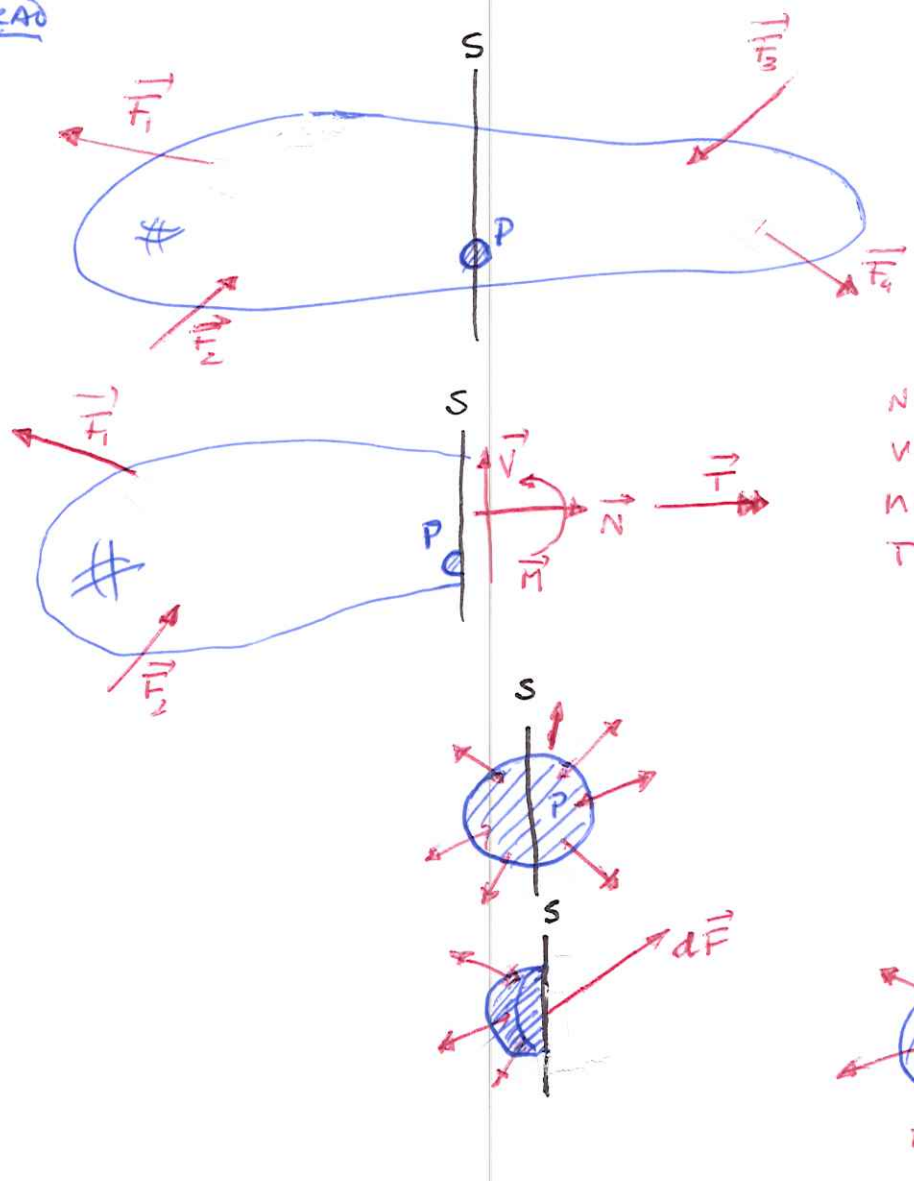


1.1. INTRODUÇÃO

Tensão é um dos conceitos básicos da mecânica dos sólidos. É uma grandeza física relacionada a força.

1.2. DEFINIÇÃO



N - força normal  
 V - força cortante  
 M - momento fletor  
 T - momento torção

Vector tração no plano de normal  $\vec{n}$ :

