



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

TMEC-001 Cálculo Numérico

Professor Luciano Kiyoshi Araki

(sala 7-30/Lena-2, lucianoaraki@gmail.com, fone: 3361-3126)

Internet: http://ftp.demec.ufpr.br/disciplinas/TMEC001/Prof.Luciano_Araki

LISTA DE EXERCÍCIOS 02

1. Use o método de Newton com $x^{(0)} = 0$ para calcular $x^{(3)}$ para os seguintes sistemas não-lineares:

$$\begin{cases} 4x_1^2 - 20x_1 + \frac{1}{4}x_2^2 + 8 = 0 \\ \frac{1}{2}x_1x_2^2 + 2x_1 - 5x_2 + 8 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x_1^2 - x_2^2 = 0 \\ x_2 - 0,25(\sin x_1 + \cos x_2) = 0 \\ \text{com } x^{(0)} = (1; 1) \end{cases}$$

Iteração	X1	X2
0	0	0
1	0,4000000	1,760000
2	0,4958936	1,983423
3	0,4999876	1,999937

Iteração	X1	X2
0	1	1
1	0,4802408	0,4012039
2	0,2576687	0,3056284
3	0,1590522	0,2801943

2. Repita o exercício 1 para o método quasi-Newton com Jacobiano fixo por 2 iterações.

Iteração	X1	X2
0	0	0
1	0,4000000	1,760000
2	0,4707200	1,912192
3	0,4995468	1,997908

Iteração	X1	X2
0	1	1
1	0,4802408	0,4012039
2	0,3693666	0,3429289
3	0,2070903	0,2921364

3. Use o método de Newton para calcular $x^{(3)}$ para cada um dos sistemas não-lineares:

$$\begin{cases} 3x_1^2 - x_2^2 = 0 \\ 3x_1x_2^2 - x_1^3 - 1 = 0 \\ \text{com } x^{(0)} = (1; 1)^T \end{cases}$$

$$\begin{cases} \ln(x_1^2 + x_2^2) - \sin(x_1x_2) = \ln(2) + \ln(\pi) \\ \exp(x_1 - x_2) + \cos(x_1x_2) = 0 \\ \text{com } x^{(0)} = (2; 2)^T \end{cases}$$

Iteração	X1	X2
0	1	1
1	0,6111111	0,8333333
2	0,5036591	0,8524944
3	0,4999641	0,8660456

Iteração	X1	X2
0	2	2
1	1,968683	1,478906
2	1,830080	1,709024
3	1,775557	1,768412

4. Repita o exercício 3 para o método quasi-Newton com Jacobiano fixo por 2 iterações.

Iteração	X1	X2
0	1	1
1	0,61111111	0,83333333
2	0,5376276	0,8258459
3	0,4995216	0,8634968

Iteração	X1	X2
0	2	2
1	1,968683	1,478906
2	1,602049	1,991484
3	1,807689	1,721027

5. Deseja-se encontrar as posições de interseção entre dois círculos, cujas equações são: $x^2 + y^2 - 4x - 6y = 12$ e $x^2 + y^2 - 10x - 8y = -16$. Para tanto, utilize o método de Newton. Esboce um gráfico dos círculos para obter boas estimativas iniciais. Utilize, também, o método de quasi-Newton com Jacobiano fixo por 2 iterações.

6. Usando o método de mínimos quadrados, apresente a equação da melhor reta que representa o comportamento dos pontos a seguir.

X	1	2	3	4	5
Y	1,5	1,8	3,6	4,2	4,3

$$y = 0,8x + 0,68$$

7. A condutividade térmica do alumínio (6063-T5) foi medida em função da temperatura (Bejan, 1993), e os resultados são mostrados na tabela a seguir:

T [K]	10	20	40	50	100	200	300
k [W/mK]	90	180	280	290	230	200	200

Use o método de mínimos quadrados para calcular:

a) Um polinômio linear que estime k como uma função de T .

$$k = 0,028352 T + 207,0838$$

b) Um polinômio quadrático que possa ser usado na previsão do valor de k em função de T .

$$k = -0,00377 T^2 + 1,168696 T + 167,7156$$

8. Para a calibração de um medidor de vazão, é realizado um procedimento experimental e, então, confrontam-se os valores de vazão lidos (vazão nominal) no equipamento e os valores medidos (vazão real) de fluido. Com base nos dados experimentais, obtiveram-se os seguintes dados:

Vazão real [l/s]	0,1062	0,1613	0,2074	0,2816	0,3357	0,4068
Vazão nominal [l/s]	0,10	0,15	0,20	0,28	0,34	0,41

Obtenha a equação de calibração do medidor: (a) supondo-se um comportamento linear; (b) supondo-se um comportamento quadrático.

