

TM 227 - Estática

Emílio Eiji Kavamura, MSc

Departamento de Engenharia Mecânica
UFPR

TM-227, 2012



TÓPICOS

Regras da disciplina

Avaliação

Em sala de aula

Comunicação

Introdução

Considerações Gerais

Estática

Vetores

Operações e Propriedades

Soma

Multiplicação

Soma de vários vetores

Decomposição de vetores

Componentes cartesianos

Vetores 2D

Vetores 3D

Produtos de Vetores

Introdução à Mecânica

Valor da avaliação

1. Avaliações:

- ▶ 2 Provas Teóricas (P_1 e P_2);
- ▶ Exame Final (E_F);

2. Para fazer o exame final: Média $= \frac{P_1+P_2}{2} \geq 4.0$

APROVAÇÃO

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Média} = \frac{P_1+P_2}{2} \geq 7.0 \\ \text{Média} + \frac{E_F}{2} \geq 5.0 \end{array} \right.$$

Durante a avaliação

1. Consultas permitidas:

- ▶ formulários/resumos, se necessários, serão disponibilizados juntamente a cada avaliação; ou
- ▶ serão liberados para consulta, com aviso prévio aos discentes.

2. Não permitido saída para banheiro quando da execução das avaliações;

3. Interpretação da prova por conta de cada aluno, não sendo permitida perguntas durante o desenvolvimento da prova (exceção 15 min iniciais da prova);

Correção e revisão da avaliação

1. Revisão prova: horários de permanência específicos e/ou aulas específicas de exercícios;
2. Revisão prova FINAL: data e horário comum a ser divulgado oportunamente;
3. Correção das provas: conforme gabarito padrão de cada questão. Não serão consideradas "notas adicionais" por raciocínio;

Perda da avaliação

1. 2ª Chamada: via protocolo em data definida no calendário da Universidade;
2. Conteúdo da prova = conteúdo semestral;

Durante a aula

1. Presença: chamada efetuada (via planilha eletrônica) ao final ou ao início de cada aula;
2. Alunos deverão, OBRIGATORIAMENTE, assistir as aulas em sua turma matriculada.
Não serão computadas presenças fora deste contexto;
3. Celular em sala: DESLIGADO!!!

Comunicação com o professor

1. E-mail contato: [eek.demec.ufpr@ hotmail.com](mailto:eek.demec.ufpr@hotmail.com)
com subject/assunto:
 - ▶ Estatica II: [assunto]
2. Avisos gerais: via ftp.

CALENDÁRIO

Estática

aula	Assunto	Data	dia
1	Princípios gerais e Vetores força	23-out	3ª
4	Equilíbrio de um ponto material	1-nov	5ª
7	Sistemas de forças	13-nov	3ª
10	Equilíbrio dos corpos	22-nov	5ª
13	Análise estrutural	4-dez	3ª
17	Forças internas	13-dez	5ª
16	Forças internas	20-dez	5ª
		25-dez	3ª
		27-dez	5ª
19	P1	22-jan	3ª
20	Vistas à prova	24-jan	5ª
21	Atrito	29-jan	3ª
22	Atrito	31-jan	5ª
23	Atrito	5-fev	3ª
24	Centro de gravidade e centróide	7-fev	5ª

TÓPICOS

Regras da disciplina

Avaliação

Em sala de aula

Comunicação

Introdução

Considerações Gerais

Estática

Vetores

Operações e Propriedades

Soma

Multiplicação

Soma de vários vetores

Decomposição de vetores

Componentes cartesianos

Vetores 2D

Vetores 3D

Produtos de Vetores

Introdução à Mecânica

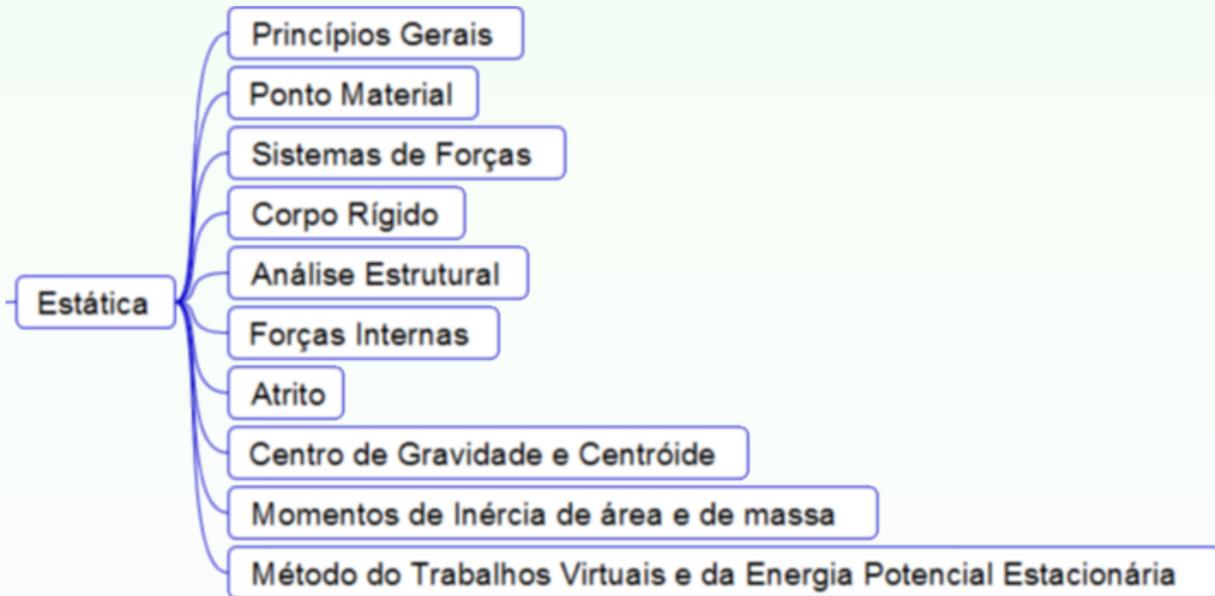
Introdução à Mecânica

MECÂNICA

Ciência que descreve e prediz as condições de repouso ou movimento dos corpos sob a ação de forças.



Introdução à Mecânica



Requisitos necessários

Para o estudo é necessário alguns conceitos fundamentais:

- ▶ Noções de Geometria Analítica e Álgebra Linear.
- ▶ Leis de Newton:
 1. se $\vec{R} = \vec{0}$ então o corpo está em repouso ou em MRU (lei da inércia);
 2. se $\vec{R} \neq \vec{0}$ então $\vec{R} = m\vec{a}$;
 3. na interação entre dois ou mais corpos a toda ação corresponde a uma reação, que são forças de mesma intensidade, direção e sentidos opostos;

Conceitos Fundamentais - 1

Comprimento Variação de posição

Tempo Medida de uma sucessão de eventos

Massa Medida da inércia de um corpo

Força Ação mecânica de um corpo sobre outro

Conceitos Fundamentais - 2

Ponto material “corpo” de dimensões desprezíveis

Corpo rígido Conjunto de partículas continuamente distribuídas cujas distâncias relativas são invariáveis

Força concentrada Força distribuída sobre uma área “desprezível”

Lei gravitacional de Newton $F = \frac{G m_1 m_2}{r^2}$

Força peso $W = \frac{G M_T m}{r^2} = m \underbrace{\frac{G M_T}{r^2}}_g = m g$

Conceitos Fundamentais - 3

Grandeza		MKS	FPS
posição	[L]	m	ft
massa	[M]	kg	slug
tempo	[T]	s	s
força	[F]	N	lb

- ▶ $1 \text{ ft} = 12'$ (polegadas)
- ▶ $[F] = \frac{[M][L]}{[T]^2}$

Conceitos Fundamentais - 4

Aceleração da gravidade:

Grandeza	MKS	FPS
$ \vec{g} $	9.815 m/s ²	32.2 ft/s ²

Fatores de Conversão

Grandeza	MKS	FPS
posição	0.3048m	1 ft
massa	14.5938kg	1 slug
força	4.4432 N	1 lb

Conceitos Fundamentais - ORDEM DE GRANDEZA

Estimativas em potência de 10. Fator de decisão $\sqrt{10} \approx 3,16$ ■

Exemplo

Para $N \cdot 10^n$, logo se

$$\begin{cases} N > 3,16 \rightarrow \text{ordem de grandeza} = 10^{n+1} \\ N \leq 3,16 \rightarrow \text{ordem de grandeza} = 10^n \end{cases}$$



Conceitos Fundamentais - ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS

Exemplo

Exemplos de números e seus algarismos significativos

Número	Algarismos significativos
1,00327	6
0,01045	4
10,000	5
0,001	1

- ▶ Adição e subtração (vale sempre a menor precisão) ■

Exemplo

$$\begin{array}{r} 0,304 \\ 0,74 \quad + \\ 1,044 \quad = \\ \hline \end{array}$$

→ Algarismo sem
sigifcância



- Critério da multiplicação e divisão (vale o menor número de algarismos significativos) ■

Exemplo

$$\begin{array}{r} 0,304 \\ \times 0,74 \\ \hline 1216 \\ 2128 \\ \hline 0,22496 \end{array}$$

0,2
↓
Primeiro algarismo
insignificante

$$\begin{array}{r} 0,304 \\ \times 0,744 \\ \hline 1216 \\ 1216 \\ \hline 2128 \\ \hline 0,226176 \end{array}$$

0,226
↓
Primeiro algarismo
insignificante

■

- Critério da multiplicação e divisão (vale o menor número de algarismos significativos) ■

Exemplo

$$\begin{array}{r}
 1 \ 1 \ 2 \\
 1 \ 0 \ 0 \\
 1 \ 2 \ 0 \\
 1 \ 0 \ 0 \\
 \hline
 2 \ 0 \ 0 \\
 2 \ 0 \ 0 \\
 0 \ 0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 5 \ 0 \\
 2,2 \ 4 \\
 \downarrow \\
 \text{Primeiro algarismo insignificante}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 3 \ 2 \ 0 \ 0 \\
 3 \ 1 \ 5 \ 0 \\
 5 \ 0 \ 0 \ 0 \\
 \hline
 0,0 \ 6 \ 0 \ 9 \\
 \downarrow \\
 \text{Primeiro algarismo insignificante}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 5 \ 2 \ 5 \\
 0,0 \ 6 \ 0 \ 9 \\
 \downarrow \\
 \text{Primeiro algarismo insignificante}
 \end{array}$$



TÓPICOS

Regras da disciplina

Avaliação

Em sala de aula

Comunicação

Introdução

Considerações Gerais

Estática

Vetores

Operações e Propriedades

Soma

Multiplicação

Soma de vários vetores

Decomposição de vetores

Componentes cartesianos

Vetores 2D

Vetores 3D

Produtos de Vetores

Introdução à Mecânica

Forças

- ▶ Forças no plano: são forças que estão contidas em algum plano (representação 2D);
- ▶ Representado por vetores;
- ▶ As forças são definidas pela ação de um corpo sobre outro;
 - ▶ por contato;
 - ▶ por campo.
- ▶ A unidade da força é
 - ▶ no sistema internacional (SI) é em newtons (N);
 - ▶ No sistema britânico é em libras (lb);

TÓPICOS

Regras da disciplina

Avaliação

Em sala de aula

Comunicação

Introdução

Considerações Gerais

Estática

Vetores

Operações e Propriedades

Soma

Multiplicação

Soma de vários vetores

Decomposição de vetores

Componentes cartesianos

Vetores 2D

Vetores 3D

Produtos de Vetores

Introdução à Mecânica

Vetores - definição

- ▶ Cálc. Vet. Segmento de reta orientado.
- ▶ Cálc. Vet. Conjunto de n quantidades que dependem de um sistema de coordenadas n -dimensionais e que se transforma segundo leis bem determinadas quando se muda o sistema.

