13.1. INTRODUÇÃO

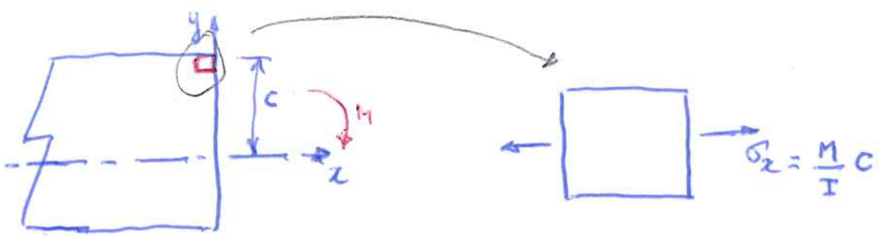
Neste capítulo estudaremos como projetar vigas e eixos à luz das teorias de falha estudadas. Para estes tipos de elementos, pode-se assumir o estado plano de tensão ao longo de toda a sua extensão. Limitaremos o estudo ao projeto de peças de material elástico linear e isotrópico. No projeto tem-se em vista comumente a resistência da peça aos esforços.

13.2. PROJETO DE VIGA PRISMÁTICA

No projeto de uma viga consideraremos apenas os efeitos da força cortante e do momento fletor. Os efeitos da força normal e do momento torçor serão desprezados, pois, na prática, eles são muito pequenos se comparados aos demais.

A primeira providência no projeto de uma viga é determinar o diagrama de forças cortantes e momentos fletores e identificar o valor máximo absoluto de ambos esforços na viga.

Na seção mais criticamente solicitada à flexão, o ponto crítico é aquele mais afastado da linha neutra e nele ocorre o estado uniaxial de tensão.



A razão entre o momento de inércia e o parâmetro c da viga denomina-se <u>módulo de resistência</u> da viga:

$$S = \frac{I}{c}$$

Logo, no ponto mais criticamente solicitado à flexão tem-se para a única tensão principal não nula:

$$\sigma_1 = \frac{M}{S}$$

Aplicando tanto o critério de Tresca como o de von Mises, chega-se ao mesmo limiar da falha, isto é,

$$\sigma_1 = \sigma_e$$

pois se trata do estado uniaxial de tensão. Assumindo uma margem de segurança por meio do coeficiente de segurança ou da tensão admissível:

$$\sigma_{adm} = \frac{\sigma_e}{\lambda}$$

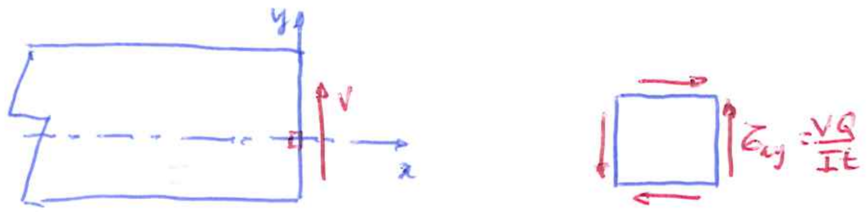
onde s é o coeficiente de segurança, chega-se à condição de projeto quanto à flexão:

$$\sigma_1 = \frac{M}{S} = \sigma_{adm}$$

$$\text{ou} \quad S = \frac{M}{\sigma_{adm}}$$

ou seja, obtém-se o módulo de resistência que deve ter a viga. O projetista deve, então, selecionar uma viga do catálogo de um fornecedor ou, no caso em que a viga seja montada a partir de outras peças, definir a forma e as dimensões da seção transversal da viga, de forma a atender o módulo de resistência calculado.

Uma vez definida a seção da viga, verifica-se o ponto mais criticamente solicitado quanto à força cortante, que ocorre usualmente sobre a linha neutra. Nesse ponto, o estado de tensão é o de cisalhamento puro, em que as tensões principais são σ_1 e $\sigma_2 = -\sigma_1 = \frac{VQ}{It}$.