Linear: $real = 0,953725 * medido + 0,01458$

Quadrático: $real = -0,07219 * medido^2 + 0,990427 * medido + 0,010757$

9. Considere uma substância hipotética cuja condutividade térmica seja representada na tabela a seguir:

T [K]	150	200	250	300	350	400	450	500
k [W/mK]	0,751	0,779	0,815	0,870	0,923	1,005	1,080	1,128

Obtenha o polinômio interpolador que forneça a condutividade térmica da substância para qualquer temperatura do intervalo considerado (150 a 500K). Utilize os métodos do interpolador de Lagrange e de diferenças divididas de Newton.

Lagrange:

$$k = - \frac{(T-200)(T-250)(T-300)(T-350)(T-400)(T-450)(T-500)}{3,9375 \times 10^{15}} 0,751 +$$

$$\frac{(T-150)(T-250)(T-300)(T-350)(T-400)(T-450)(T-500)}{5,625 \times 10^{14}} 0,779 +$$

$$- \frac{(T-150)(T-200)(T-300)(T-350)(T-400)(T-450)(T-500)}{1,875 \times 10^{14}} 0,815 +$$

$$\frac{(T-150)(T-200)(T-250)(T-350)(T-400)(T-450)(T-500)}{1,125 \times 10^{14}} 0,870 +$$

$$- \frac{(T-150)(T-200)(T-250)(T-300)(T-400)(T-450)(T-500)}{1,125 \times 10^{14}} 0,923 +$$

$$\frac{(T-150)(T-200)(T-250)(T-300)(T-350)(T-450)(T-500)}{1,875 \times 10^{14}} 1,005 +$$

$$- \frac{(T-150)(T-200)(T-250)(T-300)(T-350)(T-400)(T-500)}{5,625 \times 10^{14}} 1,080 +$$

$$\frac{(T-150)(T-200)(T-250)(T-300)(T-350)(T-400)(T-450)}{3,9375 \times 10^{15}} 1,128$$

Newton:

$$k = 0,751 + (T-150) \cdot 5,6 \times 10^{-3} + (T-150)(T-200) \cdot 1,6 \times 10^{-6} + (T-150)(T-200)(T-250) \cdot 1,46667 \times 10^{-8} +$$

$$(T-150)(T-200)(T-250)(T-300) \cdot (-2,13333 \times 10^{-10}) +$$

$$(T-150)(T-200)(T-250)(T-300)(T-350) \cdot 2,24 \times 10^{-12} +$$

$$(T-150)(T-200)(T-250)(T-300)(T-350)(T-400) \cdot (-1,80444 \times 10^{-14}) +$$

$$(T-150)(T-200)(T-250)(T-300)(T-350)(T-400)(T-450) \cdot 1,02857 \times 10^{-16}$$

10. Encontre as formas do polinômio interpolador de Lagrange e de Newton para os pontos a seguir:

X	3	-1	1	2	5
Y	2	1	2	-7	20

Lagrange:

$$Y = - \frac{(X+1)(X-1)(X-2)(X-5)}{16} (2) + \frac{(X-3)(X-1)(X-2)(X-5)}{144} (1) - \frac{(X-3)(X+1)(X-2)(X-5)}{16} (2)$$

$$+ \frac{(X-3)(X+1)(X-1)(X-5)}{9} (-7) + \frac{(X-3)(X+1)(X-1)(X-2)}{144} (20)$$

Newton:

$$Y = 2 + (x-3) \cdot (0,25) + (x-3)(x+1) \cdot (-0,125) + (x-3)(x+1)(x-1) \cdot (3,04167) +$$

$$(x-3)(x+1)(x-1)(x-5) \cdot (-0,88194)$$

11. Encontre o polinômio interpolador de Lagrange e de Newton para os pontos a seguir:

X	0	0,1	0,3	0,6	1,0
Y	-6,00000	-5,89483	-5,65014	-5,17788	-4,28172

Lagrange:

$$Y = \frac{(x-0,1)(x-0,3)(x-0,6)(x-1,0)}{0,018}(-6) - \frac{(x-0)(x-0,3)(x-0,6)(x-1,0)}{0,009}(-5,89483) +$$

$$\frac{(x-0)(x-0,1)(x-0,6)(x-1,0)}{0,0126}(-5,65014) - \frac{(x-0)(x-0,1)(x-0,3)(x-1,0)}{0,036}(-5,17788) +$$

$$\frac{(x-0)(x-0,1)(x-0,3)(x-0,6)}{0,252}(-4,28172)$$

Newton

$$Y = -6 + (x-0)(1,0517) + (x-0)(x-0,1)(0,5725) + (x-0)(x-0,1)(x-0,3)(0,215) +$$

$$(x-0)(x-0,1)(x-0,3)(x-0,6)(0,063016)$$

12. Conceitue e diferencie: interpolação e aproximação (regressão).