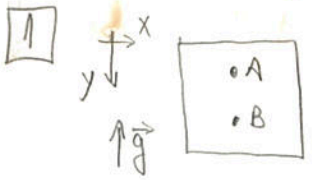
1



$\vec{g} = -g\hat{j} \rightarrow g_y = -g \therefore \vec{\nabla} p = \rho \vec{g} \rightarrow \frac{dp}{dy} = \rho g_y = -\rho g$

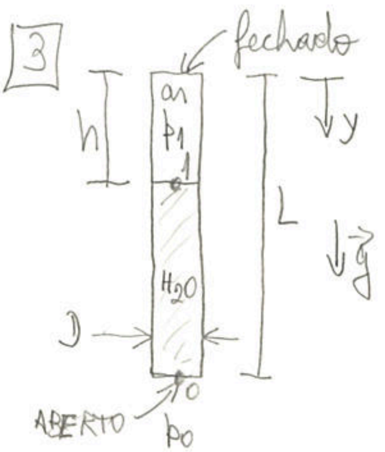
PARA ρ E g CONSTANTES: $\int_{p_A}^{p_B} dp = -\rho g \int_{y_A}^{y_B} dy$

$p_B - p_A = -\rho g (y_B - y_A) \rightarrow p_B = p_A - \rho g \Delta y$ COMO $\Delta y > 0 \Rightarrow \boxed{p_B < p_A}$

PORTANTO, A PRESSÃO NO PONTO A É MAIOR QUE NO PONTO B.
A PRESSÃO SEMPRE CRESCE NO SENTIDO DO VETOR GRAVIDADE.

2 COMO $p_A > p_B$, VAMOS ANALISAR ESTE CASO.
A EQUAÇÃO DA ESTÁTICA DOS FLUIDOS É $\vec{\nabla} p = \rho \vec{g}$ CUJO SIGNIFICADO É:
A VARIAÇÃO DA PRESSÃO É IGUAL AO PESO DO FLUIDO POR UNIDADE DE VOLUME.
PORTANTO, O FLUIDO NÃO SE MOVE DE A PARA B PORQUE O AUMENTO DE PRESSÃO É COMPENSADO PELO PESO DO FLUIDO. AS DUAS FORÇAS TÊM O MESMO MÓDULO MAS SENTIDOS CONTRÁRIOS, OU SEJA, A RESULTANTE DAS FORÇAS QUE ATUAM SOBRE O FLUIDO É NULA E, ASSIM, ELE NÃO SE MOVE.

3



$p_1 = ?$

$g = 9{,}8\,m/s^2$ $\quad \rho = 1000\,kg/m^3$

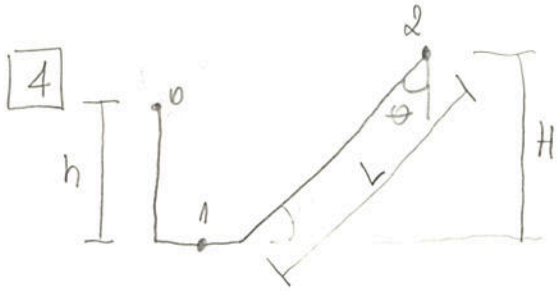
$L = 0{,}25\,m$ $\quad p_0 = 101{,}3\,kPa$

$h = 0{,}1\,m$ $\quad D = 3\,mm$

a] $p_1 = p_0 - \rho g (L - h) = 101{,}3 \times 10^3 - 1470 \cong 99{,}8\,kPa$ //

b] COMO p INDEPENDE DA ÁREA DA SEÇÃO TRANSVERSAL DO CANUDINH
OU DE SEU DIÂMETRO, PARA $D = 5\,mm \rightarrow p_1 \cong 99{,}8\,kPa$ (MESMO
VALOR

4



$p_2 = ?$ $\qquad h = 8\ cm \qquad p_0 = 101{,}3\ kPa \qquad \theta = \cancel{?}\,25$

$D = 3\ mm \qquad g = 9{,}8\ m/s^2$

$L = 25\ cm \qquad \rho = 10^3\ kg/m^3$

$H = L\cos\theta$

$$p_2 = p_0 + \rho g h - \rho g H = p_0 + \rho g h - \rho g L \cos\theta = 101{,}3\times10^3 + 784 - \overset{2366}{2220}$$

a] $\cancel{p_2 \cong 101{,}0\ kPa}$ $\quad \cancel{99{,}8\ kPa}$ $\quad p_2 \cong 99{,}9\ kPa$