(Dicionário Aurélio Século XXI)

Representação gráfica e analítica de vetor

Representação de um vetor



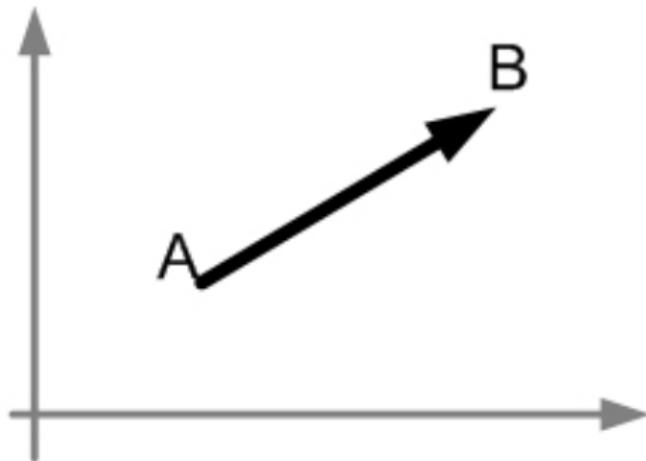
Representação gráfica e analítica de vetor

Representação de um vetor: \vec{AB}



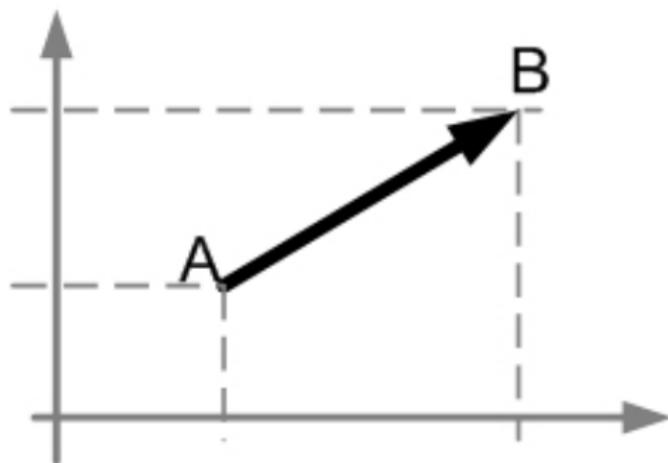
Representação gráfica e analítica de vetor

Sistema de coordenadas



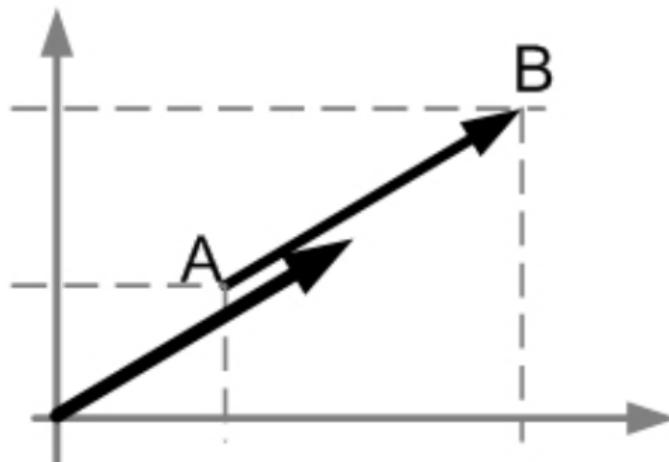
Representação gráfica e analítica de vetor

Coordenadas das extremidades do vetor: $A = (a_x, a_y)$ e $B = (b_x, b_y)$



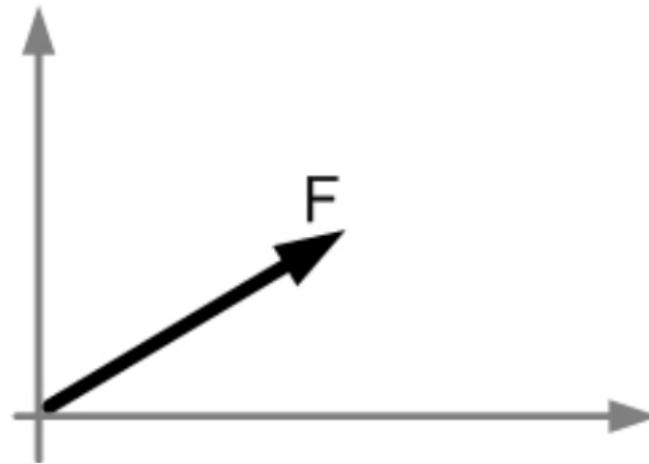
Representação gráfica e analítica de vetor

Origem do vetor \Rightarrow Origem do sistema de coordenadas



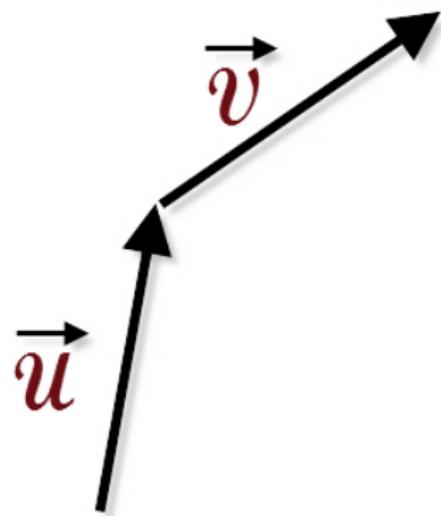
Representação gráfica e analítica de vetor

Coordenadas da extremidade do vetor: $\mathbf{F} = \mathbf{B} - \mathbf{A} = (b_x - a_x, b_y - a_y)$

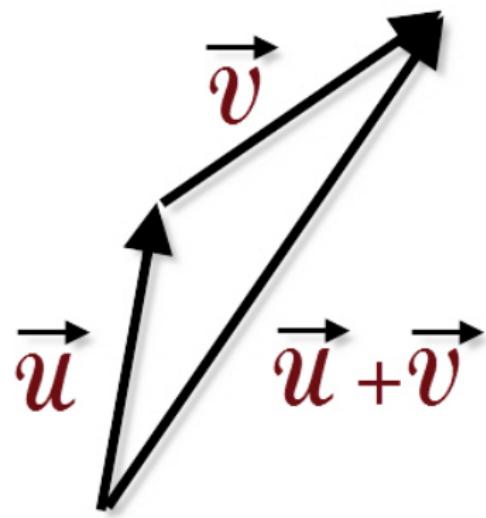


$$\vec{v} = \mathbf{F}$$

Soma 1

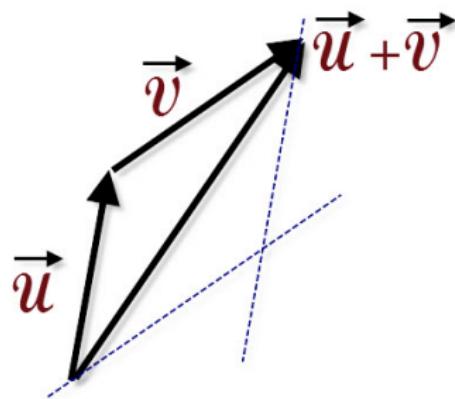
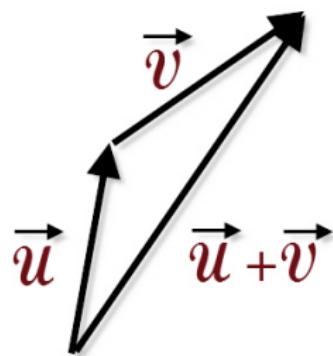


Soma 1



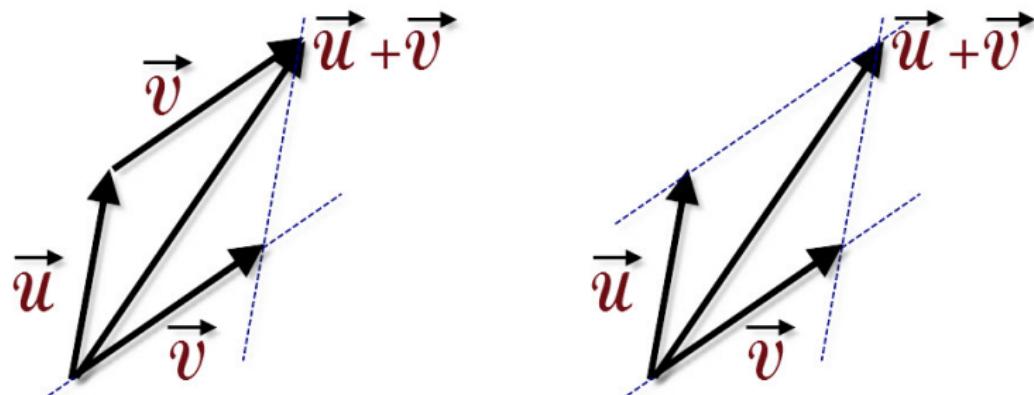
Soma 2

Lei do paralelogramo para adição de vetores



Soma 2

Lei do paralelogramo para adição de vetores



Propriedades da soma

Sejam \vec{u} , \vec{v} e \vec{w} três vetores quaisquer, então as seguintes propriedades são válidas:

- ▶ Comutativa: $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$
- ▶ Associativa: $(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})$
- ▶ Elemento Neutro: $\vec{u} + \vec{o} = \vec{u}$
- ▶ Elemento Oposto: $\vec{u} + (-\vec{u}) = \vec{o}$

\vec{o} é o vetor nulo.

$-\vec{u}$ é o vetor oposto de \vec{u} .

Multiplicação

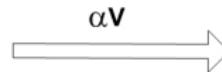
Sejam \vec{v} um vetor qualquer e $\alpha \in \mathbb{R}$ qualquer, então a multiplicação $\alpha\vec{v}$ é separado em dois casos:

- ▶ $\alpha < 0$ ou $\alpha > 0$
- ▶ $|\alpha| < 1$ ou $|\alpha| > 1$

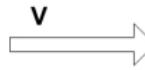
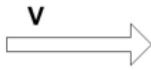
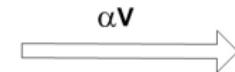
$(\alpha < 0 \text{ ou } \alpha > 0)$ e $(|\alpha| > 1 \text{ ou } |\alpha| < 1)$



$$\alpha > 0$$



$$\alpha > 0$$



$$|\alpha| > 1$$



$$|\alpha| > 1$$

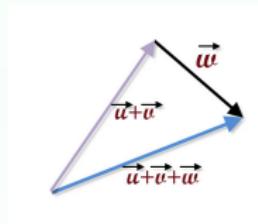
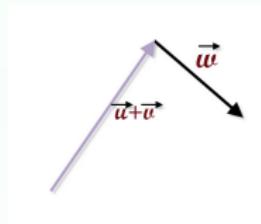
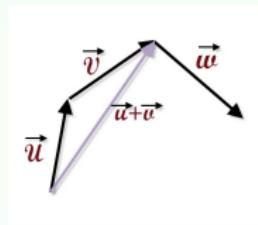
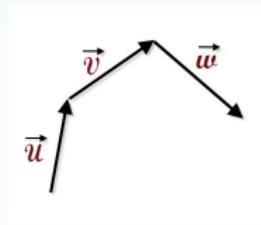


Propriedades da multiplicação

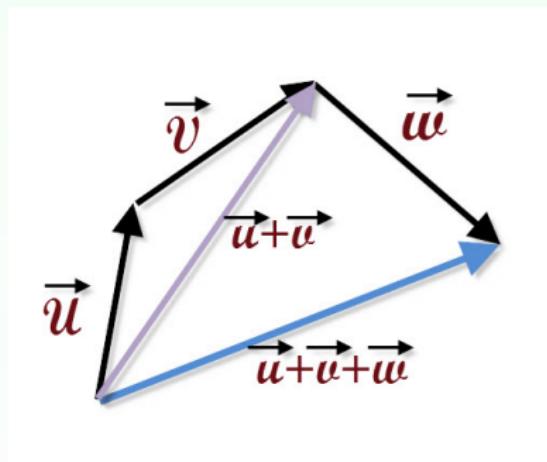
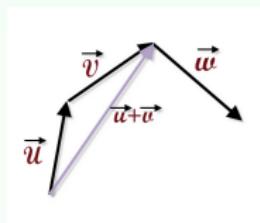
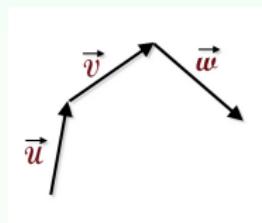
Sejam \vec{u} , \vec{v} e \vec{w} três vetores quaisquer, e α e β dois números reais quaisquer, então as seguintes propriedades são válidas:

- ▶ Associativa pelo escalar: $\alpha(\beta\vec{u}) = (\alpha\beta)\vec{u}$
- ▶ Distributiva pela esquerda: $(\alpha + \beta)\vec{u} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{u}$
- ▶ Distributiva pela direita: $\alpha(\vec{u} + \vec{v}) = \alpha\vec{u} + \alpha\vec{v}$
- ▶ Elemento Neutro: $1\vec{u} = \vec{u}$

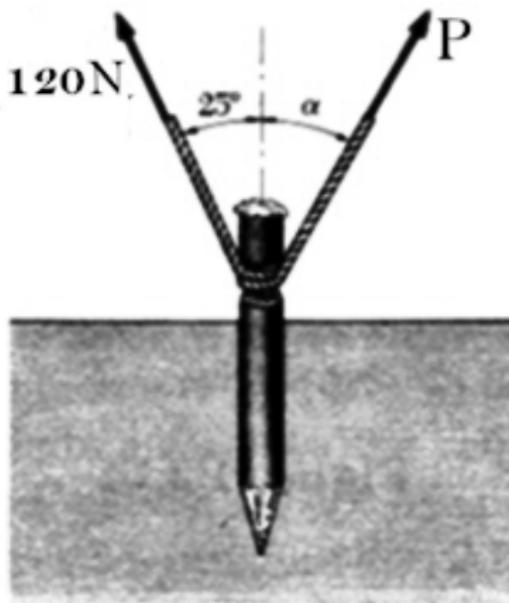
Soma de várias vetores



Soma de várias vetores



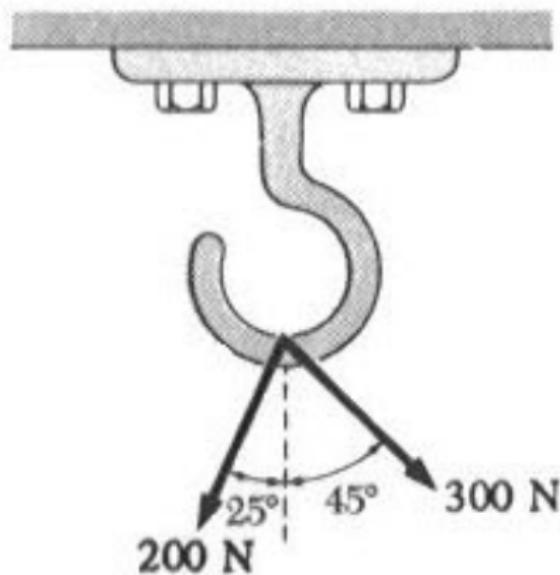
Exercícios



Uma estaca é arrancada do solo utilizando-se duas cordas, como na figura abaixo. (2.7-Beer & Johnston)

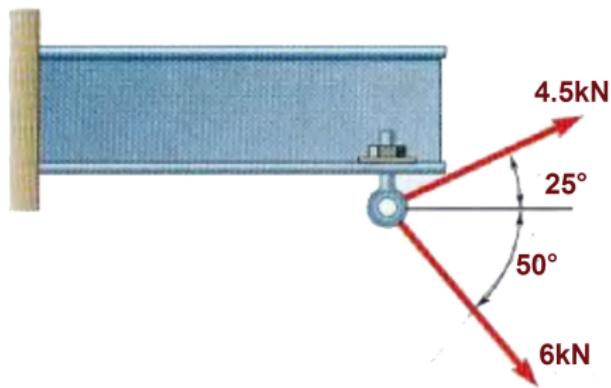
- Com $\alpha = 30^\circ$ e utilizando trigonometria, determine o módulo da força \vec{P} para que a resultante na estaca seja vertical;
- Qual o módulo correspondente da resultante?

