

---

## INTRODUÇÃO À DINÂMICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL

---

O objetivo desta disciplina é ensinar a resolver numericamente problemas básicos de dinâmica dos fluidos através do método dos volumes finitos. Para tanto, mostra-se como aproximar numericamente os modelos matemáticos e algoritmos sugeridos para implementar programas computacionais. Um enfoque importante é dado à quantificação de erros numéricos para avaliar a confiabilidade dos resultados obtidos nas simulações. A assimilação da teoria é cobrada através da execução de diversos trabalhos práticos que envolvem o uso de programas computacionais implementados pelo professor e a implementação de programas computacionais pelos próprios alunos.

Neste capítulo introdutório, inicialmente são descritos brevemente os métodos de solução de problemas de engenharia: os métodos experimentais, analíticos e numéricos. Em seguida, é definida a área do conhecimento denominada de dinâmica dos fluidos computacional. São citados os tipos de problemas que são abordados nesta disciplina, os tipos de condições de contorno e de sistemas de coordenadas, e as diversas variáveis de interesse. São mencionados os tipos de modelos numéricos empregados e definidas as etapas principais para a obtenção de uma solução numérica.

### 1.1 MÉTODOS DE SOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE ENGENHARIA

Três tipos de métodos podem ser empregados na solução de um problema de engenharia: experimentais, analíticos e numéricos, conforme representado na Fig. 1.1. Cada um destes tipos de métodos apresenta vantagens e desvantagens sobre os demais dependendo do problema e dos recursos disponíveis para resolvê-lo. Discussões a respeito podem ser vistas nos textos de Ferziger e Peric (1999), Maliska (1995), Fortuna (2000), Versteeg e Malalasekera (1995), Patankar (1980) e Tannehill *et al.* (1997). Com base nestas referências, são apresentadas a seguir as características principais que distinguem cada tipo de método e fornecidos alguns exemplos.

