MÉTODO TDMA (*TRIDIAGONAL MATRIX ALGORITHM*)

O método TDMA (*TriDiagonal Matrix Algorithm*) resolve de forma direta sistemas de equações algébricas cuja matriz de coeficientes é do tipo tridiagonal, isto é,

$$a_P T_P = a_w T_W + a_e T_E + b_P \tag{1}$$

O objetivo é obter uma solução direta do tipo

$$T_P = P_P T_E + Q_P \tag{2}$$

onde P_P e Q_P são coeficientes do método TDMA.

Reescrevendo a Eq. (2) para o nó *W*, tem-se

$$T_W = P_W T_P + Q_W \tag{3}$$

Com a Eq. (3) em (1), obtém-se

$$a_P T_P = a_w (P_W T_P + Q_W) + a_e T_E + b_P$$

ou

$$(a_P - a_w P_W)\, T_P = a_e T_E + b_P + a_w Q_W$$

Isolando-se T_P nesta última equação, chega-se a

$$T_P = \left[\frac{a_e}{a_P - a_w P_W} \right] T_E + \left[\frac{b_P + a_w Q_W}{a_P - a_w P_W} \right] \tag{4}$$

Comparando-se as Eqs. (2) e (4), é evidente que

$$P_P = \frac{a_e}{a_P - a_w P_W} \tag{5}$$

$$Q_P = \frac{b_P + a_w Q_W}{a_P - a_w P_W} \tag{6}$$

Os coeficientes P_P e Q_P, calculados com as Eqs. (5) e (6), são válidos somente para os nós P = 1 a N+1. Para o primeiro nó (P = 0), não existe o nó oeste (W), portanto o coeficiente $a_w = 0$ e, assim, as Eqs. (5) e (6) se reduzem a

$$P_0 = \frac{a_e}{a_P} \tag{7}$$

$$Q_0 = \frac{b_P}{a_P} \tag{8}$$

No caso do nó $P = N+1$, não existe o nó leste (E), portanto o coeficiente $a_e = 0$, com isso na Eq. (5), $P_{N+1} = 0$ e, assim, a Eq. (2) se reduz a

$$T_{N+1} = Q_{N+1} \tag{9}$$

Considerando-se que já tenham sido calculados os coeficientes e os termos fontes da Eq. (1), para todos os nós da malha (P = 0 a N+1), o algoritmo para aplicar o método TDMA é o seguinte:

1) Calcular P_0 e Q_0 com as Eqs. (7) e (8).
2) Usando um ciclo progressivo, calcular P_P e Q_P com as Eqs. (5) e (6) para os nós P = 1 a N+1.
3) Resolver T_{N+1} com a Eq. (9).
4) Usando um ciclo regressivo, resolver T_P com a Eq. (2) para $P = N$, N-1, N-2, ..., 3, 2, 1 e 0.