Exercícios



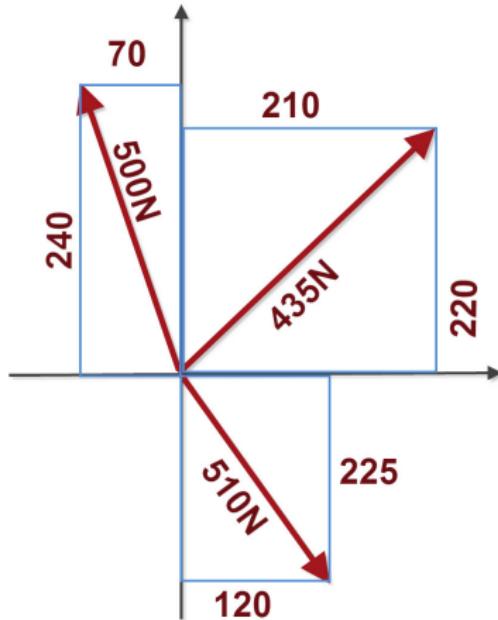
Utilizando trigonometria,
determine o módulo e a direção
da resultante das duas forças da
figura ao lado:
(2.14-Beer & Johnston)

Exercícios



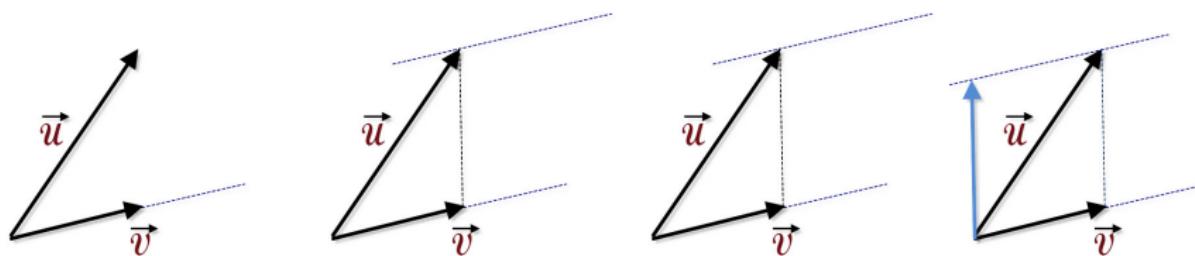
Um olhal é tracionado pelos cabos, como na figura abaixo. Utilizando apenas a trigonometria, determine a resultante. (2.16-Beer & Johnston)

Exercícios

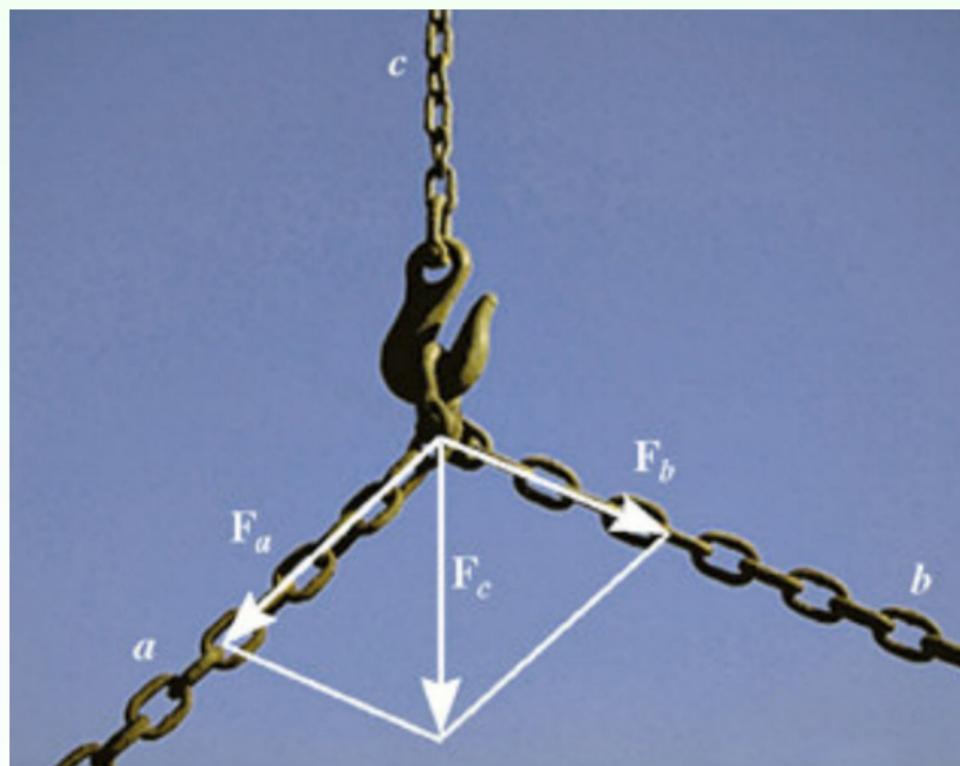


Determine a resultante da soma das forças. (2.24-Beer & Johnston)

Dada um vetor \vec{u} e uma das componentes \vec{v} , deseja-se determinar a complementar.

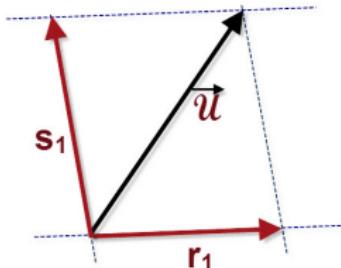
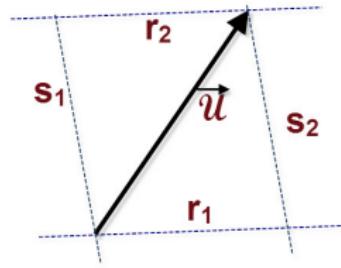
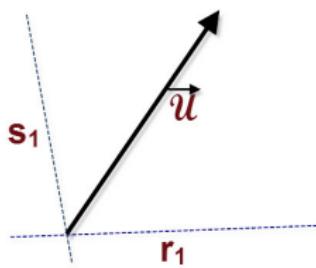


Componentes de um vetor

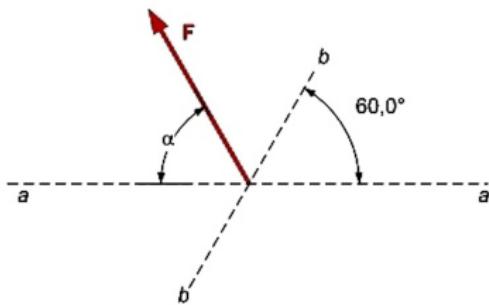


Exemplos

Dado um vetor \vec{F} e as linhas de ação, r_1 e s_1 , de seus componentes, para se determiná-los basta traçar as linhas $r_2 \parallel r_1$ e $s_2 \parallel s_1$:



Exercícios



A força \vec{F} , de intensidade igual a 500N é decomposta em duas componentes segundo as direções a-a e b-b. Determine por trigonometria, o ângulo α , sabendo que a componente de \vec{F} ao longo da linha a-a é de 400N.
(2.5-Beer & Johnston)

TÓPICOS

Regras da disciplina

Avaliação

Em sala de aula

Comunicação

Introdução

Considerações Gerais

Estática

Vetores

Operações e Propriedades

Soma

Multiplicação

Soma de vários vetores

Decomposição de vetores

Componentes cartesianos

Vetores 2D

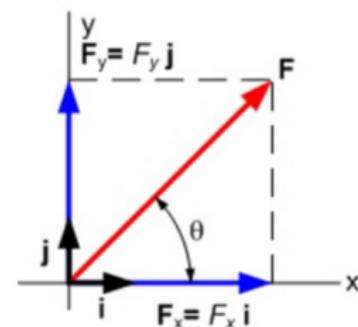
Vetores 3D

Produtos de Vetores

Introdução à Mecânica

Componentes cartesianos de uma força

Sejam os eixos ortogonais orientados x e y , quando uma força \vec{F} é decomposta em componentes \vec{F}_x , segundo o eixo x , e \vec{F}_y , segundo o eixo y , diz-se que estas são as coordenadas cartesianas da força \vec{F} .



Descrição dos componentes de um vetor

Considere agora os vetores unitários $\hat{i} = (1, 0)$ e $\hat{j} = (0, 1)$, no sistema de coordenadas cartesiano¹. Portanto:

$$\vec{F} = (F_x, F_y) = F_x \hat{i} + F_y \hat{j}$$

Pela geometria analítica...

$$F_x = \vec{F} \cdot \hat{i} = |\vec{F}| |1| \cos(\theta)$$

$$F_y = \vec{F} \cdot \hat{j} = |\vec{F}| |1| \sin(\theta)$$

$$\vec{F} = |\vec{F}| (\cos(\theta), \sin(\theta)) = |\vec{F}| \lambda_F$$

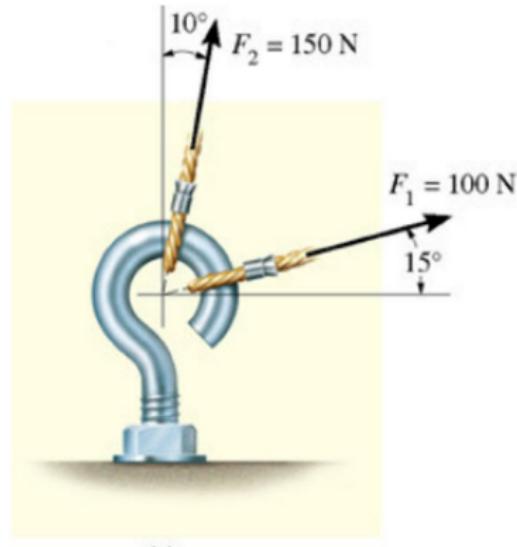
¹Este conjunto de vetores é denominado de base canônica do plano cartesiano xOy considerado.

Considere três forças, \vec{P} , \vec{Q} e \vec{S} , atuando em um mesmo ponto de aplicação, \vec{R} é dada por:

$$\begin{aligned}\vec{R} &= \sum \vec{F} = \vec{P} + \vec{Q} + \vec{S} \\ &= P_x \hat{i} + P_y \hat{j} + Q_x \hat{i} + Q_y \hat{j} + S_x \hat{i} + S_y \hat{j} \\ &= \underbrace{(P_x + Q_x + S_x)}_{R_x} \hat{i} + \underbrace{(P_y + Q_y + S_y)}_{R_y} \hat{j}\end{aligned}$$

$$\begin{cases} R_x = \sum F_x = P_x + Q_x + S_x \\ R_y = \sum F_y = P_y + Q_y + S_y \end{cases}$$

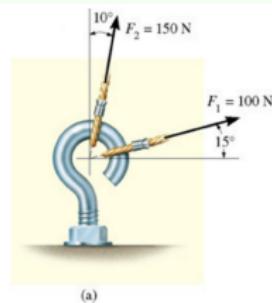
Exemplos



(a)

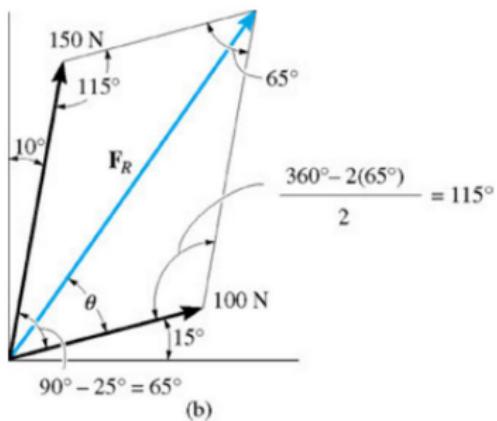
O parafuso tipo gancho da figura ao lado a duas forças F_1 e F_2 . Determine a intensidade (Módulo) e a direção da força resultante.

Exemplos

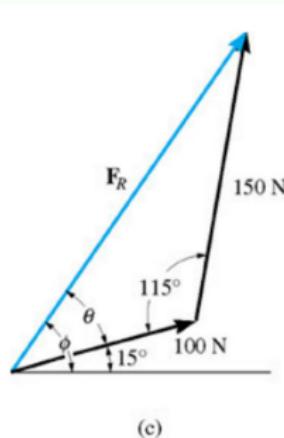


(a)

O parafuso tipo gancho da figura ao lado está sujeito a duas forças F_1 e F_2 . Determine a intensidade (Módulo) e a direção da força resultante.