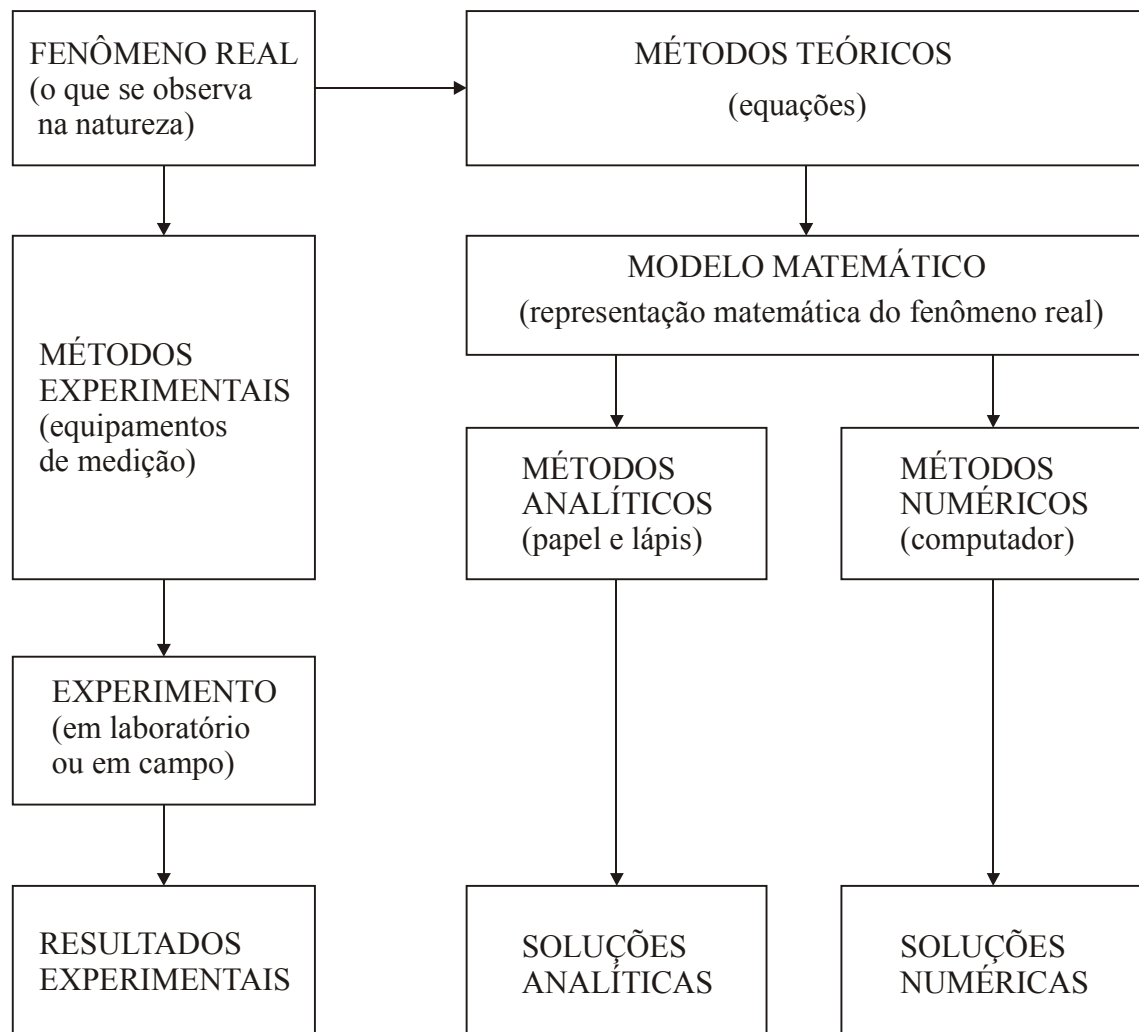


Figura 1.1 Métodos de solução de problemas de engenharia.

### 1.1.1 Métodos Experimentais

Os métodos experimentais, modernamente, tiveram início no século XVII com os trabalhos de Galileu Galilei sobre o movimento dos corpos. Suas características principais são:

- Trabalham com o fenômeno real; por exemplo, a determinação do arrasto e da sustentação de um avião voando em diversas velocidades.
- Cada problema é resolvido ou estudado com base num “experimento”, realizado em laboratório, com o uso de modelos em escala reduzida, como um avião em túnel de vento; ou em campo, em geral envolvendo problemas na escala real, como a evolução estelar com base em observações do Sol e de outras estrelas ou a circulação sanguínea no corpo humano.

- Empregam equipamentos de medição para medir o valor das grandezas de interesse, isto é, para obter os resultados experimentais, que podem ser globais, por exemplo, a força de arrasto sobre um avião, ou locais, como a velocidade do sangue dentro de uma artéria do corpo humano numa determinada posição.
- Apresentam erros experimentais.

### 1.1.2 Métodos Analíticos

Os métodos analíticos, modernamente, tiveram início também no século XVII com o livro *Principia* (1687) de Isaac Newton, que formulou suas três leis do movimento e realizou estudos sobre a gravitação e a luz. Suas características principais são:

- Trabalham com uma representação matemática do fenômeno real, isto é, com um modelo matemático. As equações de Navier-Stokes (Tannehill *et al.*, 1997) para o movimento de fluidos como o ar são um exemplo.
- As soluções analíticas, isto é, as soluções dos problemas, de forma bastante simplificada, são obtidas com o emprego de papel e lápis.
- As soluções analíticas são contínuas sobre o domínio de cálculo e em forma fechada, tanto para variáveis locais quanto globais.
- Aplicam-se a problemas com equações, geometrias e condições de contorno e iniciais muito simples, ou seja, os problemas que conseguem resolver são as exceções.
- Não se aplicam a problemas para os quais não existem modelos matemáticos.
- Apresentam erros de modelagem.

### 1.1.3 Métodos Numéricos

Alguns métodos numéricos usados em mecânica computacional são os métodos de diferenças finitas, volumes finitos, elementos finitos (Minkowycz *et al.*, 1988) e elementos de contorno. Roache (1998) considera que os métodos numéricos tiveram início com o trabalho de Richardson (1910), que resolveu, entre outras, a equação de Laplace bidimensional (Incropera e DeWitt, 1998) com o método de diferenças finitas antes da era do computador digital, empregando computadores humanos. Suas características principais são:

- Também trabalham com uma representação matemática do fenômeno real, isto é, com um modelo matemático. Novamente, as equações de Navier-Stokes para o movimento de fluidos como o ar são um exemplo.
- As soluções numéricas, isto é, as soluções dos problemas são obtidas com o emprego de computadores, tanto para variáveis locais quanto globais.

- As soluções numéricas são discretas, isto é, são obtidas em pontos específicos do domínio de cálculo.
- Aplicam-se a problemas com equações, geometrias e condições de contorno e iniciais mais gerais do que aqueles resolvidos através de métodos analíticos.
- Também não se aplicam a problemas para os quais não existem modelos matemáticos.
- Apresentam erros de modelagem e numéricos.

Os métodos analíticos e numéricos também são denominados de métodos teóricos (Maliska, 1995) porque ambos trabalham com modelos matemáticos. Aeschliman e Oberkampf (1998) é um exemplo de trabalho que trata da interação entre os métodos experimentais e numéricos para maximizar as vantagens de cada um na solução de problemas, isto é, para minimizar suas desvantagens e diminuir seus erros. Este tipo de interação entre métodos experimentais e numéricos também é empregado no aprimoramento e concepção de novos modelos matemáticos, como por exemplo, a modelagem da turbulência em escoamentos de fluidos. Os projetos de engenharia devem usar os métodos adequados, e na medida adequada, a cada problema.

