
INTRODUÇÃO À DINÂMICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL

O objetivo desta disciplina é ensinar a resolver numericamente problemas básicos de dinâmica dos fluidos através do método dos volumes finitos. Para tanto, mostra-se como aproximar numericamente os modelos matemáticos e algoritmos sugeridos para implementar programas computacionais. Um enfoque importante é dado à quantificação de erros numéricos para avaliar a confiabilidade dos resultados obtidos nas simulações. A assimilação da teoria é cobrada através da execução de diversos trabalhos práticos que envolvem o uso de programas computacionais implementados pelo professor e a implementação de programas computacionais pelos próprios alunos.

Neste capítulo introdutório, inicialmente são descritos brevemente os métodos de solução de problemas de engenharia: os métodos experimentais, analíticos e numéricos. Em seguida, é definida a área do conhecimento denominada de dinâmica dos fluidos computacional. São citados os tipos de problemas que são abordados nesta disciplina, os tipos de condições de contorno e de sistemas de coordenadas, e as diversas variáveis de interesse. São mencionados os tipos de modelos numéricos empregados e definidas as etapas principais para a obtenção de uma solução numérica.

1.1 MÉTODOS DE SOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE ENGENHARIA

Três tipos de métodos podem ser empregados na solução de um problema de engenharia: experimentais, analíticos e numéricos, conforme representado na Fig. 1.1. Cada um destes tipos de métodos apresenta vantagens e desvantagens sobre os demais dependendo do problema e dos recursos disponíveis para resolvê-lo. Discussões a respeito podem ser vistas nos textos de Ferziger e Peric (1999), Maliska (1995), Fortuna (2000), Versteeg e Malalasekera (1995), Patankar (1980) e Tannehill *et al.* (1997). Com base nestas referências, são apresentadas a seguir as características principais que distinguem cada tipo de método e fornecidos alguns exemplos.