b] p_2 INDEPENDE DO DIÂMETRO DO CANUDINHO, PORTANTO, PARA $D = 4\ mm$, p_2 SERÁ O MESMO: $p_2 \cong 99{,}9\ kPa$ //

EXERCÍCIOS CAP. 2 (2) $\qquad$ 29 Mar 95

5 $\quad E_v = \dfrac{dp}{d\rho/\rho} = 2{,}24\times10^9\ Pa \qquad p_0 = 101{,}3\ kPa \Rightarrow \rho_0 = 10^3\ kg/m^3$

$$E_v \frac{d\rho}{\rho} = dp \quad \therefore \quad E_v \int_{\rho_0}^{\rho} \frac{d\rho}{\rho} = \int_{p_0}^{p} dp \quad \therefore \quad E_v \ln\rho \Big|_{\rho_0}^{\rho} = p \Big|_{p_0}^{p} \quad \therefore \quad E_v(\ln\rho - \ln\rho_0) = p - p_0$$

$$E_v \ln\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right) = p - p_0 \quad \text{ou} \quad \ln\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right) = \frac{p - p_0}{E_v} \Rightarrow \boxed{\rho = \rho_0\, e^{(p-p_0)/E_v}}$$

p/p_0	9,9	99	990	9900	
ρ/ρ_0	1,00040	1,0044	1,046	1,56	
p [Pa]	10^6	10^7	10^8	10^9	
$\uparrow\rho$ [%]	0,04	0,44	4,6	56	

$\boxed{6}$ $g = g_0 \left(\frac{R}{R+h}\right)^2 \therefore$ $g_0 = 9{,}807\, m/s^2$ $h_0 = 0\, m$ $R = 6{,}476 \times 10^6\, m$ $\rho_0 = 10^3\, kg/m^3$ $h = -10^4\, m$ $p_0 = 101{,}3\, kPa$

a] $p = p(\rho_0, g, h)$ $y = -h$

$dp = \rho g\, dy$ $\int_{p_0}^{p} dp = -\rho_0 g_0 \int_0^h \left(\frac{R}{R+h}\right)^2 dh \therefore$ $z = R+h \therefore dz = dh$

$p - p_0 = -\rho_0 g_0 R^2 \int_R^{R+h} \frac{dz}{z^2} = \frac{-\rho_0 g_0 R^2}{(-1)\, z}\Bigg|_R^{R+h} = \rho_0 g_0 R^2 \left[\frac{1}{(R+h)} - \frac{1}{R}\right] = \rho_0 g_0 R^2 \left[\frac{-h}{R(R+h)}\right.$

$\boxed{p = p_0 - \frac{\rho_0 g_0 R h}{(R+h)}}$ $\longrightarrow$ $p = 101{,}3 \times 10^3 + 9{,}822 \times 10^7 = 9{,}832 \times 10^7\, Pa$ //

$\updownarrow$ 0,15%

PARA $g = \text{CONSTANTE} = g_0$ e $\rho_0 \Rightarrow p = p_0 + \rho_0 g_0 |h| = 101{,}3 \times 10^3 + 9{,}807 \times 10^7 = 9{,}817 \times 10$

$\rightarrow$ CONCLUSÃO: EFEITO DE g É MUITO PEQUENO.

b] $p = p(\rho, g, h)$ ONDE $\rho = \rho_0\, e^{(p-p_0)/E_v}$ E $E_v = 2{,}24 \times 10^9\, Pa$

$dp = \rho g\, dy \therefore y = -h \therefore \int_{p_0}^{p} dp = -\int_0^h \rho_0\, e^{(p-p_0)/E_v} g_0 \left(\frac{R}{R+h}\right)^2 dh$

$$\int_{p_0}^{p} \frac{dp}{e^{(p-p_0)/E_v}} = -\rho_0 g_0 R^2 \int_0^h \frac{dh}{(R+h)^2} \qquad w = p - p_0 \quad dw = dp \qquad z = R + h \quad dz = dh$$

$$\int_0^{p-p_0} e^{-w/E_v}\, dw = -\rho_0 g_0 R^2 \int_R^{R+h} \frac{dz}{z^2} \quad \therefore \quad -E_v e^{-w/E_v} \Big|_0^{p-p_0} = -\frac{\rho_0 g_0 R^2}{(-1)\, z} \Big|_R^{R+h}$$

$$-E_v \left[e^{-(p-p_0)/E_v} - e^0 \right] = \rho_0 g_0 R^2 \left[\frac{1}{(R+h)} - \frac{1}{R} \right]$$

$$-E_v \left[e^{(p_0-p)/E_v} - 1 \right] = \rho_0 g_0 R^2 \left[\frac{-h}{R(R+h)} \right] \quad \therefore \quad e^{(p_0-p)/E_v} = 1 + \frac{\rho_0 g_0 R h}{E_v (R+h)}$$

$$\frac{p_0 - p}{E_v} = \ln \left[1 + \frac{\rho_0 g_0 R h}{E_v (R+h)} \right] \Rightarrow \boxed{p = p_0 - E_v \ln \left[1 + \frac{\rho_0 g_0 R h}{E_v (R+h)} \right]}$$

$\rightarrow \quad p = 101{,}3 \times 10^3 + 1{,}004 \times 10^8 = 1{,}005 \times 10^8 \ Pa$ //

EM RELAÇÃO A ρ E g CONSTANTES, VARIAÇÃO DE 2,4%.