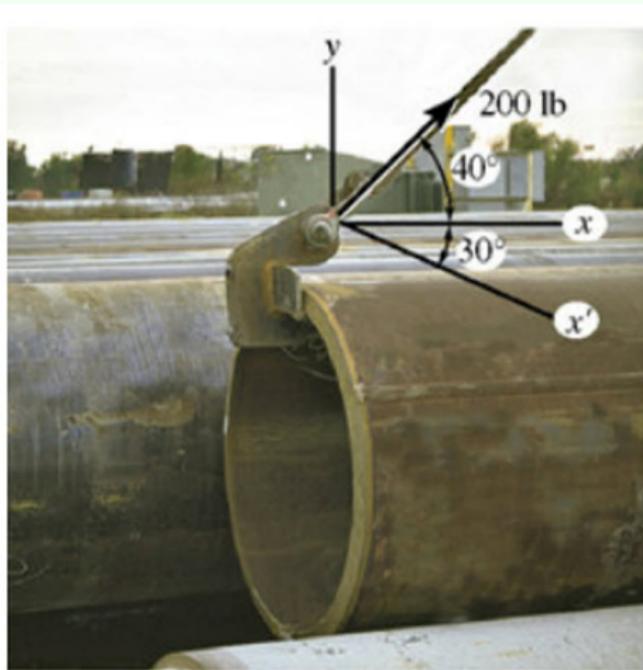


(b)



(c)

Exemplos

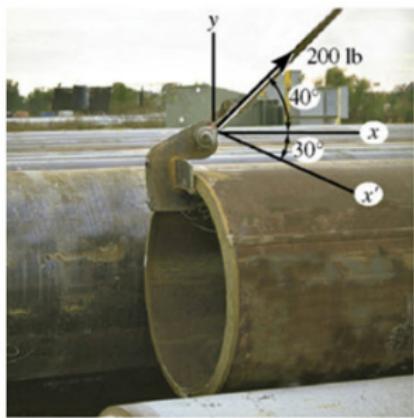


(a)

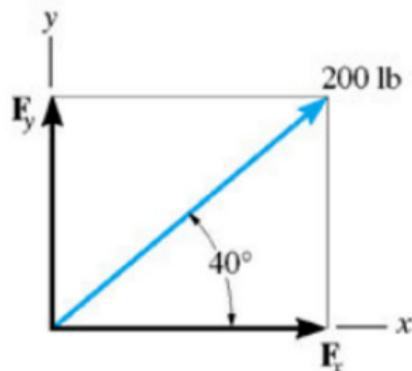
Decomponha a força de 200 lb que atua sobre o tubo (figura ao lado) em componentes nas direções:

- (a) x e y
- (b) x' e y'

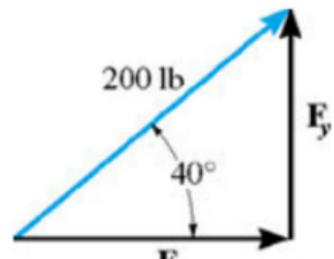
Exemplos



(a)

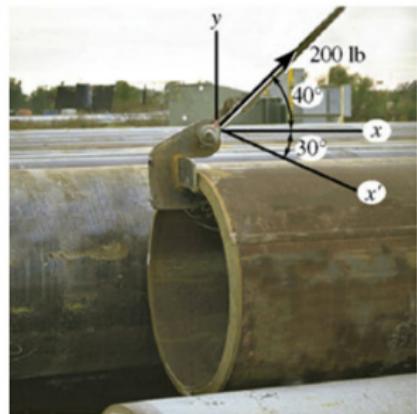


(b)

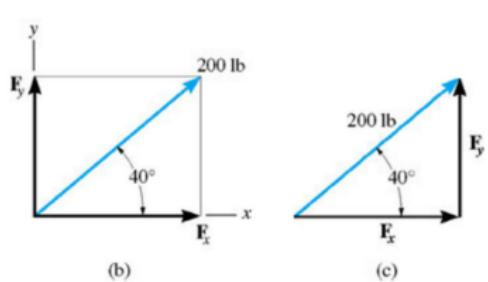


(c)

Exemplos

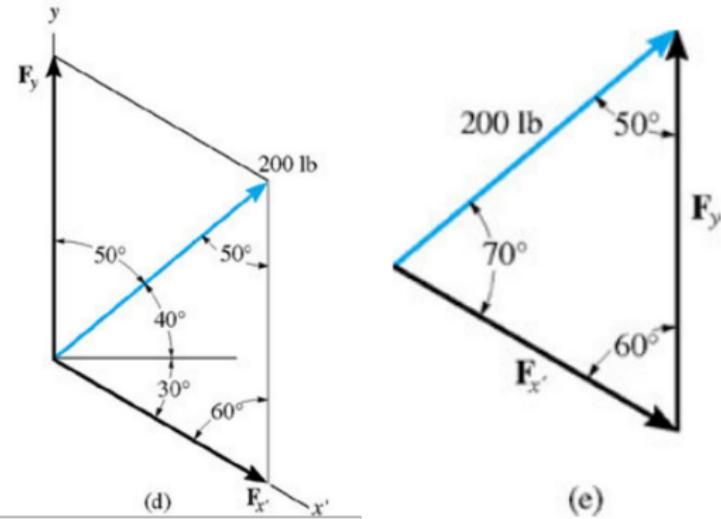


(a)



(b)

(c)

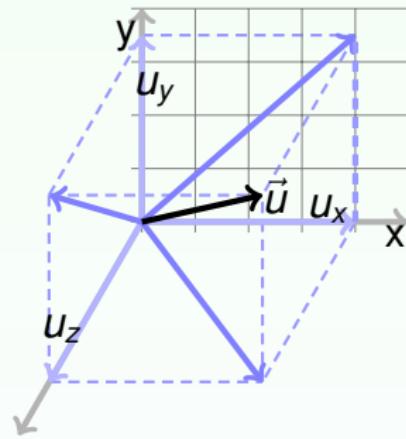
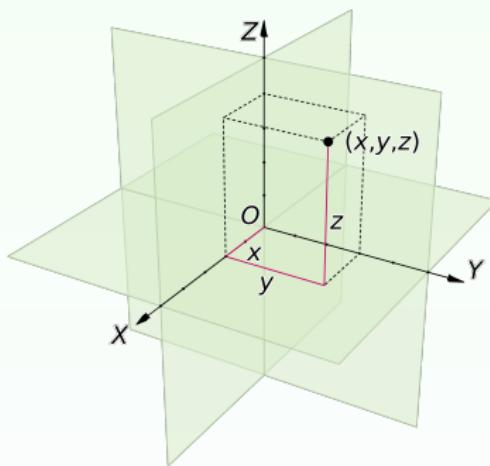


(d)

(e)

Vetores 3D

As operações gráficas e analíticas de soma e multiplicação são idênticas às utilizadas em 2D...



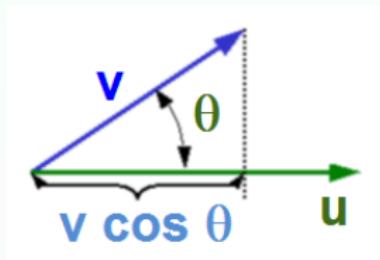
Dado um vetor $\vec{u} = (u_x, u_y, u_z)$, seu módulo é calculado por :

$$|\vec{u}| = \sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2}$$

Escalar (Interno)

Dados os vetores $\vec{u} = (u_x, u_y, u_z)$ e $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$, o produto interno é calculado por:

$$\begin{aligned}\vec{u} \cdot \vec{v} &= (u_x, u_y, u_z) \cdot (v_x, v_y, v_z) \\ &= u_x \cdot v_x + u_y \cdot v_y + u_z \cdot v_z \\ &= |\vec{u}| |\vec{v}| \cos \theta\end{aligned}$$

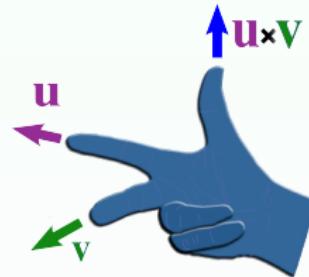
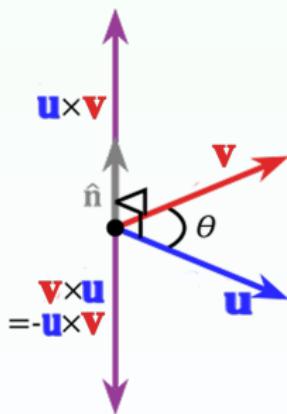


Vectorial (Externo)

Dados os vetores $\vec{u} = (u_x, u_y, u_z)$ e $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$, o produto interno é calculado por:

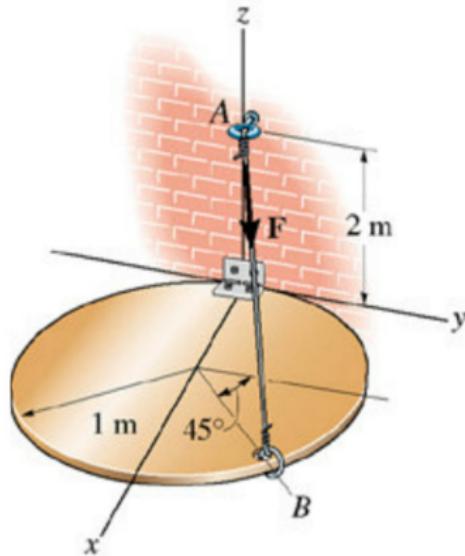
$$\vec{u} \times \vec{v} = (u_x, u_y, u_z) \times (v_x, v_y, v_z) \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ u_x & u_y & u_z \\ v_x & v_y & v_z \end{vmatrix}$$

$$|\vec{u} \times \vec{v}| = |\vec{u}| |\vec{v}| \sin \theta$$



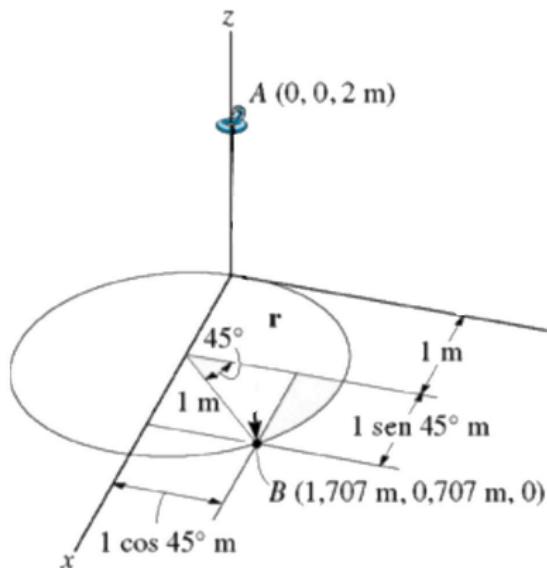
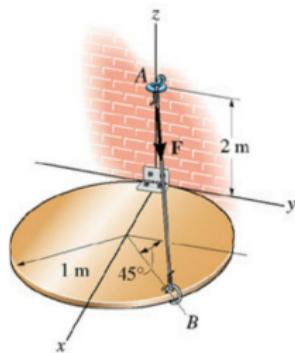
Exemplos

A placa circular da Figura é parcialmente sustentada pelo cabo AB. Se a força no gancho do cabo em A for $\vec{F} = 500\text{N}$, expresse \vec{F} na forma cartesiana.



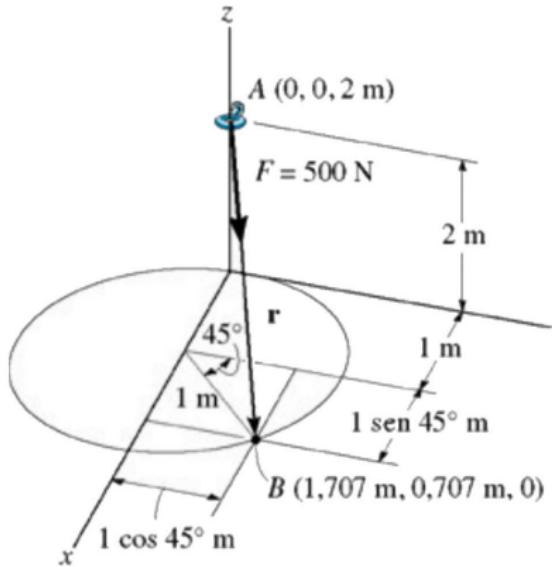
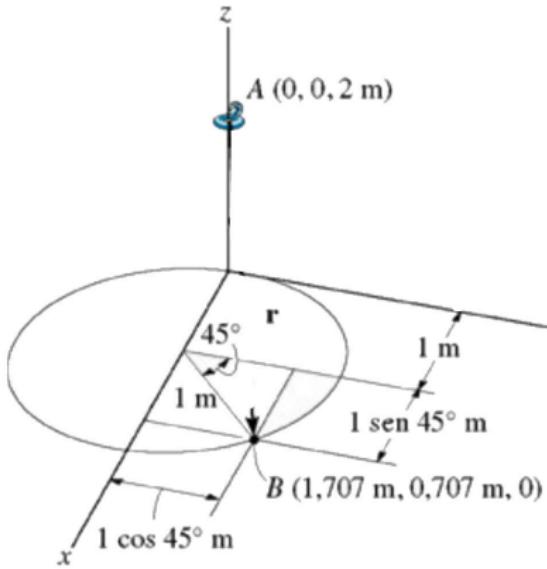
Exemplos

A placa circular da Figura é parcialmente sustentada pelo cabo AB. Se a força no gancho do cabo em A for $\vec{F} = 500\text{N}$, expresse \vec{F} na forma cartesiana.



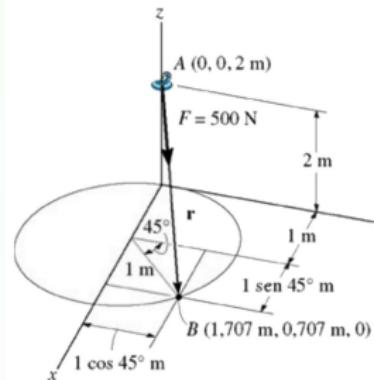
Exemplos

A placa circular da Figura é parcialmente sustentada pelo cabo AB. Se a força no gancho do cabo em A for $\vec{F} = 500\text{N}$, expresse \vec{F} na forma cartesiana.



Exemplos

A placa circular da Figura é parcialmente sustentada pelo cabo AB. Se a força no gancho do cabo em A for $\vec{F} = 500\text{N}$, expresse \vec{F} na forma cartesiana.



$$\begin{aligned}
 \vec{F} &= |\vec{F}| \lambda_F = |\vec{F}| \frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|} \\
 &= |500| \frac{(1.707, 1.707, 0) - (0, 0, 2)}{|(1.707, 1.707, -2)|} \\
 &= (272.2561, 272.2561 - 318.9878)\text{N}
 \end{aligned}$$

EXERCÍCIOS

► Fundamentais

1. Hibbeler

- a) 2.8
- b) 2.12
- c) 2.13
- d) 2.17
- e) 2.18
- f) 2.26

► Aprofundamento

Treinar com os exercícios propostos do livro texto

PRÓXIMO TÓPICO

Equilíbrio de um ponto material - 2º encontro

TÓPICOS

Regras da disciplina

Avaliação

Em sala de aula

Comunicação

Introdução

Considerações Gerais

Estática

Vetores

Operações e Propriedades

Soma

Multiplicação

Soma de vários vetores

Decomposição de vetores

Componentes cartesianos

Vetores 2D

Vetores 3D

Produtos de Vetores

Introdução à Mecânica

Introdução à Mecânica

MECÂNICA

Ciência que descreve e prediz as condições de repouso ou movimento dos corpos sob a ação de forças.