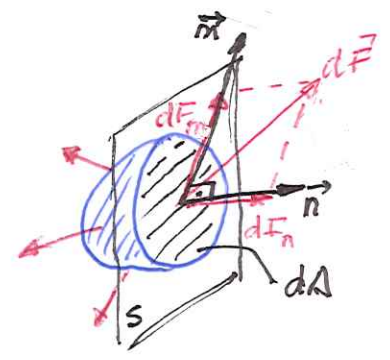
$$\vec{T}_n = \frac{d\vec{F}}{dA}$$

• mesma direção e sentido de  $d\vec{F}$

Tensão normal no plano de normal  $\vec{n}$ :

sigma  $\leftarrow \sigma_n = \frac{dF_n}{dA}$

• mesma direção de  $\vec{n}$

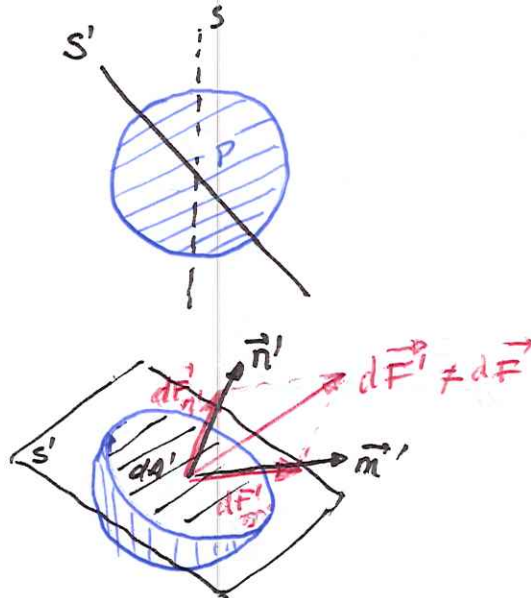


## Tensão de cisalhamento no plano de normal $\vec{n}$ :

$$\tau_{\vec{n}} = \frac{dF_m}{dA}$$

• direção ortogonal à  $\vec{n}$ .

Observe que:  $\vec{T}_n = \sigma_n \vec{n} + \tau_n \vec{m}$



$$\vec{T}_{n'} = \frac{d\vec{F}'}{dA'} \neq \vec{T}_n$$

$$\sigma_{n'} = \frac{dF'_{n'}}{dA'} \neq \sigma_n$$

$$\tau_{n'} = \frac{dF'_{m'}}{dA'} \neq \tau_n$$

Para cada plano de corte da partícula P existe um vetor tração diferente e conseqüentemente um par diferente de tensão normal e de cisalhamento. Este fato é denominado de estado de tensão da partícula P.