CONCLUSÃO: ρ E g PODEM SER CONSIDERADOS CONSTANTES NAS APLICAÇÕES COMUNS DA ENGENHARIA.

7 CILINDRO: $D = 5\ cm$; $L = 20\ cm$

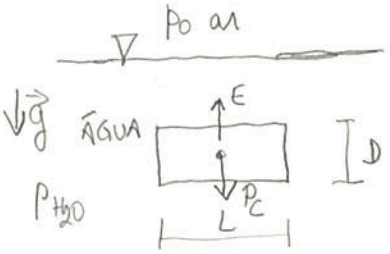
PESO DENTRO DA ÁGUA: $P_{H_2O} = 6{,}540\ N$

PESO FORA DA ÁGUA: $P_C = ?$

ρ " " " : $\rho_C = ?$

$g = 9{,}8\ m/s^2$

$\rho_{H_2O} = 10^3\ kg/m^3$



$$P_C - E = P_{H_2O}$$

$$P_C = P_{H_2O} + E$$

$$E = \rho_{H_2O} V_C\, g$$

$$V_C = \frac{\pi D^2}{4} L$$

$$\boxed{P_C = P_{H_2O} + \rho_{H_2O} \frac{\pi D^2}{4} L\, g}$$

$$P_C = 6{,}540 + 3{,}848$$

$$P_C = 10{,}39\ N$$

$$P_C = m_C\, g$$

$$m_C = \rho_C V_C$$

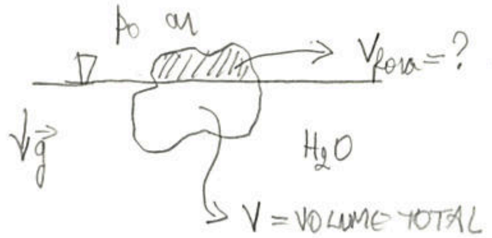
$$P_C = \rho_C \frac{\pi D^2}{4} L\, g$$

$$\boxed{\rho_C = \frac{4 P_C}{\pi D^2 L\, g}}$$

$$\rho_C = 2700\ kg/m^3$$

ALUMÍNIO

8 $d_{gelo} = 0{,}92$



$V_{fora} = ?$ (VOLUME FORA DA ÁGUA) %

$g = 9{,}8\ m/s^2$

$\rho_{H_2O} = 10^3\ kg/m^3$

$\rho_{gelo} = d_{gelo}\ \rho_{H_2O}$

$P = E$

$P = \rho_{gelo} V g$

$P = d_{gelo} \rho_{H_2O} V g$

$E = (V - V_{fora}) \rho_{H_2O}\, g$

$d_{gelo} \cancel{\rho_{H_2O}} V \cancel{g} = (V - V_{fora}) \cancel{\rho_{H_2O}}\, \cancel{g}$

$d_{gelo} = 1 - \dfrac{V_{fora}}{V}$

$$\boxed{\left(\frac{V_{fora}}{V}\right) = 1 - d_{gelo}}$$

$\left(\dfrac{V_{fora}}{V}\right) = 0{,}08$ ou 8%

9 $m_e = 300\ kg$ (MASSA DA ESTRUTURA)

$T_b = 100°C$ (T ar dentro do balão)

$V_b = ?$ (VOLUME DO BALÃO)

$\rho_{ar} = 1{,}2\ kg/m^3$ (AR FORA DO BALÃO)

$g = 9{,}8\ m/s^2$

$p = 101{,}3\ kPa$ (p DENTRO E FORA DO BALÃO)

$P = E$

$P = (m_b + m_e) g$

m_b = MASSA DO AR DENTRO DO BALÃO

$m_b = \rho_b V_b$

$P = (\rho_b V_b + m_e) g$

$E = \rho_{ar} V_b\, g$

$p = \rho_b R T_b$

$R = 287\ J/kg.K$

$\rho_b = \dfrac{p}{R T_b}$

$\rho_b = 0{,}946\ kg/m^3$

$(\rho_b V_b + m_e) \cancel{g} = \rho_{ar} V_b \cancel{g}$

$(\rho_{ar} - \rho_b) V_b = m_e$

$$\boxed{V_b = \frac{m_e}{\rho_{ar} - \rho_b}}$$

$V_b = 1180\ m^3$ //

$R_b \cong 6{,}6\ m$

$\boxed{10}$ a] $T_b = 110°C \rightarrow$ ACELERAÇÃO : $a_y = ?$

b] $T_b = 95°C \rightarrow$ "