Pelo critério de Tresca tem-se:

$$\tau_{máx} = (\tau_{xy})_{máx} = \frac{\sigma_e}{2}$$

e pelo critério de von Mises:

$$\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2 = 3(\tau_{xy})^2_{máx} = \sigma_e^2$$

$$\text{ou} \quad (\tau_{xy})_{máx} = \frac{\sqrt{3}}{3}\sigma_e$$

A favor da segurança, fica-se com o critério de Tresca. Verifica-se, então, se $(\tau_{xy})_{máx}$ é menor que τ_{adm}. Se verificado, o projeto está terminado. Do contrário, deve-se escolher outra seção que atenda o módulo de resistência e que a $(\tau_{xy})_{máx}$ não exceda τ_{adm}.

<u>Resumindo</u>

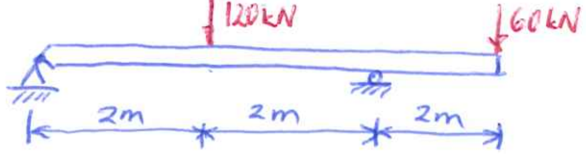
1. Determine as seções de $M_{máx}$ e $V_{máx}$.
2. Determine o módulo de resistência requerido: $S = \frac{M_{máx}}{\sigma_{adm}}$ e defina o perfil que satisfaz este valor.

3. Verifique se a máxima tensão de cisalhamento na seção onde ocorre $V_{máx}$: $\tau_{adm} \geq \frac{V_{máx} Q}{It}$

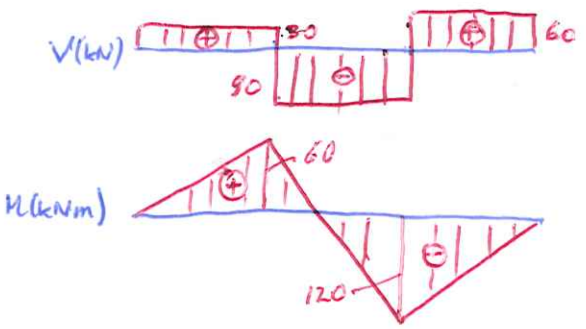
- seção retangular verifique: $\tau_{adm} \geq 1{,}5 \frac{V_{máx}}{A}$
- seção de aba larga: $\tau_{adm} \geq \frac{V_{máx}}{A_{alma}}$

4. Se 3 não se verifica, defina outro perfil que satisfaça o módulo de resistência requerido e repita os itens 3 e 4 até a condição em 3 ser satisfeita.

<u>Exemplo 13.1</u>: Projete uma viga em aço para suportar os esforços e apoios indicados. A tensão de flexão admissível da viga é 170MPa e a tensão de cisalhamento admissível é 100 MPa. Selecione um perfil W adequado do apêndice do livro.



<u>Solução</u>: Diagramas de V e M



Dos diagramas:

$$V_{máx} = 90\,kN$$

$$M_{máx} = 120\,kNm$$

Módulo de resistência requerido:

$$S = \frac{M_{máx}}{\sigma_{adm}} = \frac{120 \cdot 10^3}{170 \cdot 10^6} = 7{,}06 \cdot 10^{-4}\,m^3 \quad \text{ou} \quad 706 \cdot 10^3\,mm^3$$

Da tabela do apêndice do livro, as seguintes vigas são adequadas:

W 460 × 60	$S = 1120 \cdot 10^3\,mm^3$
W 410 × 67	$S = 1200 \cdot 10^3\,mm^3$
W 360 × 64	$S = 1030 \cdot 10^3\,mm^3$
W 310 × 74	$S = 1060 \cdot 10^3\,mm^3$
W 250 × 80	$S = 984 \cdot 10^3\,mm^3$
W 200 × 100	$S = 987 \cdot 10^3\,mm^3$

altura ↑ densidade linear ↑

Dessas, a de menor densidade linear é a W460x60, que será por isso escolhida.