## 1.2 DINÂMICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL (*CFD*)

Na área do conhecimento denominada *CFD*, trata-se da solução de problemas de dinâmica dos fluidos através de métodos numéricos. A **dinâmica dos fluidos** envolve a modelagem de fenômenos físico-químicos nas áreas de mecânica dos fluidos, transferência de calor e massa e combustão, entre outras, que são representados por modelos matemáticos (Oberkampf e Blottner, 1998). Estes modelos são resolvidos através de **métodos numéricos** que incluem, por exemplo, os métodos de **diferenças finitas**, **volumes finitos** e **elementos finitos** (Minkowycz *et al.*, 1988).

*CFD* é aplicado em projetos de engenharia, no entendimento da dinâmica dos fluidos, no desenvolvimento de novos modelos matemáticos e de simulação, em decisões políticas, etc (Rizzi e Vos, 1998). *CFD* também é aplicado em problemas multidisciplinares (Habashi *et al.*, 1998): escoamento e transferência de calor (transferência de calor conjugada); escoamento e estrutura (aeroelasticidade); escoamento e ruído (aeroacústica); escoamento e reações químicas (aerotermodinâmica); escoamento e acumulação de gelo sobre superfícies de sustentação (aerocongelamento); e aviões com invisibilidade a ondas eletromagnéticas (aeroeletromagnetismo).

### 1.3 MODELOS MATEMÁTICOS E VARIÁVEIS DE INTERESSE

Os modelos matemáticos que são abordados nesta disciplina representam problemas básicos de dinâmica dos fluidos. Eles incluem as seguintes características:

Tipos de problemas:

- Difusão de calor e de quantidade de movimento linear;
- Hidrodinâmica; e
- Convecção de calor forçada e natural.

Tipos de condições de contorno:

- Dirichlet;
- Neumann; e
- Robin.

Sistemas de coordenadas:

- cartesiano;
- cilíndrico; e
- esférico.

Variáveis independentes: até três direções coordenadas e o tempo.

Variáveis dependentes, também denominadas de primárias, de campo ou locais, obtidas da solução de equações diferenciais:

- temperatura;
- pressão; e
- até três componentes do vetor velocidade.

Variáveis secundárias, obtidas a partir das variáveis primárias por meio de operações matemáticas:

- velocidades e temperaturas médias;
- fluxos e taxas de transferência de calor nos contornos;
- fluxos de massa;

- tensões de cisalhamento; e
- forças nos contornos.

## 1.4 MODELOS NUMÉRICOS

Os três tipos de problemas mencionados na seção anterior, com suas condições de contorno, sistemas de coordenadas e variáveis de interesse são resolvidos através do método de volumes finitos, envolvendo:

- diversos tipos de aproximações numéricas;
- alguns métodos de solução de sistemas lineares; entre eles, Gauss-Seidel, TDMA, ADI e MSI.
- malhas uniformes e não-uniformes;
- formulações implícita, totalmente implícita e explícita no tempo.

## 1.5 ETAPAS PARA OBTER UMA SOLUÇÃO NUMÉRICA

A obtenção da solução numérica de um problema pode ser dividida em seis etapas:

### 1) **Definição do problema:**

- modelo matemático (equações, condições de contorno e iniciais);
- geometria do domínio de cálculo; e
- propriedades dos meios sólidos e fluidos envolvidos no problema.

### 2) **Definição do modelo numérico**, isto é, todos os métodos, esquemas e procedimentos específicos que são necessários para resolver numericamente o problema, incluindo:

- tipo de malha;
- método numérico;
- tipos de aproximações numéricas;
- variáveis de interesse;
- métodos de solução dos sistemas de equações algébricas;
- estimadores de erros numéricos;
- *hardware*;
- algoritmo do programa computacional; e
- *software*: linguagem de programação, precisão e compilador.

- 3) **Discretização do domínio de cálculo:** subdivide-se o domínio de cálculo em  $N$  volumes de controle. O conjunto de volumes de controle é denominado de malha.
- 4) **Discretização do modelo matemático:** os termos das equações que constituem o modelo matemático e suas condições de contorno e iniciais são aproximados numericamente. Isso é feito para cada volume de controle através de um método numérico, gerando um sistema de equações algébricas, também denominado de equações discretizadas.
- 5) **Obtenção da solução numérica:** as equações discretizadas são resolvidas com algum método (*solver*) direto ou iterativo para solução de sistemas de equações.
- 6) **Análise dos resultados:**
  - gráficos bi e tridimensionais;
  - isolinhas;
  - isorregiões;
  - isosuperfícies;
  - vetores; e
  - incertezas de modelagem e numérica.