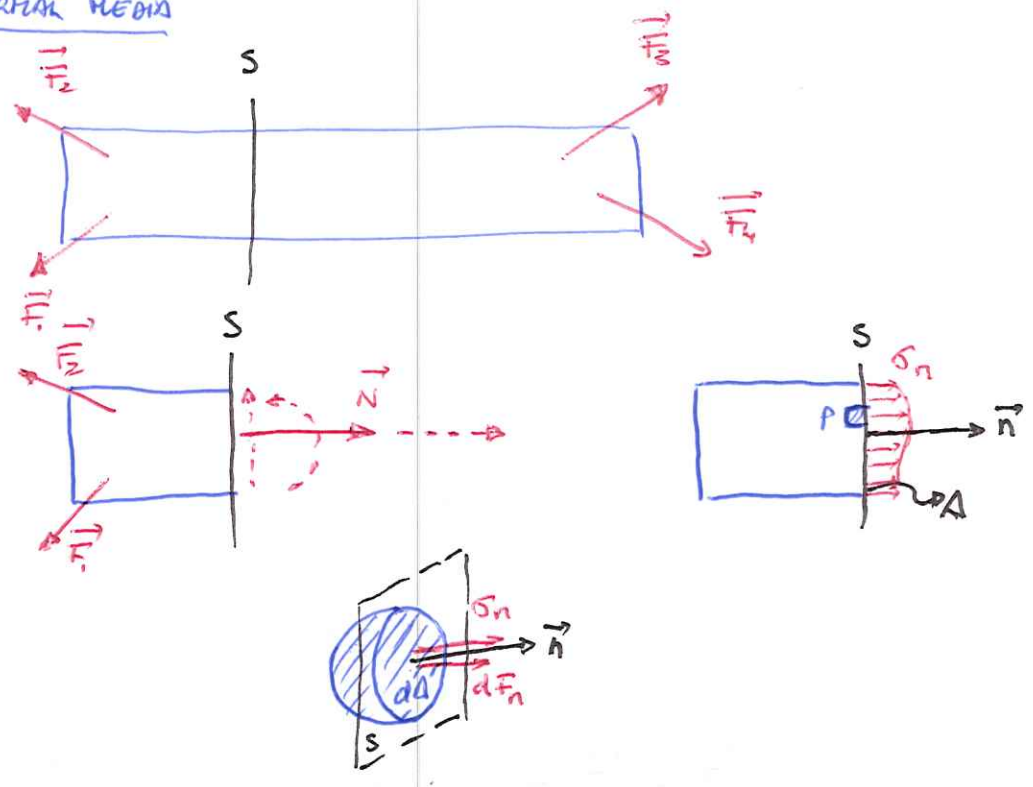
Unidade de tensão

$$[\sigma] \text{ ou } [\tau] = \frac{[F]}{[L]^2}$$

SI:  $\frac{N}{m^2} = Pa$

Outras:  $kgf/mm^2, kgf/cm^2$

1.3. TENSÃO NORMAL MÉDIA



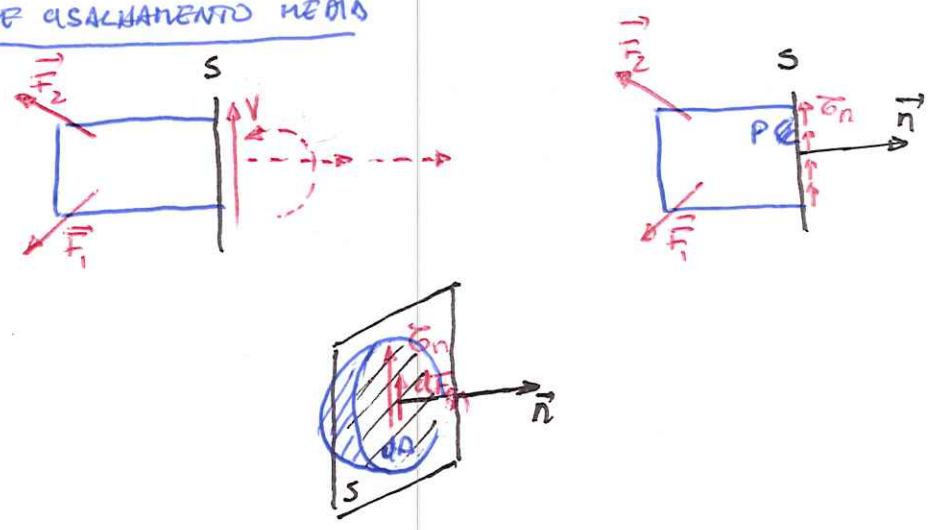
$$dF_n = \sigma_n dA$$

$$N = \int_A dF_n = \int_A \sigma_n dA = \bar{\sigma}_n A$$

Tensão normal média na seção S:

$$\bar{\sigma}_n = \frac{N}{A} \begin{matrix} \rightarrow \text{força normal resultante na superfície} \\ \rightarrow \text{área da superfície} \end{matrix}$$

1.4. TENSÃO DE USACHAMENTO MÉDIA



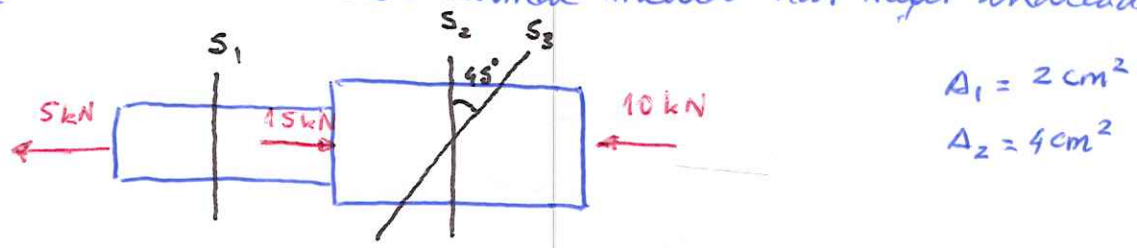
$$dF_m = \bar{\sigma}_n dA$$

$$V = \int_A dF_m = \int_A \bar{\sigma}_n dA = \bar{\sigma}_n A$$

Força de deslocamento média na área S:

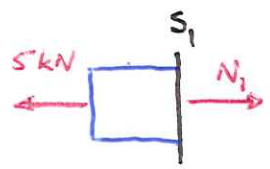
$$\bar{\sigma}_n = \frac{V}{A} \rightarrow \text{força resultante // ao plano S}$$
  
$$A \rightarrow \text{área da superfície}$$

Exemplo 1.1: Determine a tensão normal média nas seções indicadas da barra.



