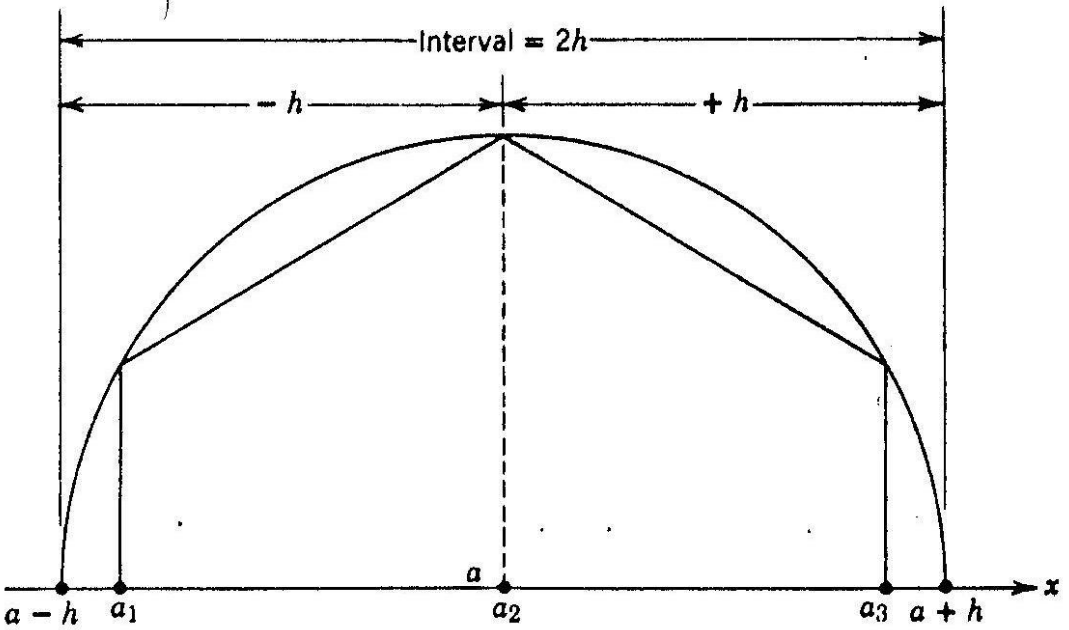


FIGURE 11.9

Síntese para