Requisitos necessários

Para o estudo é necessário alguns conceitos fundamentais:

- Lei do paralelogramo para adição de vetores, isto é a obtenção da **RESULTANTE**, $\vec{R} = \sum \vec{F}$;
- **Princípio da Invariancia do Equilíbrio**: mantendo o vetor não mudar linha de ação;
- **Leis de Newton**:
 1. se $\vec{R} = \vec{0}$ então o corpo está em repouso ou em M.R.U (lei da inércia);
 2. se $\vec{R} \neq \vec{0}$ então $\vec{R} = m\vec{a}$;
 3. na interação entre dois ou mais corpos a toda ação corresponde a uma reacção, que são forças de mesma intensidade, direção e sentidos opostos;

Requisitos necessários

Para o estudo é necessário alguns conceitos fundamentais:

- ▶ Lei do paralelogramo para adição de vetores, isto é a obtenção da **RESULTANTE**, $\vec{R} = \sum \vec{F}$;
- ▶ Princípio da transmissibilidade, o **EQUILÍBRIO** é mantido se o vetor não mudar linha de ação;
- ▶ Leis de Newton:
 1. se $\vec{R} = \vec{0}$ então o corpo está em repouso ou em MRU (lei da inércia);
 2. se $\vec{R} \neq \vec{0}$ então $\vec{R} = m\vec{a}$;
 3. na interação entre dois ou mais corpos a toda ação corresponde a uma reação, que são forças de mesma intensidade, direção e sentidos opostos;

Requisitos necessários

Para o estudo é necessário alguns conceitos fundamentais:

- ▶ Lei do paralelogramo para adição de vetores, isto é a obtenção da **RESULTANTE**, $\vec{R} = \sum \vec{F}$;
- ▶ Princípio da transmissibilidade, o **EQUILÍBRIO** é mantido se o vetor não mudar linha de ação;
- ▶ Leis de Newton:
 1. se $\vec{R} = \vec{0}$ então o corpo está em repouso ou em MRU (lei da inércia);
 2. se $\vec{R} \neq \vec{0}$ então $\vec{R} = m\vec{a}$;
 3. na interação entre dois ou mais corpos a toda ação corresponde a uma reação, que são forças de mesma intensidade, direção e sentidos opostos;

TÓPICOS

Regras da disciplina

Avaliação

Em sala de aula

Comunicação

Introdução

Considerações Gerais

Estática

Vetores

Operações e Propriedades

Soma

Multiplicação

Soma de vários vetores

Decomposição de vetores

Componentes cartesianos

Vetores 2D

Vetores 3D

Produtos de Vetores

Introdução à Mecânica

Forças no plano

- ▶ São forças que estão contidas em algum plano (representação 2D);
- ▶ Representado por vetores;
- ▶ As forças são definidas pela ação de um corpo sobre outro;
 - ▶ por contato;
 - ▶ por campo.
- ▶ A unidade da força é
 - ▶ no sistema internacional (SI) é em newtons (N);
 - ▶ No sistema britânico é em libras (lb);

TÓPICOS

Regras da disciplina

Avaliação

Em sala de aula

Comunicação

Introdução

Considerações Gerais

Estática

Vetores

Operações e Propriedades

Soma

Multiplicação

Soma de vários vetores

Decomposição de vetores

Componentes cartesianos

Vetores 2D

Vetores 3D

Produtos de Vetores

Introdução à Mecânica

Vetores - definição

- ▶ Cálc. Vet. Segmento de reta orientado.
- ▶ Cálc. Vet. Conjunto de n quantidades que dependem de um sistema de coordenadas n -dimensionais e que se transforma segundo leis bem determinadas quando se muda o sistema.

(Dicionário Aurélio Sécculo XXI)

Representação gráfica e analítica de vetor

Representação de um vetor



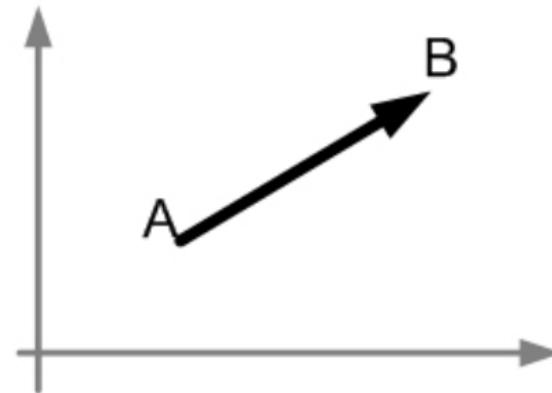
Representação gráfica e analítica de vetor

Representação de um vetor: \overrightarrow{AB}



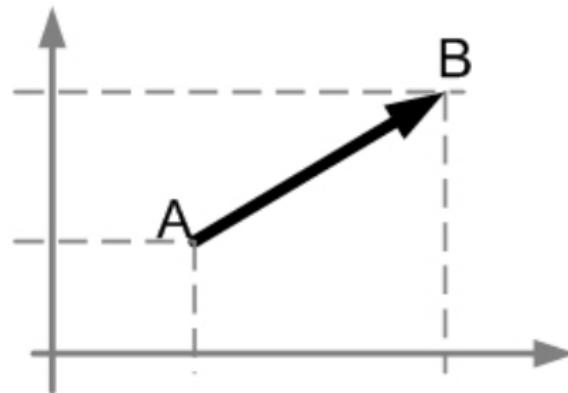
Representação gráfica e analítica de vetor

Sistema de coordenadas



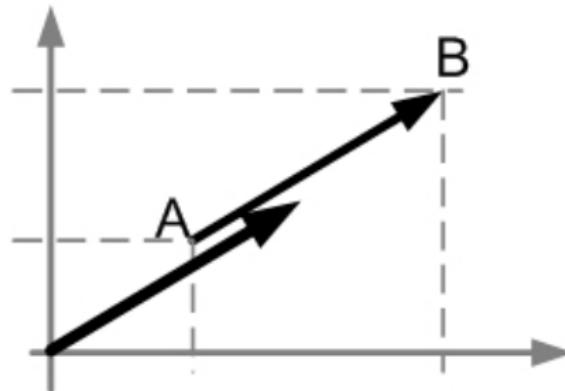
Representação gráfica e analítica de vetor

Coordenadas das extremidades do vetor: $A = (a_x, a_y)$ e $B = (b_x, b_y)$



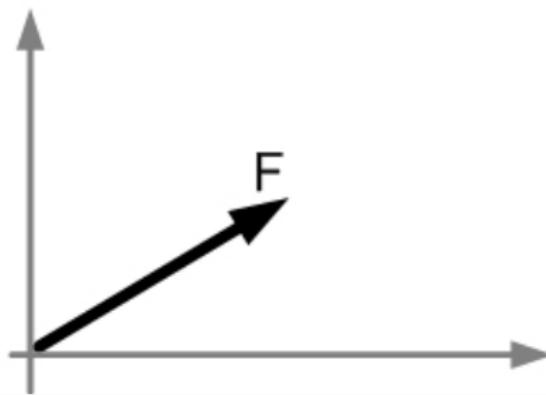
Representação gráfica e analítica de vetor

Origem do vetor \Rightarrow Origem do sistema de coordenadas



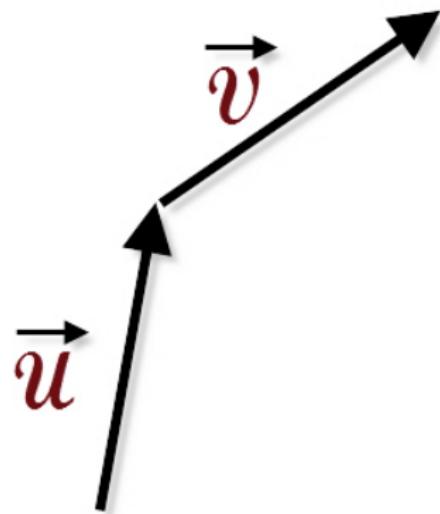
Representação gráfica e analítica de vetor

Coordenadas da extremidade do vetor: $\vec{F} = \vec{B} - \vec{A} = (b_x - a_x, b_y - a_y)$

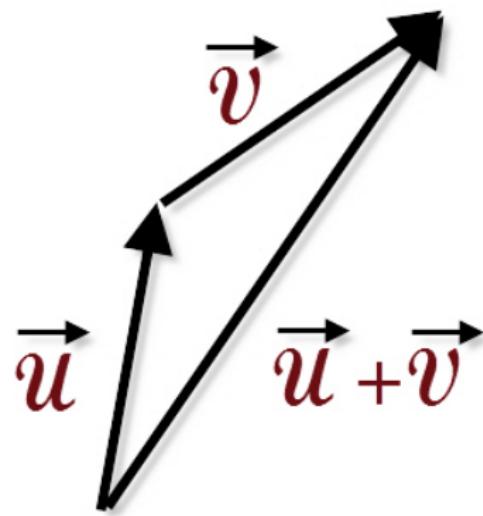


$$\vec{v} = \vec{F}$$

Vetores - operações: soma 1

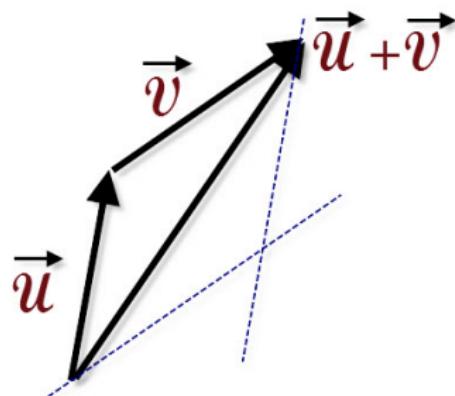
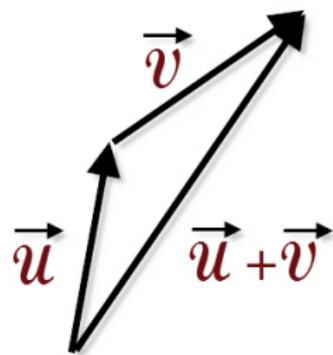


Vetores - operações: soma 1



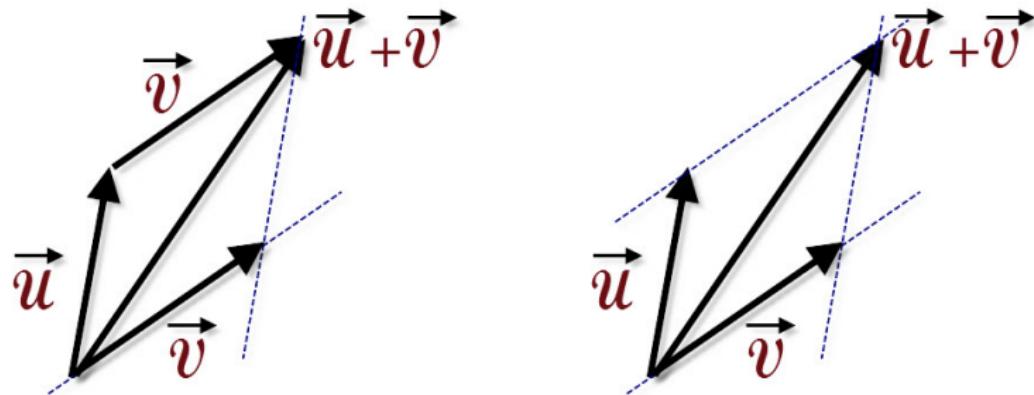
Vetores - operações: soma 2

Lei do paralelogramo para adição de vetores



Vetores - operações: soma 2

Lei do paralelogramo para adição de vetores



Vetores - propriedades da soma

Sejam \vec{u} , \vec{v} e \vec{w} três vetores quaisquer, então as seguintes propriedades são válidas:

- Comutativa: $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$
- Associativa: $(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})$
- Elemento Neutro: $\vec{u} + \vec{o} = \vec{u}$
- Elemento Oposto: $\vec{u} + (-\vec{u}) = \vec{o}$

\vec{o} é o vetor nulo.

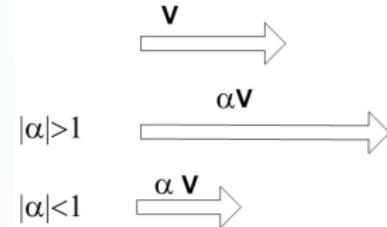
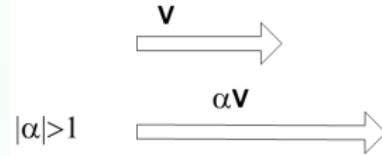
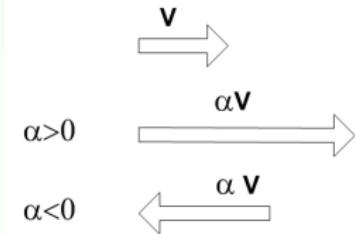
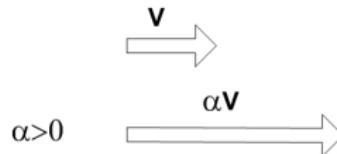
$-\vec{u}$ é o vetor oposto de \vec{u} .