Solução:

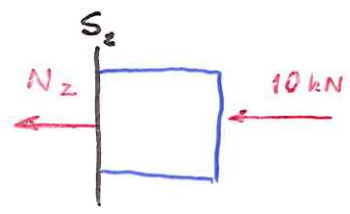
Em S<sub>1</sub>:



$$N_1 = +5 \text{ kN (tração)}$$

$$\bar{\sigma}_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{+5000}{2 \cdot 10^{-4}} = +25 \text{ MPa (tração)}$$

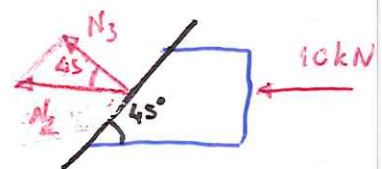
Em S<sub>2</sub>:



$$N_2 = -10 \text{ kN (compressão)}$$

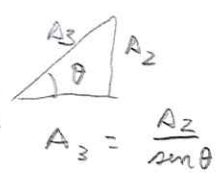
$$\bar{\sigma}_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{-10 \cdot 10^3}{4 \cdot 10^{-4}} = -25 \text{ MPa (compressão)}$$

Em S<sub>3</sub>:

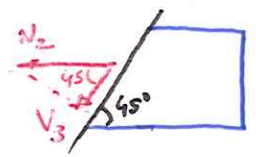


$$N_3 = N_2 \sin \theta = -7,1$$

$$\bar{\sigma}_3 = \frac{N_3}{A_3} = \frac{N_2 \sin \theta}{\frac{A_2}{\sin \theta}} = \frac{N_2 \sin^2 \theta}{A_2} = \frac{1}{2} \frac{N_2}{A_2}$$



$$\bar{\sigma}_3 = -13 \text{ MPa (compressão)}$$

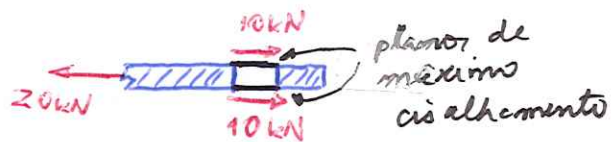
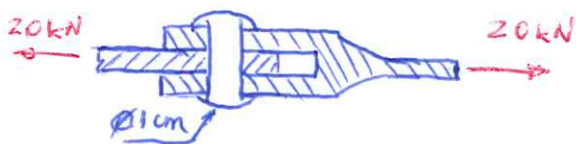


$$V_3 = N_2 \cos \theta$$

$$\bar{\sigma}_3 = \frac{V_3}{A_3} = \frac{N_2 \cos \theta}{\frac{A_2}{\sin \theta}} = \frac{N_2}{A_2} \sin \theta \cos \theta = \frac{1}{2} \frac{N_2}{A_2}$$

$$\bar{\sigma}_3 = 13 \text{ MPa (horário)} \quad \blacksquare$$

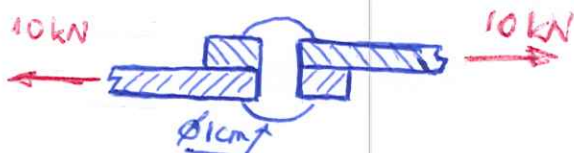
Exemplo 1.2: Determine a tensão de cisalhamento média máxima no pino.



Tensão média nos planos de máximo cisalhamento:

$$\bar{\sigma} = \frac{V}{A} = \frac{10 \cdot 10^3}{\pi \cdot 0,005^2} = 130 \text{ MPa} \quad \blacksquare$$

Exemplo 1.3: Determine a tensão de cisalhamento média máxima no pino.



Tensão média no plano de máximo cisalhamento:

$$\bar{\sigma} = \frac{V}{A} = \frac{10 \cdot 10^3}{\pi \cdot 0,005^2} = 130 \text{ MPa} \quad \blacksquare$$

### 1.5. TENSÃO ADMISSÍVEL

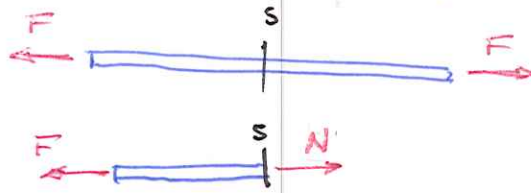
Quando submetidos a determinado nível de tensão os materiais dúcteis escoam e os frágeis rompem. Ambas situações de falha do material são indesejadas numa peça.

No projeto de uma peça, estabelece-se uma tensão máxima admissível bem abaixo do limite de escoamento ou de ruptura do material. O quão abaixo é dado pelo fator de segurança (FS):

$$FS = \frac{\sigma_{rae} \left( \text{ou } \bar{\sigma}_{rae} \right)}{\sigma_{adm} \left( \text{ou } \bar{\sigma}_{adm} \right)}$$

O fator de segurança é um dado de projeto obtido de Normas ou da experiência ou bom senso do projetista.

Exemplo 1.4: Dimensione o diâmetro da seção de um fio de arame para suportar o peso de uma massa de 50 kg. Adote  $g = 10 \text{ m/s}^2$  e  $\sigma_{adm} = 150 \text{ MPa}$  (à tração).