Observe que o peso da viga escolhida ($60{,}35\ kg/m \cdot 10\ m/s^2 \cdot 6m = 3{,}6kN$) representa um acréscimo muito pequeno em $V_{máx}$ e $M_{máx}$

Verificação da tensão de cisalhamento máxima:

$$\tau_{médio} = \frac{V_{máx}}{A_{alma}} = \frac{90 \cdot 10^3}{0{,}455 \cdot 0{,}008} = 25\,MPa < 100\,MPa$$

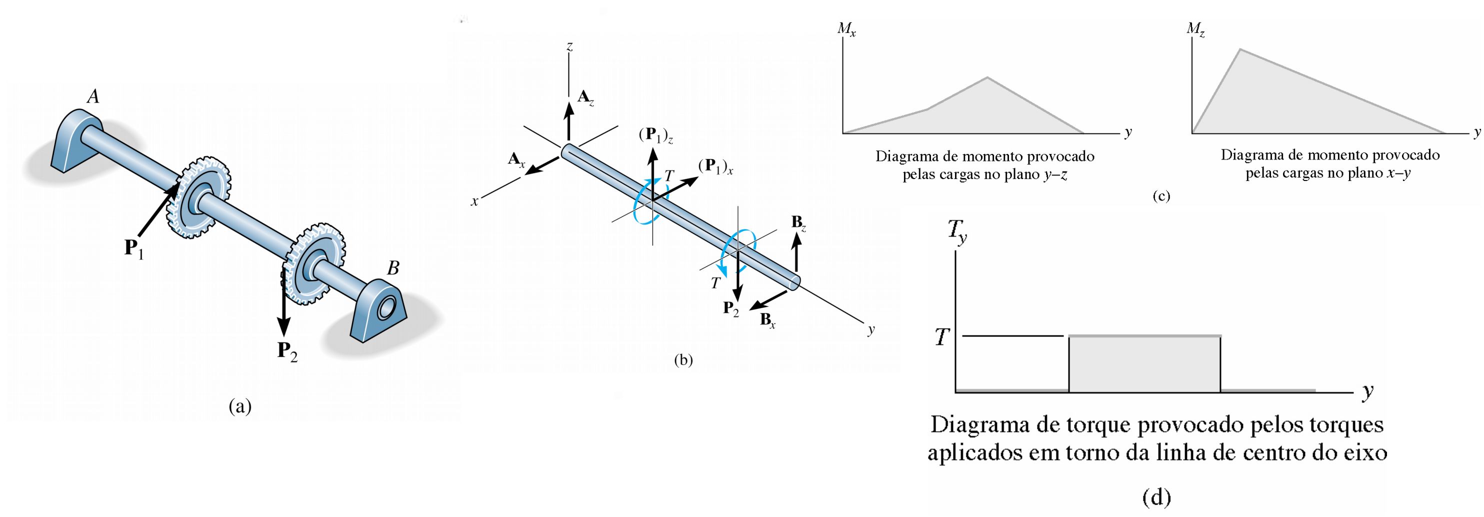
Logo, o perfil W460x60 atende τ_{adm}.

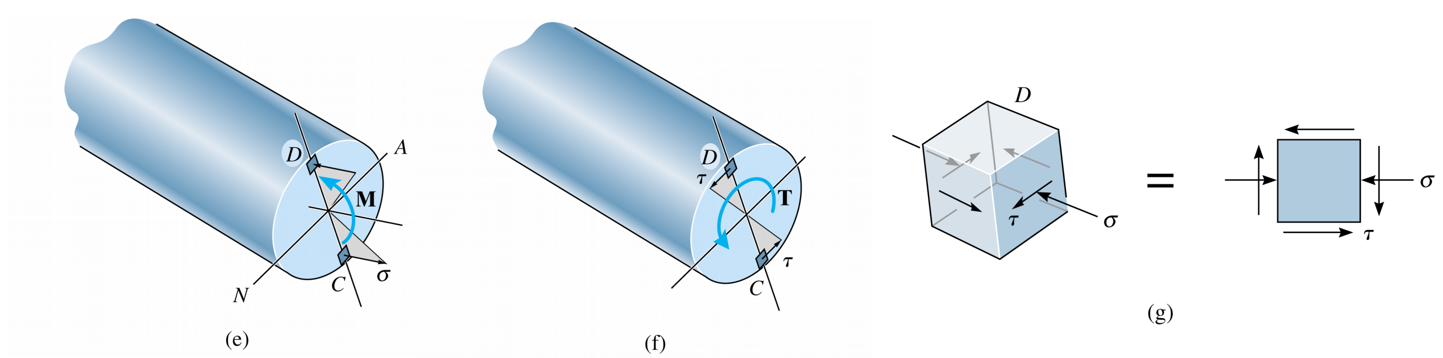
Portanto, o perfil escolhido é o W460x60 ■