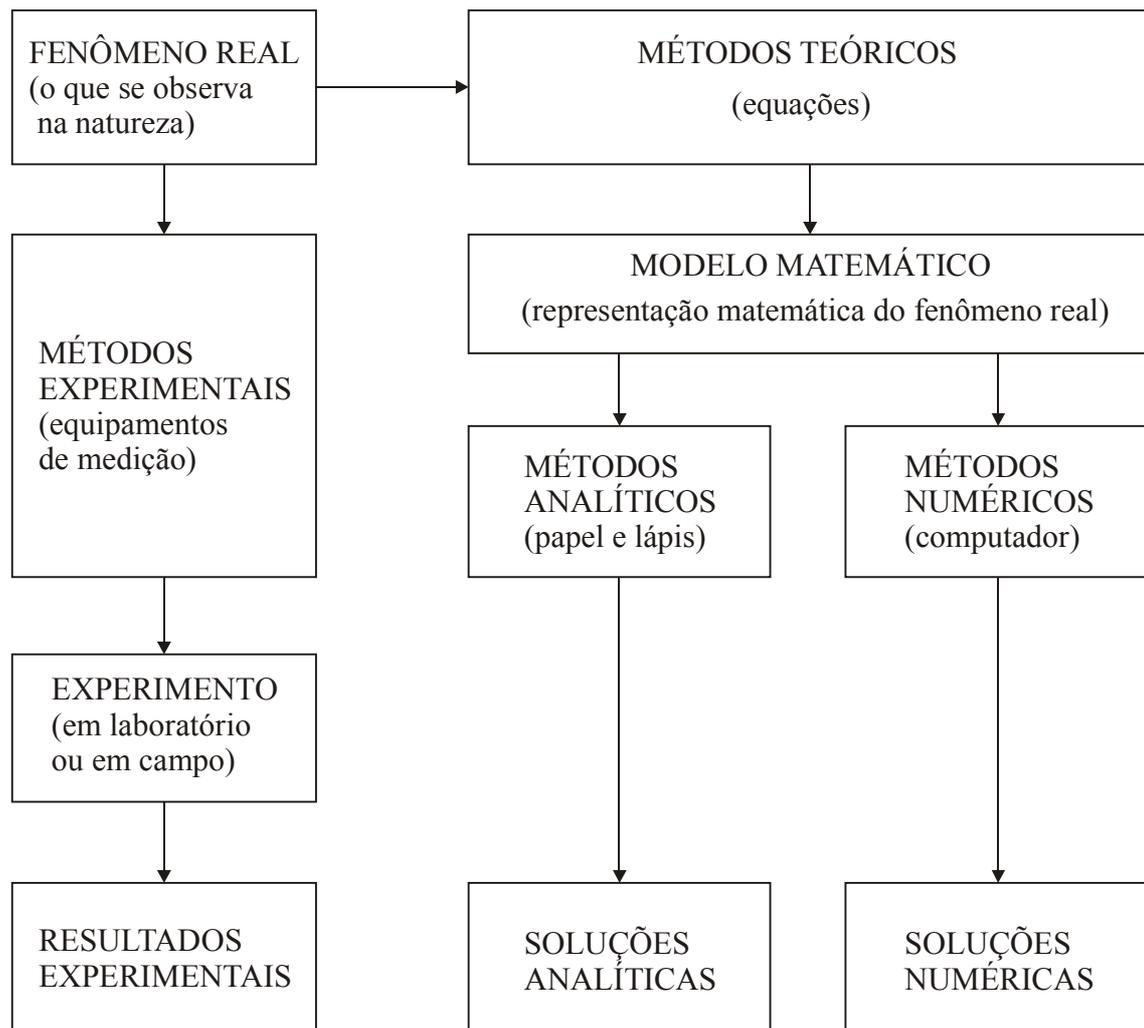


Figura 1.1 Métodos de solução de problemas de engenharia.

1.1.1 Métodos Experimentais

Os métodos experimentais, modernamente, tiveram início no século XVII com os trabalhos de Galileu Galilei sobre o movimento dos corpos. Suas características principais são:

- Trabalham com o fenômeno real; por exemplo, a determinação do arrasto e da sustentação de um avião voando em diversas velocidades.
- Cada problema é resolvido ou estudado com base num “experimento”, realizado em laboratório, com o uso de modelos em escala reduzida, como um avião em túnel de vento; ou em campo, em geral envolvendo problemas na escala real, como a evolução estelar com base em observações do Sol e de outras estrelas ou a circulação sanguínea no corpo humano.

- Empregam equipamentos de medição para medir o valor das grandezas de interesse, isto é, para obter os resultados experimentais, que podem ser globais, por exemplo, a força de arrasto sobre um avião, ou locais, como a velocidade do sangue dentro de uma artéria do corpo humano numa determinada posição.
- Apresentam erros experimentais.

1.1.2 Métodos Analíticos

Os métodos analíticos, modernamente, tiveram início também no século XVII com o livro *Principia* (1687) de Isaac Newton, que formulou suas três leis do movimento e realizou estudos sobre a gravitação e a luz. Suas características principais são:

- Trabalham com uma representação matemática do fenômeno real, isto é, com um modelo matemático. As equações de Navier-Stokes (Tannehill *et al.*, 1997) para o movimento de fluidos como o ar são um exemplo.
- As soluções analíticas, isto é, as soluções dos problemas, de forma bastante simplificada, são obtidas com o emprego de papel e lápis.
- As soluções analíticas são contínuas sobre o domínio de cálculo e em forma fechada, tanto para variáveis locais quanto globais.
- Aplicam-se a problemas com equações, geometrias e condições de contorno e iniciais muito simples, ou seja, os problemas que conseguem resolver são as exceções.
- Não se aplicam a problemas para os quais não existem modelos matemáticos.
- Apresentam erros de modelagem.

1.1.3 Métodos Numéricos

Alguns métodos numéricos usados em mecânica computacional são os métodos de diferenças finitas, volumes finitos, elementos finitos (Minkowycz *et al.*, 1988) e elementos de contorno. Roache (1998) considera que os métodos numéricos tiveram início com o trabalho de Richardson (1910), que resolveu, entre outras, a equação de Laplace bidimensional (Incropera e DeWitt, 1998) com o método de diferenças finitas antes da era do computador digital, empregando computadores humanos. Suas características principais são:

- Também trabalham com uma representação matemática do fenômeno real, isto é, com um modelo matemático. Novamente, as equações de Navier-Stokes para o movimento de fluidos como o ar são um exemplo.
- As soluções numéricas, isto é, as soluções dos problemas são obtidas com o emprego de computadores, tanto para variáveis locais quanto globais.

- As soluções numéricas são discretas, isto é, são obtidas em pontos específicos do domínio de cálculo.
- Aplicam-se a problemas com equações, geometrias e condições de contorno e iniciais mais gerais do que aqueles resolvidos através de métodos analíticos.
- Também não se aplicam a problemas para os quais não existem modelos matemáticos.
- Apresentam erros de modelagem e numéricos.

Os métodos analíticos e numéricos também são denominados de métodos teóricos (Maliska, 1995) porque ambos trabalham com modelos matemáticos. Aeschliman e Oberkampf (1998) é um exemplo de trabalho que trata da interação entre os métodos experimentais e numéricos para maximizar as vantagens de cada um na solução de problemas, isto é, para minimizar suas desvantagens e diminuir seus erros. Este tipo de interação entre métodos experimentais e numéricos também é empregado no aprimoramento e concepção de novos modelos matemáticos, como por exemplo, a modelagem da turbulência em escoamentos de fluidos. Os projetos de engenharia devem usar os métodos adequados, e na medida adequada, a cada problema.