geração de função

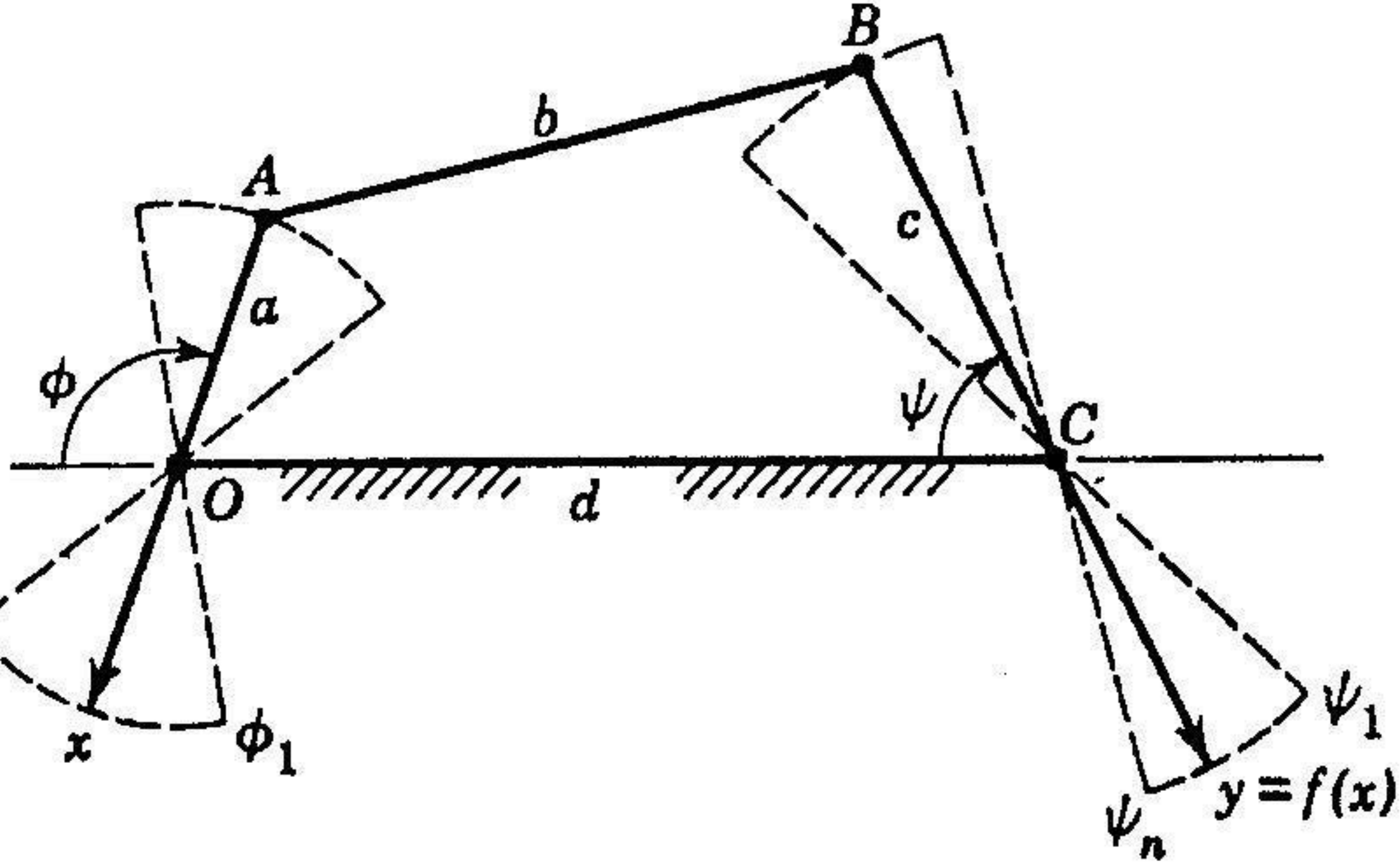