Vetores - operações: multiplicação por escalar

Sejam \vec{v} um vetor qualquer e $\alpha \in \mathbb{R}$ qualquer, então a multiplicação $\alpha\vec{v}$ é separado em dois casos:

- ▶ $\alpha < 0$ ou $\alpha > 0$
- ▶ $|\alpha| < 1$ ou $|\alpha| > 1$

$(\alpha < 0 \text{ ou } \alpha > 0)$ e $(|\alpha| > 1 \text{ ou } |\alpha| < 1)$



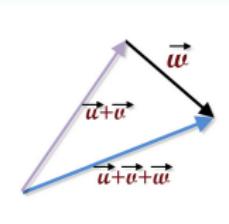
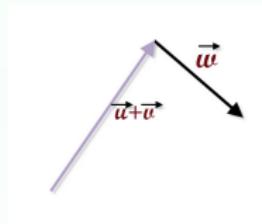
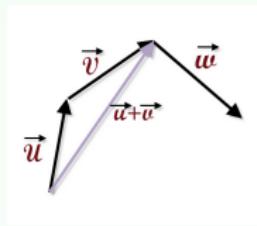
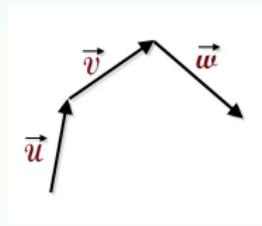
Vetores - propriedades da multiplicação por escalar

Sejam \vec{u} , \vec{v} e \vec{w} três vetores quaisquer, então as seguintes propriedades são válidas:

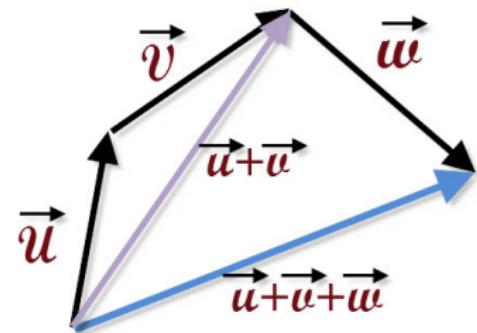
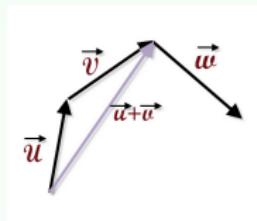
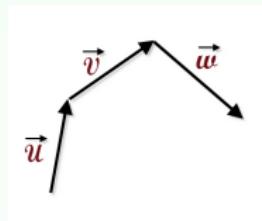
Sejam \vec{u} e \vec{v} 2 vetores quaisquer, e α e β dois números reais quaisquer, então as seguintes propriedades são válidas:

- ▶ Associativa pelo escalar: $\alpha(\beta\vec{u}) = (\alpha\beta)\vec{u}$
- ▶ Distributiva pela esquerda: $(\alpha + \beta)\vec{u} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{u}$
- ▶ Distributiva pela direita: $\alpha(\vec{u} + \vec{v}) = \alpha\vec{u} + \alpha\vec{v}$
- ▶ Elemento Neutro: $1\vec{u} = \vec{u}$

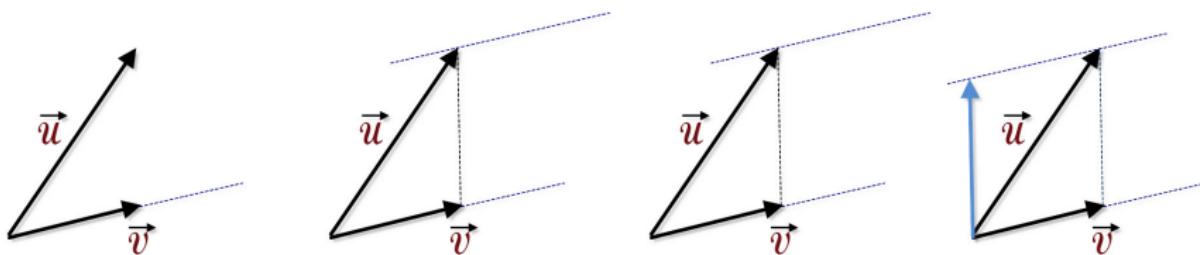
Resultante de várias forças



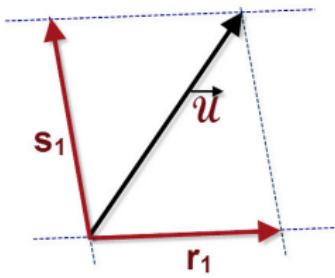
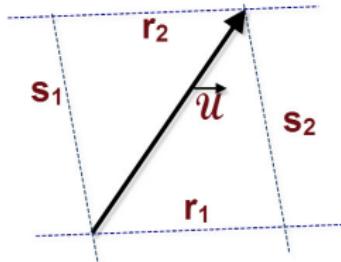
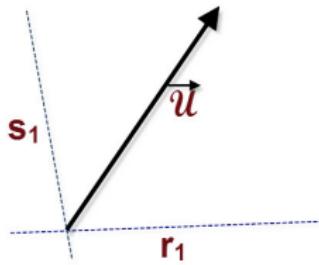
Resultante de várias forças

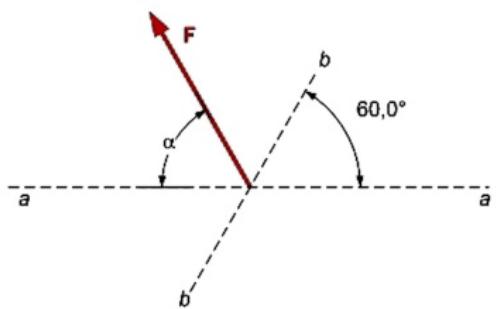


Dada um vetor \vec{u} e uma das componentes \vec{v} , deseja-se determinar a complementar.

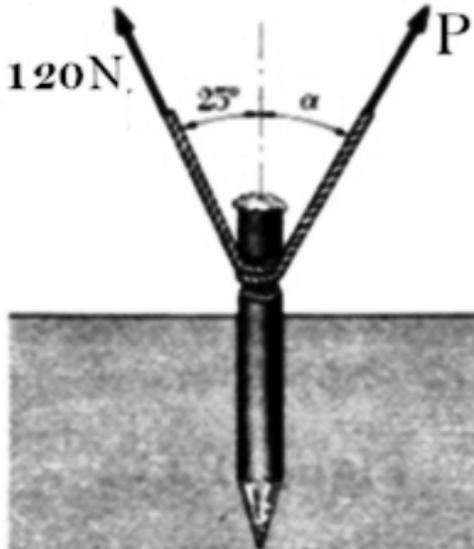


Dado um vetor \vec{F} e as linhas de ação, r_1 e s_1 , de seus componentes, para se determiná-los basta traçar as linhas $r_2 \parallel r_1$ e $s_2 \parallel s_1$:



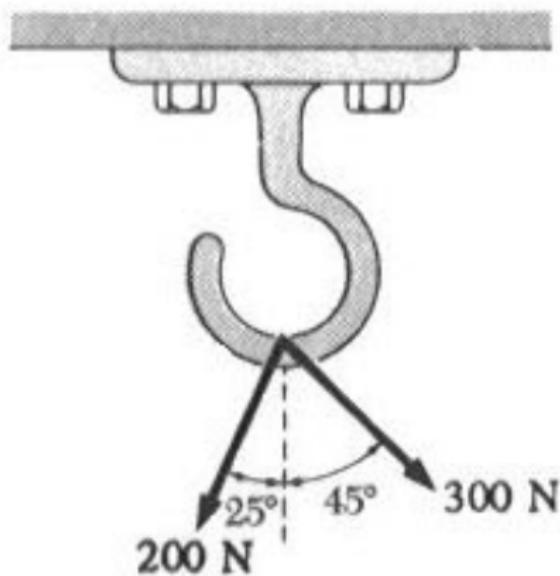


A força \vec{F} , de intensidade igual a 500N é decomposta em duas componentes segundo as direções a-a e b-b. Determine por trigonometria, o ângulo α , sabendo que a componente de \vec{F} ao longo da linha a-a é de 400N.
(2.5-Beer & Johnston)



Uma estaca é arrancada do solo utilizando-se duas cordas, como na figura abaixo. (2.7-Beer & Johnston)

- Com $\alpha = 30^\circ$ e utilizando trigonometria, determine o módulo da força \vec{P} para que a resultante na estaca seja vertical;
- Qual o módulo correspondente da resultante?



Utilizando trigonometria,
determine o módulo e a direção
da resultante das duas forças da
figura ao lado:
(2.14-Beer & Johnston)

TÓPICOS

Regras da disciplina

Avaliação

Em sala de aula

Comunicação

Introdução

Considerações Gerais

Estática

Vetores

Operações e Propriedades

Soma

Multiplicação

Soma de vários vetores

Decomposição de vetores

Componentes cartesianos

Vetores 2D

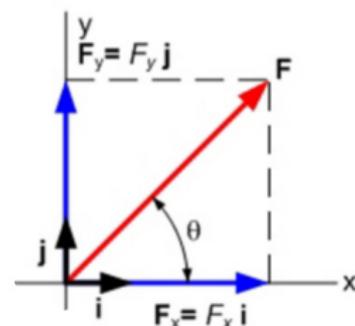
Vetores 3D

Produtos de Vetores

Introdução à Mecânica

Componentes cartesianos de uma força

Sejam os eixos ortogonais orientados x e y , quando uma força \vec{F} é decomposta em componentes \vec{F}_x , segundo o eixo x , e \vec{F}_y , segundo o eixo y , diz-se que estas são as coordenadas cartesianas da força \vec{F} .



Descrição dos componentes de uma força

Considere agora os vetores unitários $\hat{i} = (1, 0)$ e $\hat{j} = (0, 1)$, no sistema de coordenadas cartesiano ². Portanto:

$$\vec{F} = (F_x, F_y) = F_x \hat{i} + F_y \hat{j}$$

Pela geometria analítica...

$$F_x = \vec{F} \cdot \hat{i} = |\vec{F}| |1| \cos(\theta)$$

$$F_y = \vec{F} \cdot \hat{j} = |\vec{F}| |1| \sin(\theta)$$

$$\vec{F} = |\vec{F}| (\cos(\theta), \sin(\theta)) = |\vec{F}| \lambda_F$$

²Este conjunto de vetores é denominado de base canônica do plano cartesiano xOy considerado.

Componentes de uma força

pode-se determinar os valores de F_x e F_y :

$$F_x = \vec{F} \cdot \hat{i} = |\vec{F}| |1| \cos(\theta)$$

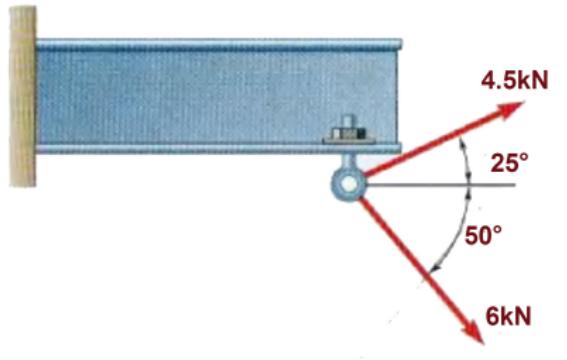
$$F_y = \vec{F} \cdot \hat{j} = |\vec{F}| |1| \sin(\theta)$$

Considere três forças, \vec{P} , \vec{Q} e \vec{S} , atuando em um mesmo ponto de aplicação, \vec{R} é dada por:

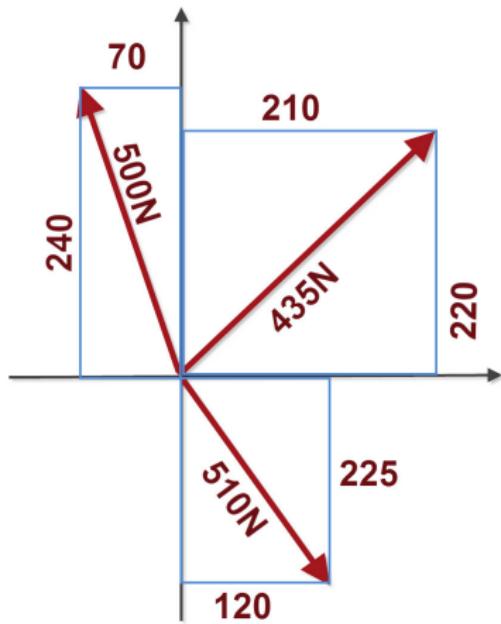
$$\begin{aligned}
 \vec{R} &= \sum \vec{F} = \vec{P} + \vec{Q} + \vec{S} \\
 &= P_x \hat{i} + P_y \hat{j} + Q_x \hat{i} + Q_y \hat{j} + S_x \hat{i} + S_y \hat{j} \\
 &= \underbrace{(P_x + Q_x + S_x)}_{R_x} \hat{i} + \underbrace{(P_y + Q_y + S_y)}_{R_y} \hat{j}
 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} R_x = \sum F_x = P_x + Q_x + S_x \\ R_y = \sum F_y = P_y + Q_y + S_y \end{cases}$$

Exercícios



Um olhal é tracionado pelos cabos, como na figura abaixo. Utilizando apenas a trigonometria, determine a resultante. (2.16-Beer & Johnston)



Determine a resultante da soma das forças. (2.24-Beer & Johnston)

Proximo topico

Proximo topico

Equilibrio de um ponto material

TÓPICOS

Regras da disciplina

Avaliação

Em sala de aula

Comunicação

Introdução

Considerações Gerais

Estática

Vetores

Operações e Propriedades

Soma

Multiplicação

Soma de vários vetores

Decomposição de vetores

Componentes cartesianos

Vetores 2D

Vetores 3D

Produtos de Vetores

Introdução à Mecânica

Requisitos:

- I- Forças e suas componentes;
- II- Soma de forças;
- III- Resultante;

Definição de ponto material:

Ponto material

É um corpo de tamanho desprezível em relação ao espaço que se encontra ou as distâncias envolvidas no fenômeno.^a

^aChamamos de corpo extenso quando um corpo tem dimensões consideráveis em relação ao espaço que se encontra ou as distâncias envolvidas no fenômeno.