1.2 DINÂMICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL (*CFD*)

Na área do conhecimento denominada *CFD*, trata-se da solução de problemas de dinâmica dos fluidos através de métodos numéricos. A **dinâmica dos fluidos** envolve a modelagem de fenômenos físico-químicos nas áreas de mecânica dos fluidos, transferência de calor e massa e combustão, entre outras, que são representados por modelos matemáticos (Oberkampf e Blottner, 1998). Estes modelos são resolvidos através de **métodos numéricos** que incluem, por exemplo, os métodos de **diferenças finitas**, **volumes finitos** e **elementos finitos** (Minkowycz *et al.*, 1988).

CFD é aplicado em projetos de engenharia, no entendimento da dinâmica dos fluidos, no desenvolvimento de novos modelos matemáticos e de simulação, em decisões políticas, etc (Rizzi e Vos, 1998). *CFD* também é aplicado em problemas multidisciplinares (Habashi *et al.*, 1998): escoamento e transferência de calor (transferência de calor conjugada); escoamento e estrutura (aeroelasticidade); escoamento e ruído (aeroacústica); escoamento e reações químicas (aerotermodinâmica); escoamento e acumulação de gelo sobre superfícies de sustentação (aerocongelamento); e aviões com invisibilidade a ondas eletromagnéticas (aeroeletromagnetismo).

1.3 MODELOS MATEMÁTICOS E VARIÁVEIS DE INTERESSE

Os modelos matemáticos que são abordados nesta disciplina representam problemas básicos de dinâmica dos fluidos. Eles incluem as seguintes características:

Tipos de problemas:

- Difusão de calor e de quantidade de movimento linear;
- Hidrodinâmica; e
- Convecção de calor forçada e natural.

Tipos de condições de contorno:

- Dirichlet;
- Neumann; e
- Robin.

Sistemas de coordenadas:

- cartesiano;
- cilíndrico; e
- esférico.

Variáveis independentes: até três direções coordenadas e o tempo.

Variáveis dependentes, também denominadas de primárias, de campo ou locais, obtidas da solução de equações diferenciais:

- temperatura;
- pressão; e
- até três componentes do vetor velocidade.

Variáveis secundárias, obtidas a partir das variáveis primárias por meio de operações matemáticas:

- velocidades e temperaturas médias;
- fluxos e taxas de transferência de calor nos contornos;
- fluxos de massa;

- tensões de cisalhamento; e
- forças nos contornos.

1.4 MODELOS NUMÉRICOS

Os três tipos de problemas mencionados na seção anterior, com suas condições de contorno, sistemas de coordenadas e variáveis de interesse são resolvidos através do método de volumes finitos, envolvendo:

- diversos tipos de aproximações numéricas;
- alguns métodos de solução de sistemas lineares; entre eles, Gauss-Seidel, TDMA, ADI e MSI.
- malhas uniformes e não-uniformes;
- formulações implícita, totalmente implícita e explícita no tempo.

1.5 ETAPAS PARA OBTER UMA SOLUÇÃO NUMÉRICA

A obtenção da solução numérica de um problema pode ser dividida em seis etapas:

1) **Definição do problema:**

- modelo matemático (equações, condições de contorno e iniciais);
- geometria do domínio de cálculo; e
- propriedades dos meios sólidos e fluidos envolvidos no problema.

2) **Definição do modelo numérico**, isto é, todos os métodos, esquemas e procedimentos específicos que são necessários para resolver numericamente o problema, incluindo:

- tipo de malha;
- método numérico;
- tipos de aproximações numéricas;
- variáveis de interesse;
- métodos de solução dos sistemas de equações algébricas;
- estimadores de erros numéricos;
- *hardware*;
- algoritmo do programa computacional; e
- *software*: linguagem de programação, precisão e compilador.

- 3) **Discretização do domínio de cálculo:** subdivide-se o domínio de cálculo em N volumes de controle. O conjunto de volumes de controle é denominado de malha.
- 4) **Discretização do modelo matemático:** os termos das equações que constituem o modelo matemático e suas condições de contorno e iniciais são aproximados numericamente. Isso é feito para cada volume de controle através de um método numérico, gerando um sistema de equações algébricas, também denominado de equações discretizadas.
- 5) **Obtenção da solução numérica:** as equações discretizadas são resolvidas com algum método (*solver*) direto ou iterativo para solução de sistemas de equações.
- 6) **Análise dos resultados:**
 - gráficos bi e tridimensionais;
 - isolinhas;
 - isorregiões;
 - isosuperfícies;
 - vetores; e
 - incertezas de modelagem e numérica.