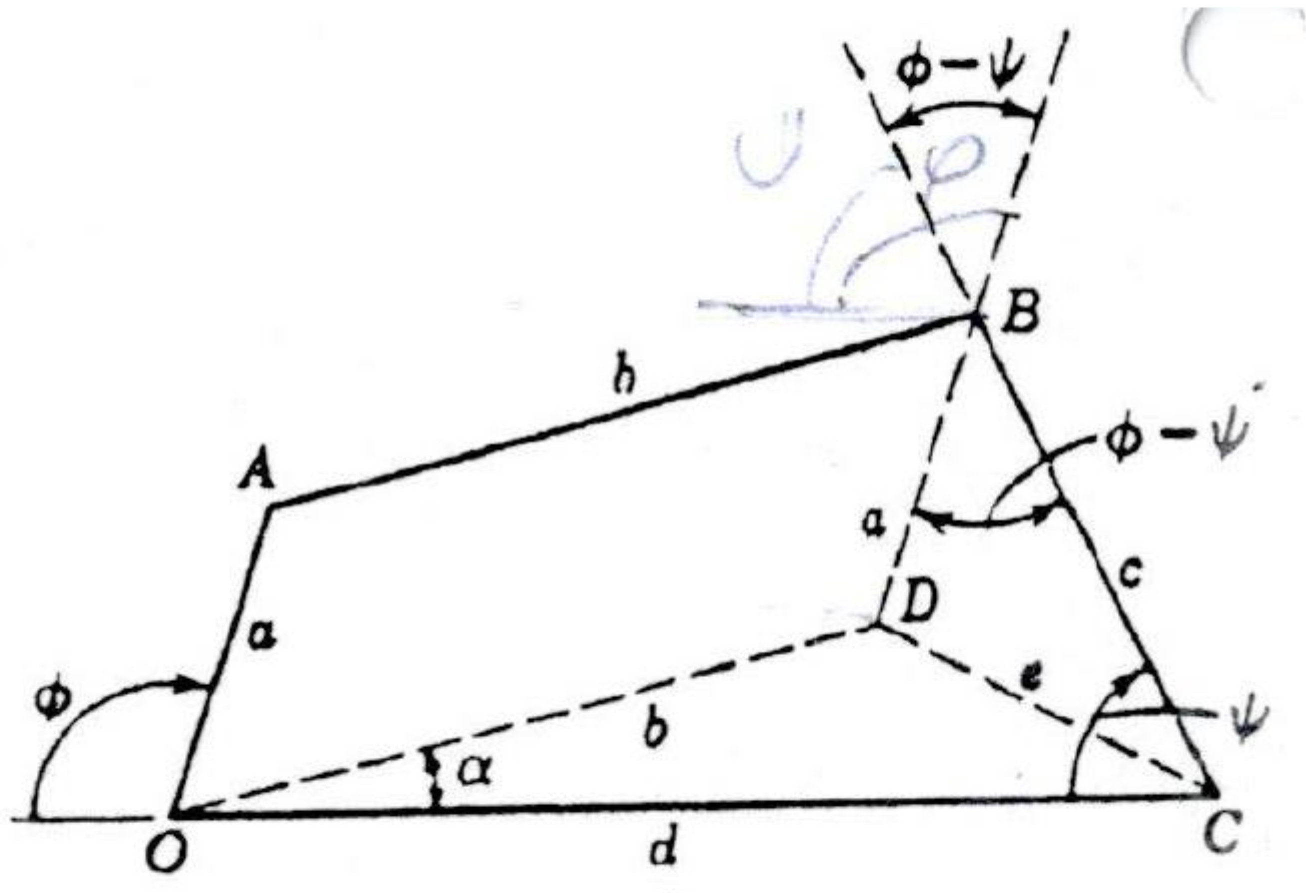
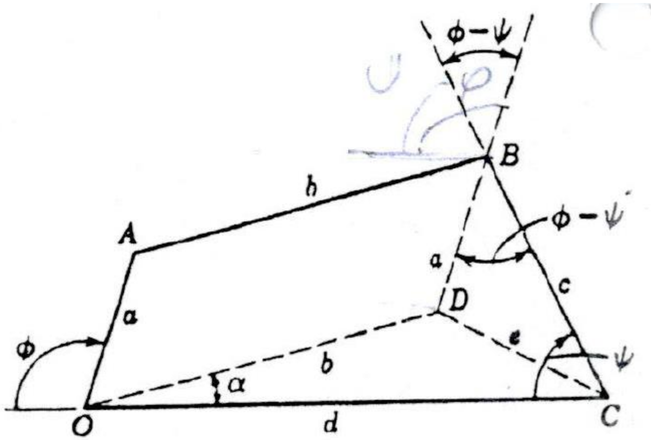