Ou ainda:

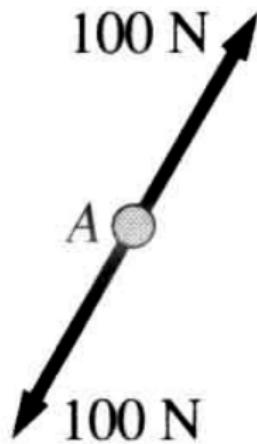
Ponto material

Todo corpo rígido sujeito à ação de forças cujas linhas de ação concorram num mesmo ponto, pode ser tratado como um partícula pois, não havendo momentos de força, não haverá rotação do corpo.

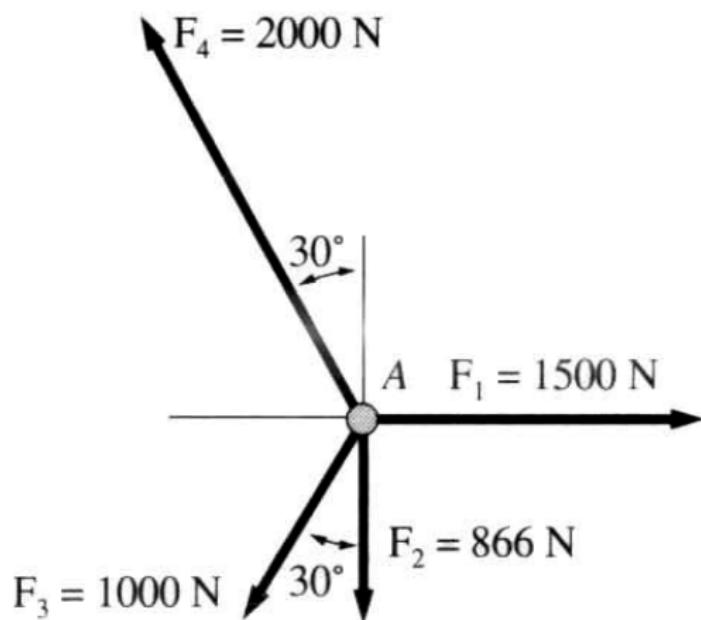
Equilíbrio de um ponto material

Quando a resultante de todas as forças atuantes em um ponto material é nula, então este ponto está em equilíbrio estático.

Exemplos



Exemplos



Exemplos

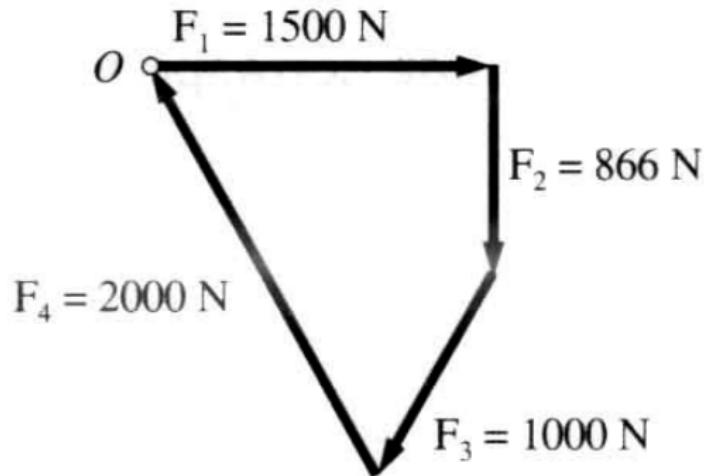


Diagrama de corpo livre - DCL

Requisitos: 3^l Lei de Newton

Diagrama de corpo livre

para um ponto material é a representação simplificada e esquemática do sistema de forças atuantes neste corpo.

Diagrama de corpo livre - DCL

Diagrama de corpo livre

para um ponto material é a representação simplificada e esquemática do sistema de forças atuantes neste corpo.

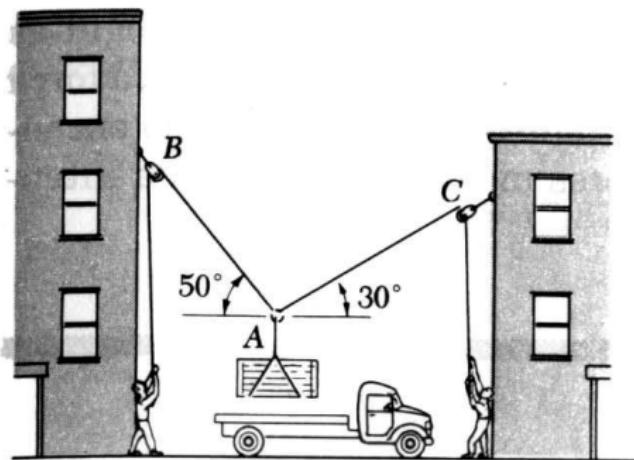


Diagrama de corpo livre - DCL

Diagrama de corpo livre

para um ponto material é a representação simplificada e esquemática do sistema de forças atuantes neste corpo.

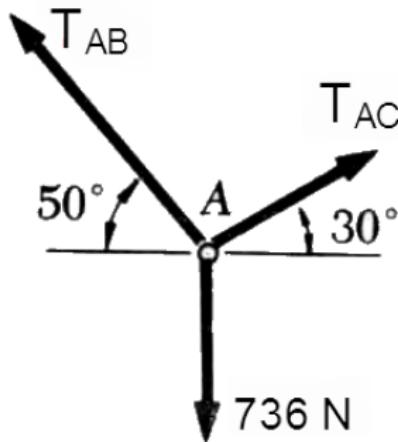
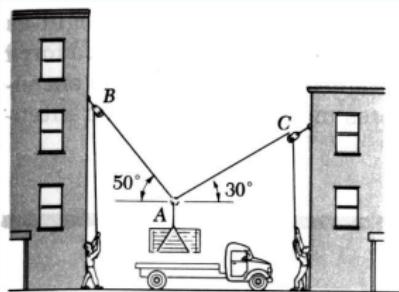
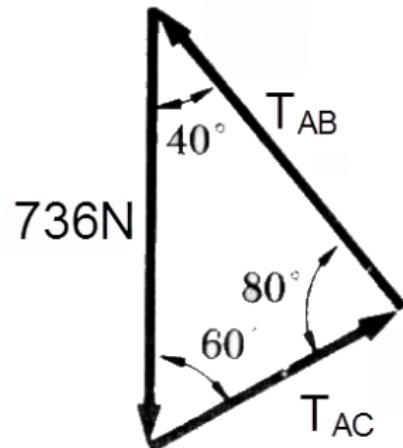
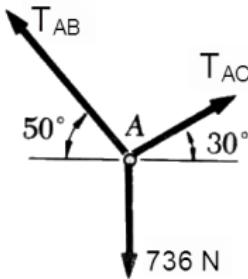
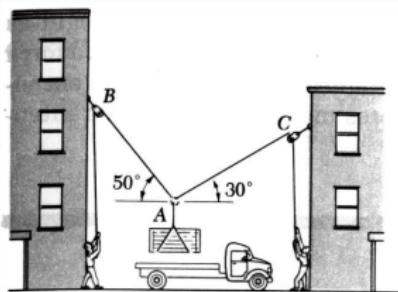


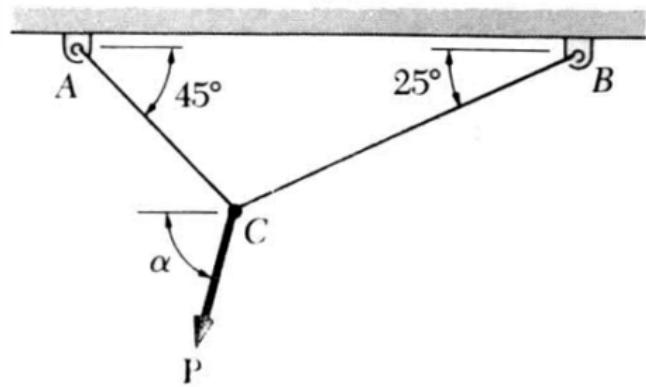
Diagrama de corpo livre - DCL

Diagrama de corpo livre

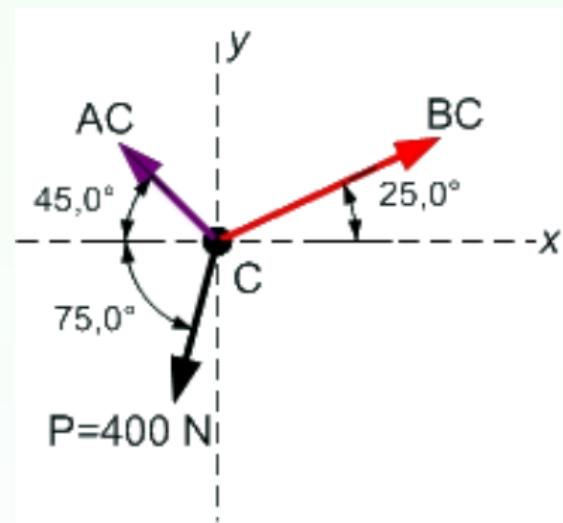
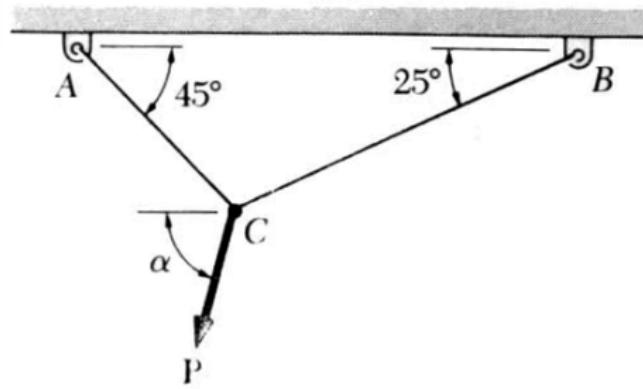
para um ponto material é a representação simplificada e esquemática do sistema de forças atuantes neste corpo.



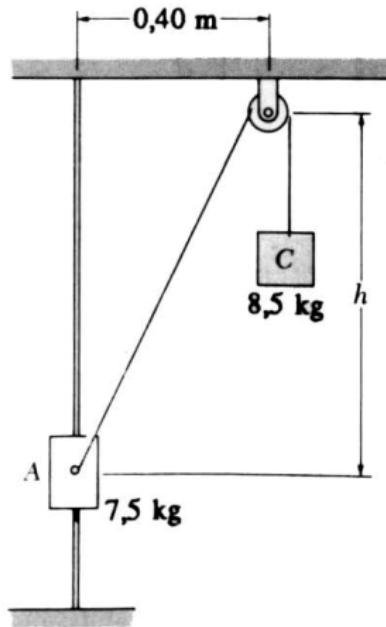
Exemplos



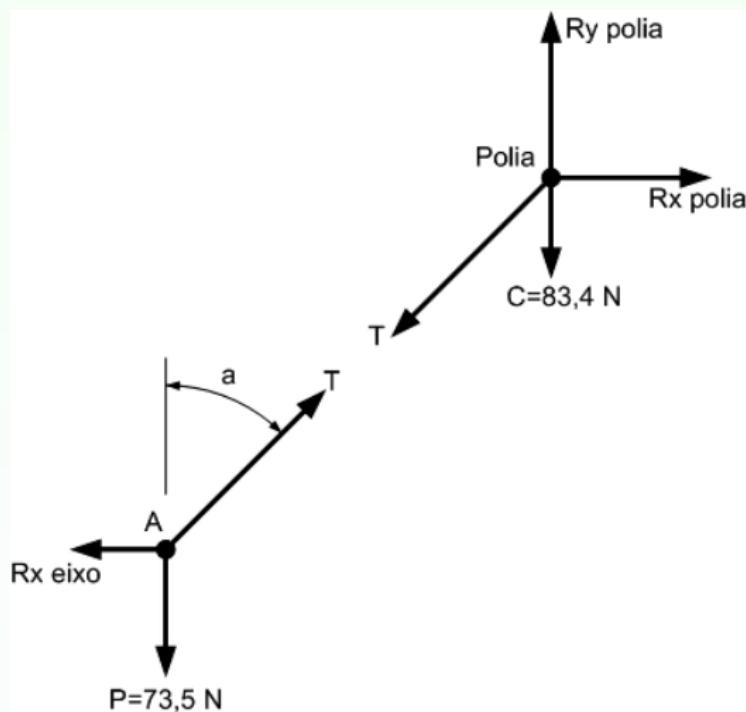
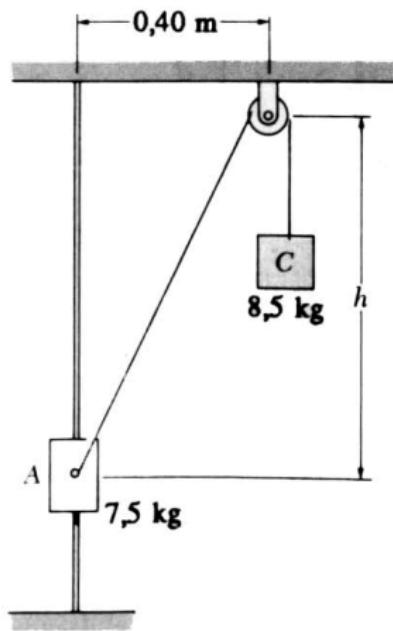
Exemplos