13.3 PROJETO DE EIXOS

Eixos são elementos cilíndricos, em geral maciços, suportados por mancais e os quais suportam engrenagens ou polias. Em razão disso, as forças atuantes transversalmente sobre o eixo e os momentos fletores não ocorrem na mesma direção ao longo dele, conforme ilustra a figura abaixo. Além do mais, os eixos estão sujeitos a momentos torçores.

O material do qual os eixos são constituídos é, em geral, dútil. Portanto, deve-se empregar uma teoria de falha para este tipo de material no projeto de um eixo. Slides 11.18 - 11.23 Cap 11_b





Os esforços considerados mais críticos no eixo são os momentos fletores e torçores. O efeito da força cortante habitualmente é desprezível. Decorre disto que os pontos críticos numa seção qualquer são D e C (figura acima, itens (e) e (f)). Nesses pontos o estado plano de tensão é o indicado na figura acima, item (g), onde a tensão de flexão é:

$$\sigma = \frac{M}{I} c$$

e a tensão de cisalhamento devido à torção é:

$$\tau = \frac{T}{I_0} c$$

Para este estado de tensão, tendo em vista o critério de Tresca, a tensão de cisalhamento máxima é:

$$\tau_{máx} = \sqrt{\left(\frac{\sigma - 0}{2}\right)^2 + \tau^2} = \sqrt{\left(\frac{Mc}{2I}\right)^2 + \left(\frac{T}{I_0} c\right)^2}$$

ou ainda, tendo em conta I e I_0:

$$\tau_{máx} = \frac{2}{\pi c^3} \sqrt{M^2 + T^2}$$

Portanto, para efeito de projeto e segundo a teoria da máxima tensão de cisalhamento, requer-se que a tensão máxima absoluta no eixo seja igual à tensão de cisalhamento admissível do material, ou seja:

$$\tau_{\substack{máx \\ abs}} = \frac{2}{\pi c^3} \sqrt{M^2 + T^2} = \tau_{adm}$$