FIGURE 11.11

Síntese para geração de função



Síntese para geração de função



$$a \cos(\pi - \phi) + b \cos \alpha + c \cos \psi = d \tag{11.2}$$

By applying the law of cosines to triangle DOC,

$$e^2 = b^2 + d^2 - 2bd \cos \alpha \tag{11.3}$$

Also from triangle DBC,

$$e^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos(\phi - \psi) \tag{11.4}$$

Solving Eqs. 11.3 and 11.4 for $b \cos \alpha$ gives

$$b \cos \alpha = \frac{b^2 + d^2 - a^2 - c^2 + 2ac \cos(\phi - \psi)}{2d} \tag{11.5}$$

By substituting Eq. 11.5 into Eq. 11.2 and letting $\cos(\pi - \phi) = -\cos \phi$,

$$a^2 - b^2 + c^2 + d^2 + 2ad \cos \phi - 2cd \cos \psi = 2ac \cos(\phi - \psi) \tag{11.6}$$

By dividing by $2ac$,

$$\frac{a^2 - b^2 + c^2 + d^2}{2ac} + \frac{d}{c} \cos \phi - \frac{d}{a} \cos \psi = \cos(\phi - \psi) \tag{11.7}$$

By letting

$$R_1 = \frac{d}{c}$$
$$R_2 = \frac{d}{a} \tag{11.8}$$
$$R_3 = \frac{a^2 - b^2 + c^2 + d^2}{2ac}$$

Eq. 11.7 becomes

$$R_1 \cos \phi - R_2 \cos \psi + R_3 = \cos(\phi - \psi) \tag{11.9}$$

$$R_1 \cos \phi_1 - R_2 \cos \psi_1 + R_3 = \cos(\phi_1 - \psi_1)$$
$$R_1 \cos \phi_2 - R_2 \cos \psi_2 + R_3 = \cos(\phi_2 - \psi_2) \tag{11.10}$$
$$R_1 \cos \phi_3 - R_2 \cos \psi_3 + R_3 = \cos(\phi_3 - \psi_3)$$

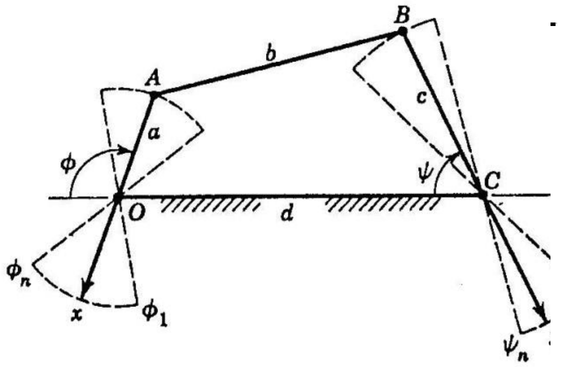
In solving the simultaneous equations 11.10, let

$$\cos \phi_1 - \cos \phi_2 = w_1$$
$$\cos \phi_1 - \cos \phi_3 = w_2$$
$$\cos \psi_1 - \cos \psi_2 = w_3$$
$$\cos \psi_1 - \cos \psi_3 = w_4$$
$$\cos(\phi_1 - \psi_1) - \cos(\phi_2 - \psi_2) = w_5$$
$$\cos(\phi_1 - \psi_1) - \cos(\phi_3 - \psi_3) = w_6$$

Then,

$$R_1 = \frac{w_3 w_6 - w_4 w_5}{w_2 w_3 - w_1 w_4}$$
$$R_2 = \frac{w_1 w_6 - w_2 w_5}{w_2 w_3 - w_1 w_4} \tag{11.11}$$
$$R_3 = \cos(\phi_1 - \psi_1) + R_2 \cos \psi_1 - R_1 \cos \phi_1$$

Síntese para geração de função



· *Relações de comprimentos*

$$R1 := \frac{w3 \cdot w6 - w4 \cdot w5}{w2 \cdot w3 - w1 \cdot w4}$$

$$R2 := \frac{w1 \cdot w6 - w2 \cdot w5}{w2 \cdot w3 - w1 \cdot w4}$$

Variáveis auxiliares

$$w1 := \cos(\varphi_1) - \cos(\varphi_2)$$

$$R3 := \cos(\varphi_1 - \psi_1) + R2 \cdot \cos(\psi_1) - R1 \cdot \cos(\varphi_1)$$

$$w2 := \cos(\varphi_1) - \cos(\varphi_3)$$

$$w3 := \cos(\psi_1) - \cos(\psi_2)$$

$$w4 := \cos(\psi_1) - \cos(\psi_3)$$

$$w5 := \cos(\varphi_1 - \psi_1) - \cos(\varphi_2 - \psi_2)$$

$$w6 := \cos(\varphi_1 - \psi_1) - \cos(\varphi_3 - \psi_3)$$

Comprimentos

$$a := \frac{d}{R2} \qquad c := \frac{d}{R1}$$

$$b := \sqrt{\left(a^2 + c^2 + d^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot R3\right)}$$