$m_t = m_e + m_b$

$E - P = m_t a_y$

$$\boxed{a_y = \frac{E-P}{m_t}}$$

$E = 13900\ N$

$\underline{T_b = 110°C} \rightarrow \rho_b = 0,922\ kg/m^3$

$\rightarrow m_b = 1090\ kg$

$m_t = 1390\ kg \rightarrow P = 13600\ N$

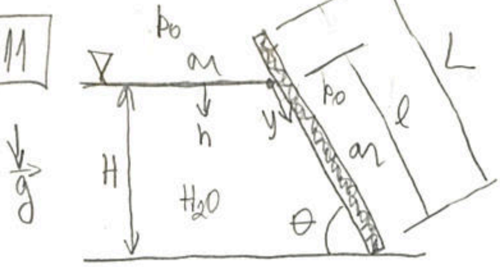
$a_y|_{110°C} = 0,22\ m/s^2$ //

$\underline{T_b = 95°C} \rightarrow \rho_b = 0,959\ kg/m^3$

$\rightarrow m_b = 1130\ kg \rightarrow m_t = 1430\ kg$

$\rightarrow P = 14000\ N \rightarrow a_y|_{95°C} = -0,07\ m/s^2$ //

$\boxed{11}$



$H = ?$ (PARA COMPORTA MANTER-SE IMÓVEL)

$M = 2000$ kg (COMPORTA)

$W = 8$ m

$L = 6{,}16$ m

$\theta = 30°$

$\rho = 10^3$ kg/m^3

$g = 9{,}8$ m/s^2

$$H = \ell \operatorname{sen}\theta \quad \therefore \quad \ell = \frac{H}{\operatorname{sen}\theta}$$

$$F_R = \int p\,dA \quad \therefore \quad p = \rho g h = \rho g y \operatorname{sen}\theta \quad \therefore \quad dA = W\,dy$$

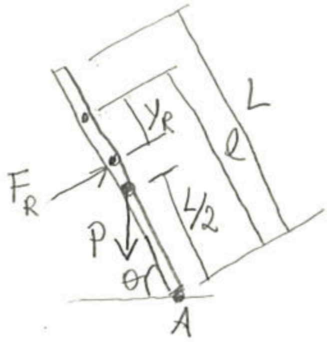
$$F_R = \int_0^\ell \rho g y \operatorname{sen}\theta\, W\,dy = \rho g W \operatorname{sen}\theta \int_0^\ell y\,dy = \rho g W \operatorname{sen}\theta \frac{\ell^2}{2} = \rho g \frac{W}{2} \frac{H^2}{\operatorname{sen}\theta}$$

$$Y_R F_R = \int y\,dF = \int y\,p\,dA = \int y \rho g y \operatorname{sen}\theta\, W\,dy = \rho g W \operatorname{sen}\theta \int_0^\ell y^2\,dy$$

$$Y_R F_R = \rho g W \operatorname{sen}\theta \frac{\ell^3}{3} = \rho g \frac{W H^3}{3 \operatorname{sen}^2\theta} \quad \therefore \quad Y_R \rho g \frac{W}{2} \frac{\cancel{H^2}}{\operatorname{sen}\theta} = \rho g W \frac{H^{\cancel{3}}}{3 \operatorname{sen}^2\theta}$$

$$Y_R = \frac{2}{3} \frac{H}{\operatorname{sen}\theta}$$

$$P = M g$$



$$\sum M_A = 0$$

$$\frac{L}{2} \cos\theta\, P = (\ell - Y_R) F_R$$

$$\frac{L}{2} \cos\theta\, M \cancel{g} = \left(\frac{H}{\operatorname{sen}\theta} - \frac{2H}{3\operatorname{sen}\theta}\right) \rho \cancel{g} \frac{W}{2} \frac{H^2}{\operatorname{sen}\theta} \quad \therefore \quad \rho \frac{W}{3} \frac{H^3}{\operatorname{sen}^2\theta} = L \cos\theta\, M$$

$$\boxed{H = \left(\frac{3 L M \cos\theta \operatorname{sen}^2\theta}{\rho W}\right)^{1/3}} \longrightarrow H \cong 1\,\text{m}$$