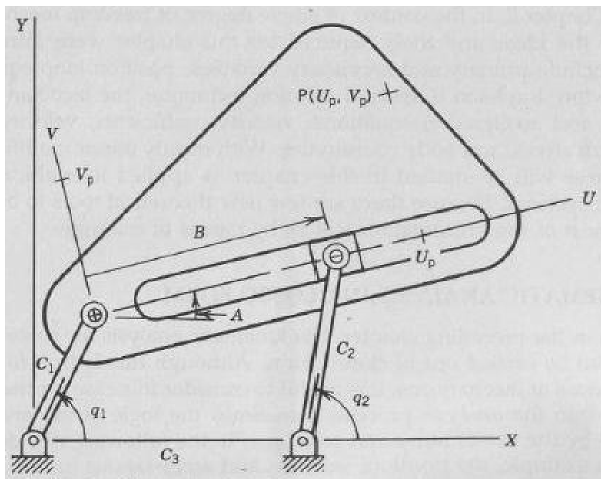
Dinâmica de Máquinas – Trabalho Intermediário 2

Questões conceituais e numéricas

Seja um mecanismo de quatro barras deslizante, tal como representado na figura abaixo. Na análise de aceleração desse mecanismo, cujas variáveis primárias são q_1 e q_2, dois caminhos podem ser seguidos. No primeiro, as matrizes de derivadas parciais de coeficientes de velocidade são obtidas por derivação direta da matriz de coeficientes de velocidade. No segundo, a partir de derivadas parciais de matrizes decorrentes das equações de velocidade do mecanismo, escritas em forma matricial. Com base nisso, resolver as questões listadas na sequência.



1) <u>Mostrar que</u>, como os coeficientes de velocidade formam um matriz dada por

$$[K]=\begin{bmatrix} K_{a1} & K_{a2} \\ K_{b1} & K_{b2} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -(C_1/B)\cos(q_1-A) & (C_2/B)\cos(A-q_2) \\ C_1\text{sen}(q_1-A) & C_2\text{sen}(A-q_2) \end{bmatrix},$$

<u>as matrizes de derivadas parciais de coeficientes de velocidade são dadas por</u>

$$[L_1]=\frac{\partial[K]}{\partial q_1}=\begin{bmatrix} \begin{matrix}[(C_1/B)(1-K_{a1})\text{sen}(q_1-A)\\ +(C_1/B^2)K_{b1}\cos(q_1-A)]\end{matrix} & \begin{matrix}-[(C_2/B)K_{a1}\text{sen}(A-q_2)\\ +(C_2/B^2)K_{b1}\cos(A-q_2)]\end{matrix} \\ \\ C_1(1-K_{a1})\cos(q_1-A) & C_2K_{a1}\cos(A-q_2) \end{bmatrix}$$

$$[L_2]=\frac{\partial[K]}{\partial q_2}=\begin{bmatrix} \begin{matrix}[-(C_1/B)K_{a2}\text{sen}(q_1-A)\\ +(C_1/B^2)K_{b2}\cos(q_1-A)]\end{matrix} & \begin{matrix}-[(C_2/B)(K_{a2}-1)\text{sen}(A-q_2)\\ +(C_2/B^2)K_{b2}\cos(A-q_2)]\end{matrix} \\ \\ -C_1K_{a2}\cos(q_1-A) & C_2(K_{a2}-1)\cos(A-q_2) \end{bmatrix}$$

2) <u>Mostrar que</u>, como as equações de velocidade em forma matricial são dadas por

$$\begin{bmatrix} -B\text{sen}A & \cos A \\ B\cos A & \text{sen}A \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \dot{A} \\ \dot{B} \end{Bmatrix}=\begin{bmatrix} C_1\text{sen}q_1 & -C_2\text{sen}q_2 \\ -C_1\cos q_1 & C_2\cos q_2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{Bmatrix}$$

ou

$$[J]\{\dot{S}\} = [B]\{\dot{q}\}$$

onde $[J]$ é a matriz Jacobiana, $\{\dot{S}\}$ é o vetor coluna de incógnitas (velocidades secundárias), $[B]$ é uma matriz retangular de coeficientes e $\{\dot{q}\}$ é o vetor coluna de velocidades primárias, <u>as derivadas parciais das matrizes $[J]$ e $[B]$, em relação às variáveis primárias, são dadas por</u>

$$\frac{\partial[J]}{\partial q_1} = \begin{bmatrix} -B\cos A & -\mathrm{sen}A \\ -B\mathrm{sen}A & \cos A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_{a1} & 0 \\ K_{b1} & K_{a1} \end{bmatrix}, \quad \frac{\partial[J]}{\partial q_2} = \begin{bmatrix} -B\cos A & -\mathrm{sen}A \\ -B\mathrm{sen}A & \cos A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_{a2} & 0 \\ K_{b2} & K_{a2} \end{bmatrix},$$

$$\frac{\partial[B]}{\partial q_1} = \begin{bmatrix} C_1 \cos q_1 & 0 \\ C_1 \,\mathrm{sen}\, q_1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \frac{\partial[B]}{\partial q_2} = \begin{bmatrix} 0 & -C_2 \cos q_2 \\ 0 & -C_2 \,\mathrm{sen}\, q_2 \end{bmatrix}$$

Com base nos resultados acima, tem-se (não é necessário mostrar!) que

$$[L_1] = \frac{\partial[K]}{\partial q_1} = [J]^{-1}\left(\frac{\partial[B]}{\partial q_1} - \frac{\partial[J]}{\partial q_1}[K]\right) \quad \text{e} \quad [L_2] = \frac{\partial[K]}{\partial q_2} = [J]^{-1}\left(\frac{\partial[B]}{\partial q_2} - \frac{\partial[J]}{\partial q_2}[K]\right)$$

3) Sendo $C_1 = 38{,}1$ mm, $C_2 = 55{,}9$ mm e $C_3 = 88{,}9$ mm, gerar em Matlab, para um giro completo sincronizado das manivelas, os gráficos das variáveis secundárias A e B, bem como de suas velocidades e acelerações. Empregar o método de Newton-Raphson na resolução numérica das equações de posição, com tolerância igual a $1\text{x}10^{-6}$. Considerar que as manivelas giram com velocidade angular constante, igual a 20 rpm.

Data de entrega: até 04/05/17, quinta-feira, às 9:30 horas.