Exemplo

EXEMPLO 11-1 (Mabie) - Síntese para geração de função

Projetar um mecanismo de quatro elos para gerar $y = x^{1,5}$ onde x varia entre 1,0 e 4,0. Utilizar espaçamento de Chebyshev e considerar:

função	$f(x) := x^{1.5}$
ângulo inicial na entrada	$\varphi s := 30deg$
ângulo inicial na saida	$\psi s := 90deg$
variação na entrada	$\Delta\varphi := 90deg$
variação na saída	$\Delta\psi := 90deg$
comprimento do elo fixo	$d := 1$

Exemplo

1 - Variação da função

início:	xs := 1	ys := f(xs)	ys = 1
final:	xf := 4	yf := f(xf)	yf = 8

Exemplo

2 - Definição dos pontos de precisão:

ponto médio do intervalo: $a := \frac{xf + xs}{2}$ $\quad a = 2.5$

número de pontos de precisão: $n := 3$

metade do intervalo: $h := \frac{xf - xs}{2}$ $\quad h = 1.5$

pontos de Chebyshev: $j := 1 .. n$

$$x_j := a - h \cdot \cos\left[\frac{\pi \cdot \left(j - \frac{1}{2}\right)}{n}\right] \qquad y_j := f(x_j)$$

$x_1 = 1.201$ $\quad y_1 = 1.3161$

$x_2 = 2.5$ $\quad y_2 = 3.9528$

$x_3 = 3.799$ $\quad y_3 = 7.4048$

Exemplo

3 - Transformação dos pontos para ângulos

$$\varphi_j := \varphi s + \left(x_j - xs\right) \cdot \frac{\Delta\varphi}{(xf - xs)} \qquad \psi_j := \psi s + \left(y_j - ys\right) \cdot \frac{\Delta\psi}{(yf - ys)}$$

ponto 1: $\varphi_1 = 36.0289 \cdot deg$ $\psi_1 = 94.0643 \cdot deg$

ponto 2: $\varphi_2 = 75 \cdot deg$ $\psi_2 = 127.9652 \cdot deg$

ponto 3: $\varphi_3 = 113.9711 \cdot deg$ $\psi_3 = 172.3468 \cdot deg$

Exemplo

4 - variáveis auxiliares

$$w1 := \cos(\varphi_1) - \cos(\varphi_2) \qquad w1 = 0.5499$$

$$w2 := \cos(\varphi_1) - \cos(\varphi_3) \qquad w2 = 1.215$$

$$w3 := \cos(\psi_1) - \cos(\psi_2) \qquad w3 = 0.5443$$

$$w4 := \cos(\psi_1) - \cos(\psi_3) \qquad w4 = 0.9202$$

$$w5 := \cos(\varphi_1 - \psi_1) - \cos(\varphi_2 - \psi_2) \qquad w5 = -0.0729$$

$$w6 := \cos(\varphi_1 - \psi_1) - \cos(\varphi_3 - \psi_3) \qquad w6 = 5.0463 \times 10^{-3}$$

Exemplo

5 - Relações de comprimentos

$$R1 := \frac{w3 \cdot w6 - w4 \cdot w5}{w2 \cdot w3 - w1 \cdot w4} \qquad R1 = 0.4497$$

$$R2 := \frac{w1 \cdot w6 - w2 \cdot w5}{w2 \cdot w3 - w1 \cdot w4} \qquad R2 = 0.5882$$

$$R3 := \cos(\varphi_1 - \psi_1) + R2 \cdot \cos(\psi_1) - R1 \cdot \cos(\varphi_1) \qquad R3 = 0.124$$

