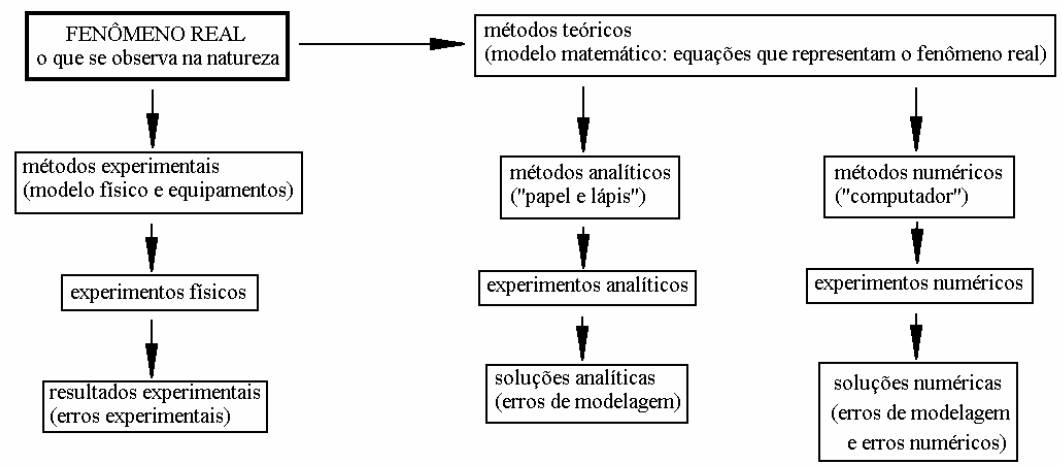
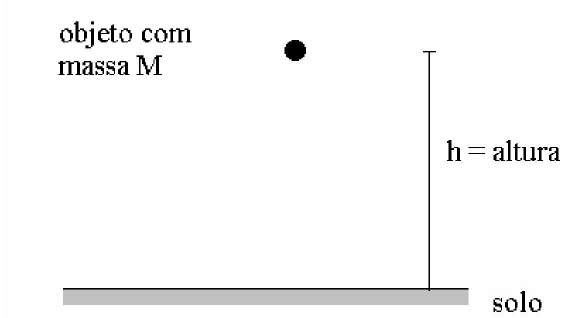
# 1. INTRODUÇÃO A CFD

## 1.1 Métodos de Solução de Problemas de Engenharia




**Exemplo de problema**: determinar o tempo (t) de queda de um objeto solto na vertical.




**Solução com o método experimental**:

1º - Fabricar o objeto (modelo físico).

2º - Realizar o experimento físico: soltar o objeto da altura **h** e medir **t** com um cronômetro (equipamento).

**Modelo matemático para os métodos teóricos**: $M\dfrac{d^2h}{dt^2} = P(peso) - D(arrasto)$

**Solução com método analítico** (sem considerar o arrasto):

$$M\frac{d^2h}{dt^2} = P(peso) \xrightarrow{solução} t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

onde g = 9,8 m/s$^2$ (aceleração gravitacional).

**<u>Solução com método numérico</u>**: usar, por exemplo, o método de Runge-Kutta.

## 1.2 CFD

CFD = *Computational Fluid Dynamics* (dinâmica dos fluidos computacional)

CFD é a área do conhecimento que trata da solução numérica de problemas envolvendo fluidos, com ou sem trocas de calor e reações químicas.

Principais métodos numéricos:
1º - volumes finitos
2º - diferenças finitas
3º - elementos finitos

## 1.3 Modelos Matemáticos nesta Disciplina

Tipos de problemas:
- condução de calor
- difusão de quantidade de momento linear (QML)
- convecção de calor
- escoamento de fluido

Problema mais simples: equação de Poisson para condução de calor 1Dp: $\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{\dot{q}}{k} = 0$

Problema mais complexo: equações de Burgers para escoamento 2Dp:

$$\text{QML}_x: \quad \frac{\partial}{\partial x}(u^2) + \frac{\partial}{\partial y}(vu) = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)$$

$$\text{QML}_y: \quad \frac{\partial}{\partial x}(uv) + \frac{\partial}{\partial y}(v^2) = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + \nu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)$$

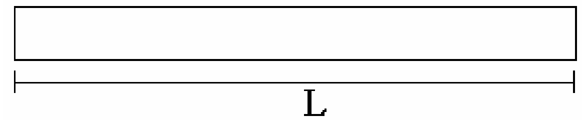
Tipos de condições de contorno (CC):
- Dirichlet
- Neumann
- Robin

Sistemas de coordenadas:
- cartesiano
- cilíndrico

## 1.4 Etapas para Obter Soluções Numéricas

1º - <u>definição do problema:</u>

- modelo matemático (equações, CC, CI): $\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{\dot{q}}{k} = 0 \quad T(0) = T(L) = 0$

- geometria do domínio de cálculo: 

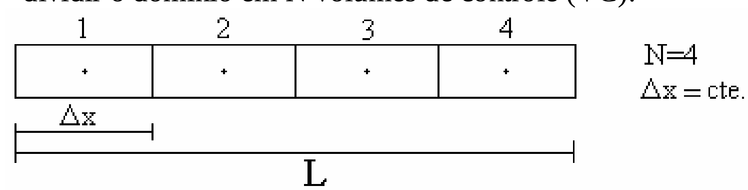

- propriedades (sólidos, fluidos): $[\dot{q}, k]$

- variáveis de interesse: $[q]$

2º - <u>definição do modelo numérico,</u> principalmente:
- tipo de malha [uniforme, 1D]
- método numérico [volumes finitos]
- tipo de aproximação numérica [linear]
- algoritmo
- solver [Gauss-Seidel]

3º - <u>geração da malha</u> (discretização do domínio de cálculo)

- dividir o domínio em N volumes de controle (VC):




Malha é o conjunto dos N volumes de controle (VC) com suas faces e nós.

4º - <u>discretização do modelo matemático:</u>

- realização de aproximações numéricas: $\left(\dfrac{d^2T}{dx^2}\right)_i \approx \dfrac{T_{i-1} + T_{i+1} - 2T_i}{\Delta x^2}$

obtendo um sistema de equações algébricas do tipo: $[A]_{NxN}[T]_{Nx1} = [B]_{Nx1}$

5º - <u>obtenção da solução numérica:</u>
O sistema de equações é resolvido através de um método direto ou iterativo, ou seja, $[T] = [A]^{-1}[B]$

6º - <u>análise e visualização dos resultados:</u>
- gráficos
- figuras