ou

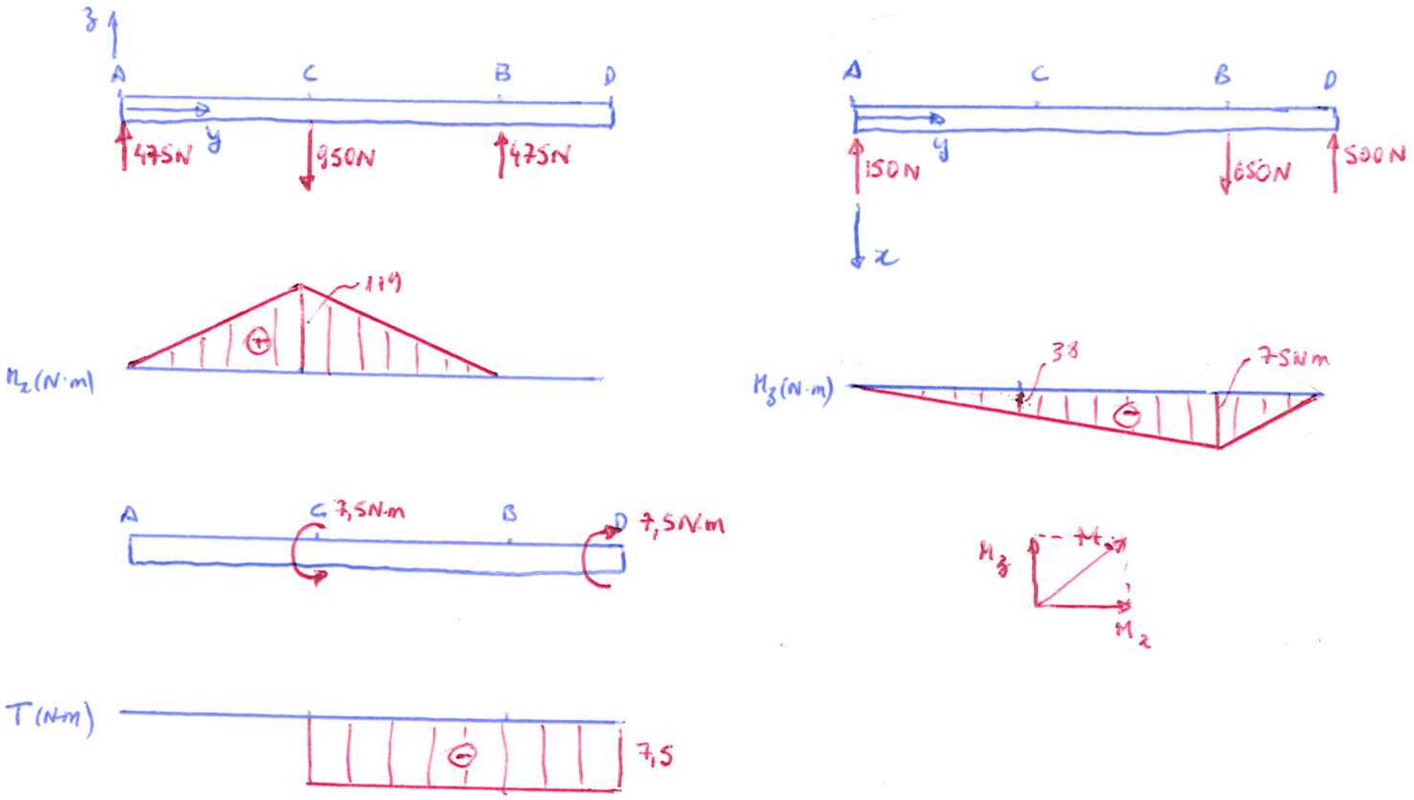
$$c = \sqrt[3]{\frac{2}{\pi \tau_{adm}} \sqrt{M^2 + T^2}}$$

Para efetivamente obter o raio c projetado para o eixo, é necessário identificar em que seção o termo $\sqrt{M^2+T^2}$ é máximo e substituí-lo na expressão acima.

Exemplo 13.2 O eixo abaixo é suportado por dois mancais, em A e B. Devido à transmissão de potência do eixo e para o eixo, as correias das polias estão sujeitas às forças de tração mostradas em C e D. Dimensione o eixo para uma tensão de cisalhamento admissível de 50MPa.

Fig. 11.12. (a) e (b)

Solução: Precisamos dos diagramas de momento fletor e de momento torçor. Como o momento fletor não tem uma direção única ao longo do eixo, faremos dois diagramas, um para flexão no plano yz (M_x) e outro para flexão no plano xy (M_z).



Por inspeção, a seção crítica, ou onde $\sqrt{M^2+T^2}$ é máximo, ocorre em C:

$$\left(\sqrt{M^2+T^2}\right)_C = \sqrt{\underbrace{119^2}_{M_x}+\underbrace{38^2}_{M_y}+\underbrace{7{,}5^2}_{T}} = 125\ \text{N}\cdot\text{m}$$

Levando este resultado na expressão do raio C:

$$C=\sqrt[3]{\frac{2\cdot 125}{\pi\cdot 50\cdot 10^6}} = 1{,}2\cdot 10^{-2}\ \text{m} \quad \text{ou} \quad 12\ \text{mm}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS: 11.4, 11.8, 11.10, 11.14, 11.16, 11.17, 11.19, 11.21, 11.24, 11.39, 11.40, 11.42, 11.45, 11.47.