Exemplo

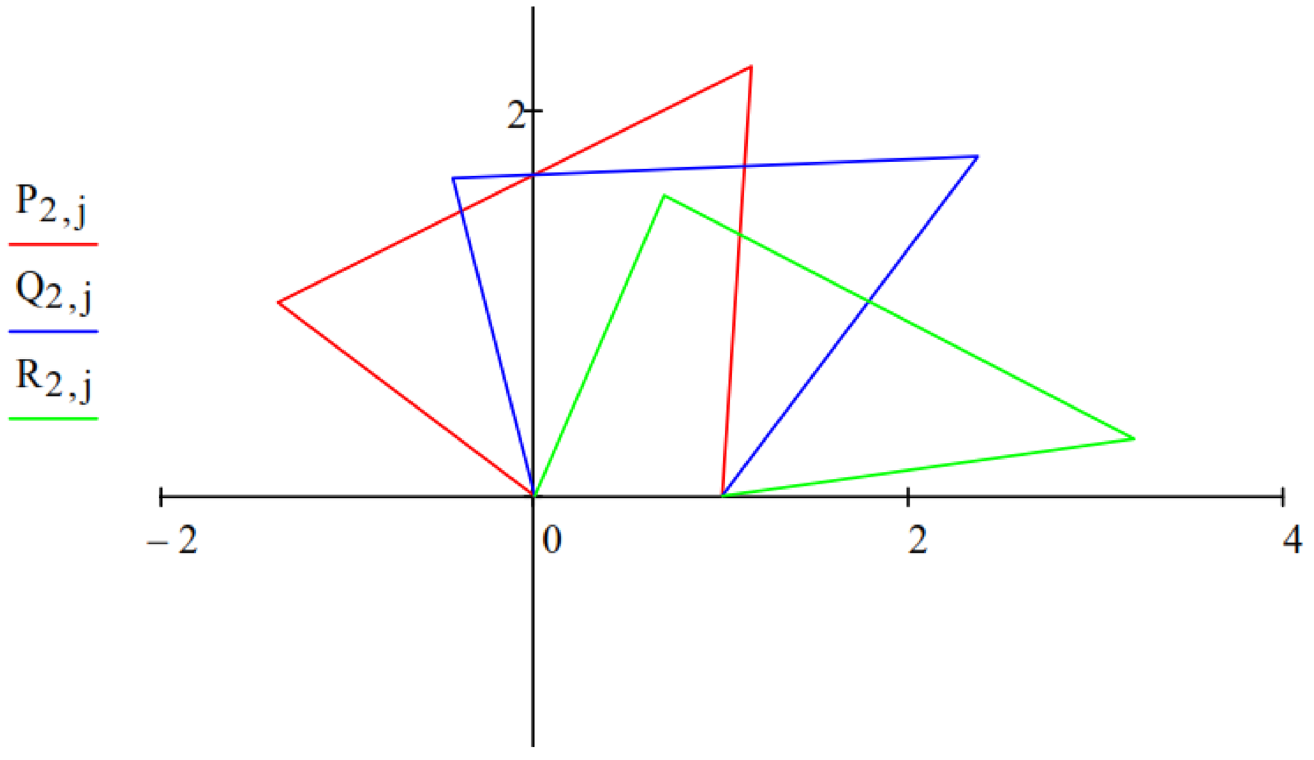
6 - Comprimentos $d = 1$

$$a := \frac{d}{R2} \qquad a = 1.7$$

$$c := \frac{d}{R1} \qquad c = 2.2238$$

$$b := \sqrt{\left(a^2 + c^2 + d^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot R3\right)} \qquad b = 2.8102$$

Exemplo



$\psi s = 90 \cdot deg$

$\Delta\psi = 90 \cdot deg$

$a = 1.7$

$b = 2.8102$

$c = 2.2238$

$d = 1$

Exemplo

8 - Verificação do mecanismo

Dados do mecanismo:

$\varphi s = 30 \cdot deg$ $\qquad \Delta\varphi = 90 \cdot deg$

$\psi s = 90 \cdot deg$ $\qquad \Delta\psi = 90 \cdot deg$

$\varphi f := \varphi s + \Delta\varphi$ $\qquad \varphi f = 120 \cdot deg$

$\psi f := \psi s + \Delta\psi$ $\qquad \psi f = 180 \cdot deg$

Incremento de φ: $\qquad \varphi incr := 1deg$

Solução numérica da posição

variação de φ: $\qquad \varphi := \varphi s, \varphi s + \varphi incr .. \varphi f$

valores iniciais das variáveis secundárias: $\qquad \theta := 20deg \qquad \psi := 100deg$

solução numérica:

Given

$$-a \cdot \cos(\varphi) + b \cdot \cos(\theta) + c \cdot \cos(\psi) - d = 0$$

$$a \cdot \sin(\varphi) + b \cdot \sin(\theta) - c \cdot \sin(\psi) = 0$$

$$sol(\varphi) := Find(\theta, \psi)$$

Elo intermediário: $\qquad \Theta(\varphi) := sol(\varphi)_1$

Elo de saída: $\qquad \Psi(\varphi) := sol(\varphi)_2$

Exemplo

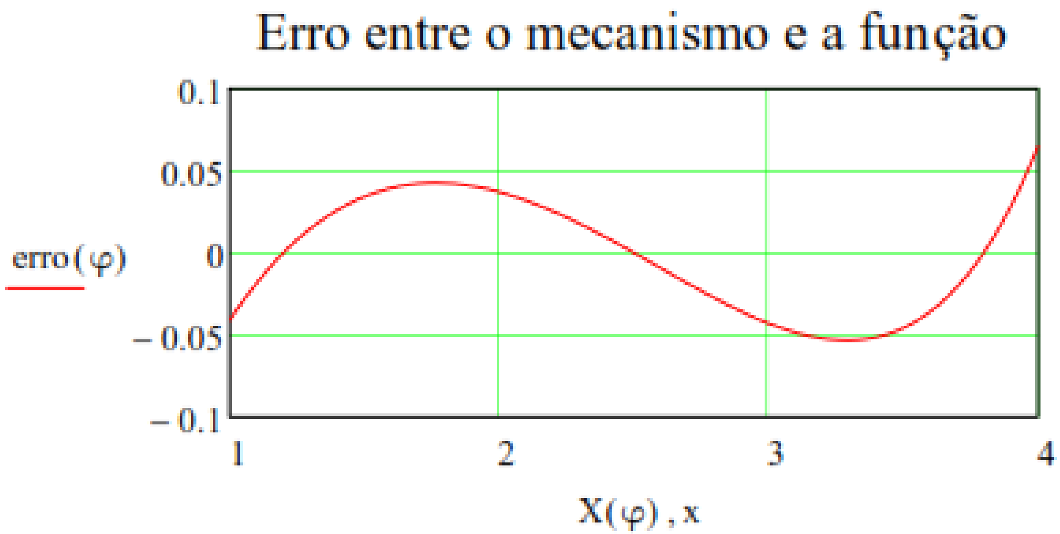
Correspondência dos ângulos com as ecalas x e y:

$$X(\varphi) := \frac{\varphi - \varphi s}{\varphi f - \varphi s} \cdot (xf - xs) + xs$$

$$Y(\varphi) := \frac{\Psi(\varphi) - \psi s}{\psi f - \psi s} \cdot (yf - ys) + ys$$

Correspondência de $X(\varphi)$ *com a função* $x^{1.5}$ $\quad Yf(\varphi) := f(X(\varphi))$

Erro entre o mecanismo e a função: $\quad \text{erro}(\varphi) := Y(\varphi) - Yf(\varphi)$



Exercício

1-Sintetizar um mecanismo de quatro barras para gerar aproximadamente a função $y = \sqrt{x}$, onde x varia de 0 a 1. Os ângulos para as posições iniciais dos elos de entrada e saída valem 45^o e as variações na entrada e na saída valem, respectivamente, $\Delta\phi = 90^o$ e $\Delta\psi = 60^o$. Considerar o comprimento do elo fixo igual a 1. Utilizar como pontos de precisão:

a) Os extremos e o ponto médio do intervalo de entrada

b) O espaçamento de Chebyshev

Respostas:

1-a) $a = 2,717$; $b = 0,887$; $c = 2,889$; $d = 1$

1-b) $a = 1,575$; $b = 1,163$; $c = 2,319$; $d = 1$