Solução: Deve-se fazer que a tensão normal média na seção transversal do arame igual à tensão admissível:

$$\bar{\sigma}_s = \frac{N}{A} = \sigma_{adm}$$

ou seja:

$$A = \frac{N}{\sigma_{adm}}$$

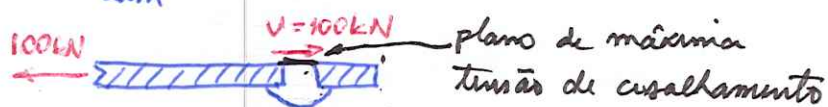
$$A = \frac{\pi d^2}{4}$$

$$d = 2 \sqrt{\frac{N}{\pi \sigma_{adm}}} = 2 \sqrt{\frac{50 \cdot 10}{\pi \cdot 150 \cdot 10^6}} = 0,003 \text{ m}$$

$$d = 3 \text{ mm} \quad \blacksquare$$

Exemplo 1.5: Dimensione o pino do exemplo 1.3 para que suporte uma força de 100 kN. Adote  $\bar{\tau}_{adm} = 100 \text{ MPa}$ .

Solução:



Deve-se fazer com que a tensão de cisalhamento média máxima seja igual à tensão admissível do material.

$$\bar{\tau} = \frac{V}{A} = \bar{\tau}_{adm}$$

$$A = \frac{V}{\bar{\tau}_{adm}}$$

$$A = \frac{\pi d^2}{4}$$

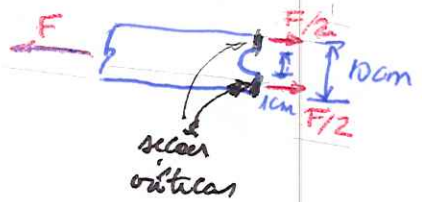
$$d = 2 \sqrt{\frac{V}{\pi \bar{\tau}_{adm}}} = 2 \sqrt{\frac{100 \cdot 10^3}{\pi \cdot 100 \cdot 10^6}} = 0,036 \text{ m}$$

$$d = 36 \text{ mm} \quad \blacksquare$$

Exemplo 1.6: Determine a força admissível nas barras do acoplamento do exemplo 1.3. As barras têm iguais áreas transversais de  $1 \times 10 \text{ cm}^2$  de área. O material da barra tem  $\sigma_{adm} = 150 \text{ MPa}$ , o do pino  $\sigma_{adm} = 100 \text{ MPa}$  e a tensão de contato admissível no pino é de  $50 \text{ MPa}$ .

Solução: É preciso determinar a força admissível para cada seção crítica do conjunto.

1. Barras:



$$(F_{adm})_1 = A_1 \cdot \sigma_{adm} = 0,090 \cdot 0,010 \cdot 150 \cdot 10^6 = 135 \text{ kN}$$

$$(F_{adm})_1 = 135 \text{ kN}$$

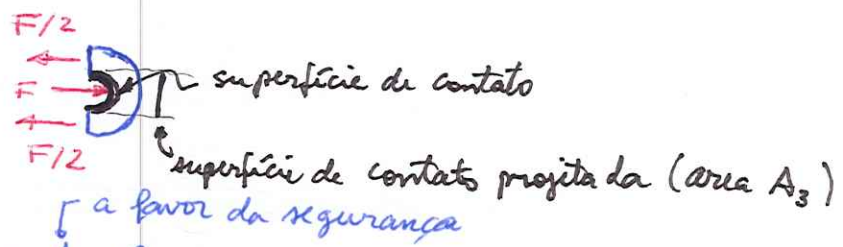
2. Cisalhamento no pino:



$$(F_{adm})_2 = A_2 \cdot \tau_{adm} = \pi \cdot 0,005^2 \cdot 100 \cdot 10^6 = 7,9 \text{ kN}$$

$$(F_{adm})_2 = 7,9 \text{ kN}$$

3. Contato pino-barra:



$$(F_{adm})_3 = A_3 \cdot \sigma_{adm} = 0,01 \cdot 0,01 \cdot 50 \cdot 10^6 = 5,0 \text{ kN}$$

$$(F_{adm})_3 = 5,0 \text{ kN}$$

Analisando as 3 forças admissíveis, aquela que for a menor define a força admissível para o conjunto. Portanto:

$$F_{adm} = 5,0 \text{ kN}$$

Exercícios sugeridos: 1.35, 1.42, 1.45, 1.49, 1.50, 1.53, 1.60, 1.61, 1.81, 1.85, 1.86, 1.93, 1.95