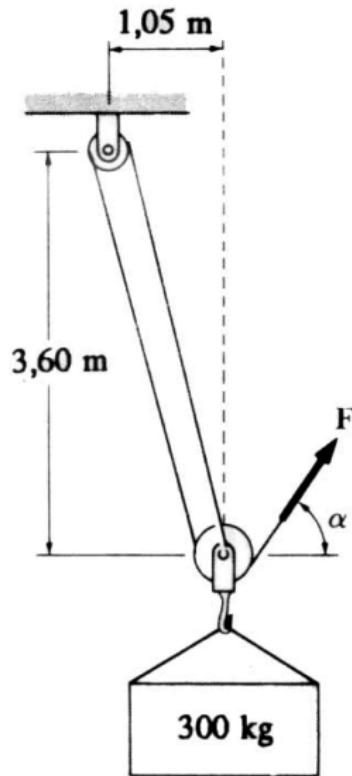
Exemplos



Exemplos

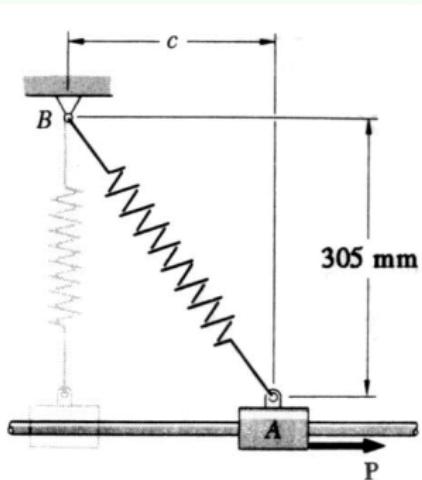


EXERCÍCIOS



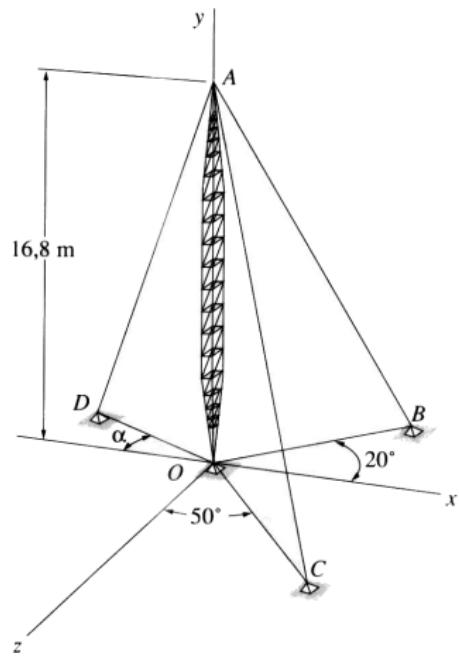
Um caixote de 300kg deve ser sus-
tentado pelo arranjo de cordas e
polias apresentado na figura. De-
termine a força F que deve ser apli-
ciada à extremidade da corda.

EXERCÍCIOS



A manga A pode deslizar livremente sobre o eixo horizontal sem atrito. A mola presa à manga tem $k=1751\text{N/m}$. e elongação nula quando está diretamente embaixo do suporte B. Determine a intensidade da força P necessária para manter o equilíbrio quando $c=228\text{mm}$ e $c=406\text{mm}$.

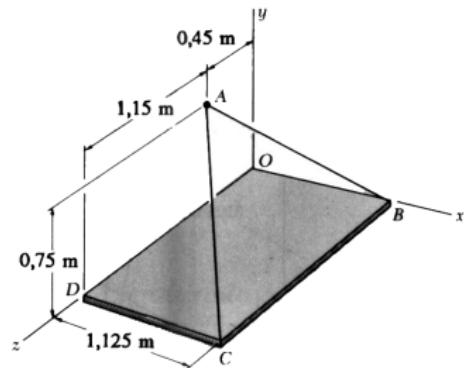
EXERCÍCIOS



O cabo AB de 19,5m etá sujeito a uma tensão de 19.5kN. Determine :

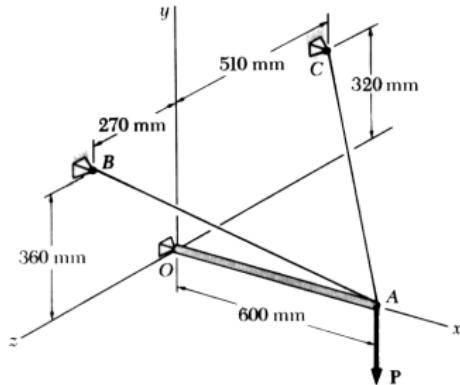
- as componentes cartesianas da força aplicada pelo cabo em B; e
- os ângulos diretores que definem a força aplicada em B.

EXERCÍCIOS



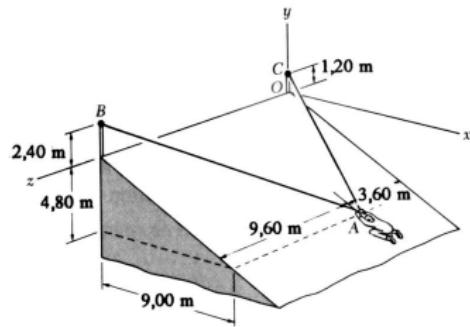
Sabendo que a tração no cabo AB é de 1425 N. determine as componente da força aplicada no ponto B da placa.

EXERCÍCIOS



À barra OA é aplicada uma carga P. Sabendo que a tração no cabo AB é de 850N, e que a resultante da carga P e das forças aplicadas pelos cabos em A dete ter a direção de OA, determine a tração no cabo AC.

EXERCÍCIOS

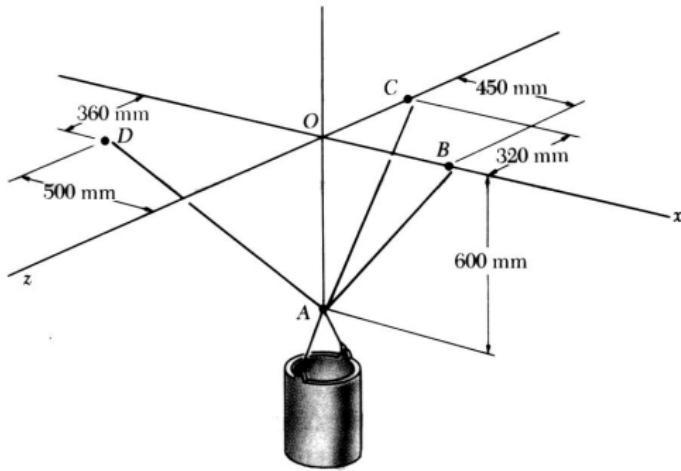


Tentando cruzar uma superfície gelada e escorregadia, um homem de 90 kg utiliza duas cordas, AB e AC. Sabendo que a força exercida pela superfície no homem é perpendicular a superfície, determine a tração em cada corda.

Resolução

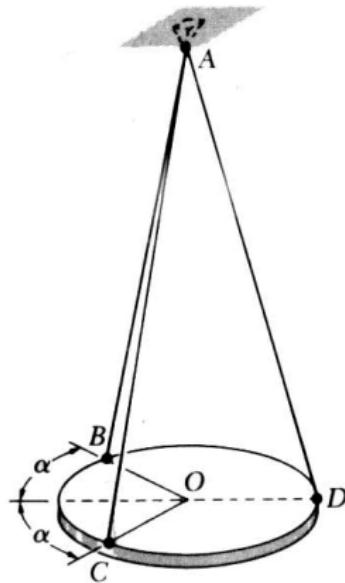
EXERCÍCIOS

Um recipiente de peso $P=1165$ N está suspenso por três cabos. Determine a tração em cada cabo.

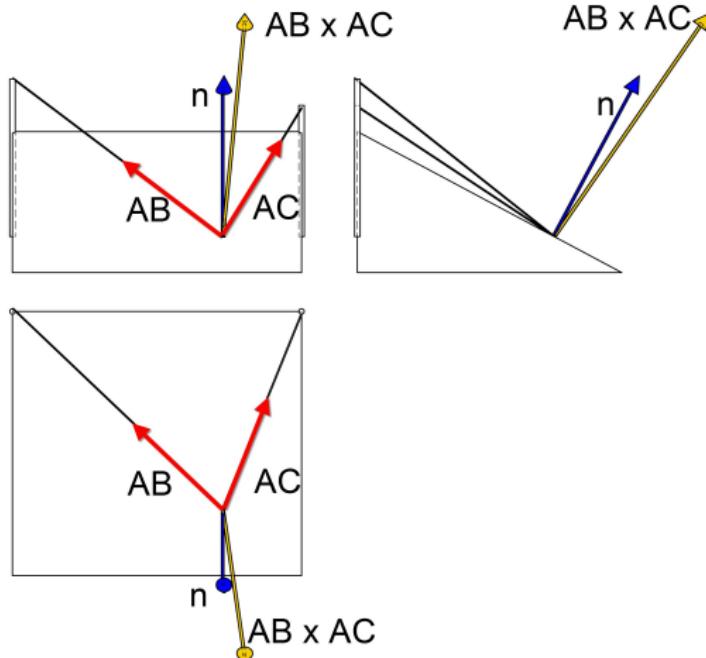


EXERCÍCIOS

Uma placa circular de 6 kg e 17,5 cm de raio está suspensa por três fios, cada um com 62,5 cm de comprimento. Determine a tração em cada cabo, sabendo que $\alpha = 30^\circ$.



Visualização do exercício



A seta azul representa a normal ao plano; A seta amarela representa a direção do produto vetorial das direções dos cabos.

[Voltar ao exercício](#)

Visualização do exercício

[Voltar ao exercício](#)



Visualização do exercício

[Voltar ao exercício](#)



TÓPICOS

Regras da disciplina

Avaliação

Em sala de aula

Comunicação

Introdução

Considerações Gerais

Estática

Vetores

Operações e Propriedades

Soma

Multiplicação

Soma de vários vetores

Decomposição de vetores

Componentes cartesianos

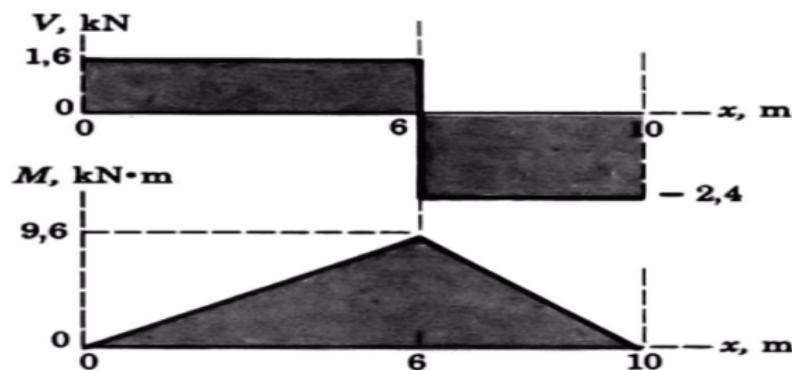
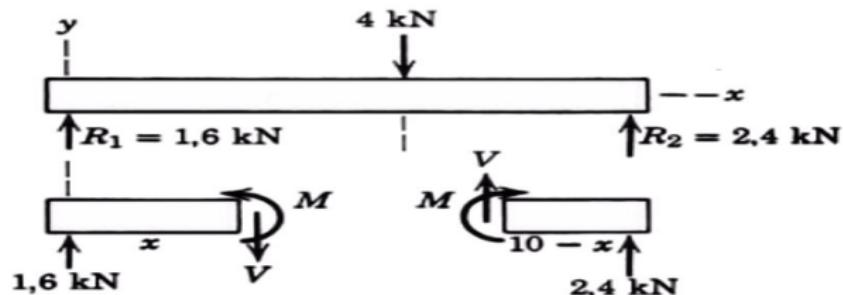
Vetores 2D

Vetores 3D

Produtos de Vetores

Introdução à Mecânica

Exemplos de Exercícios Avaliativos



Exemplos de Exercícios Avaliativos

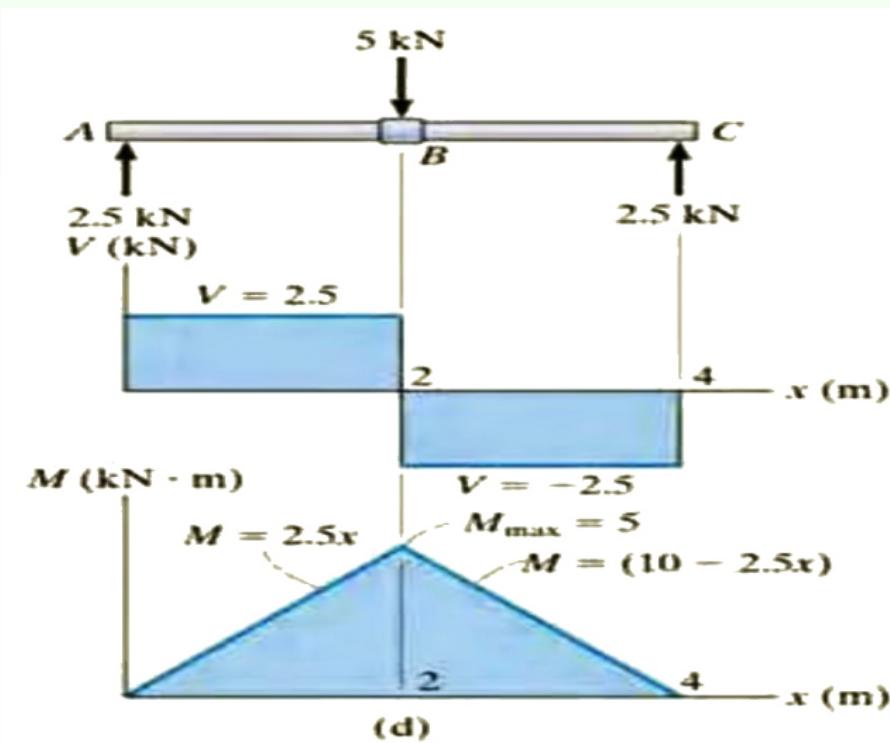


Fig. 7-11

Exemplos de Exercícios Avaliativos

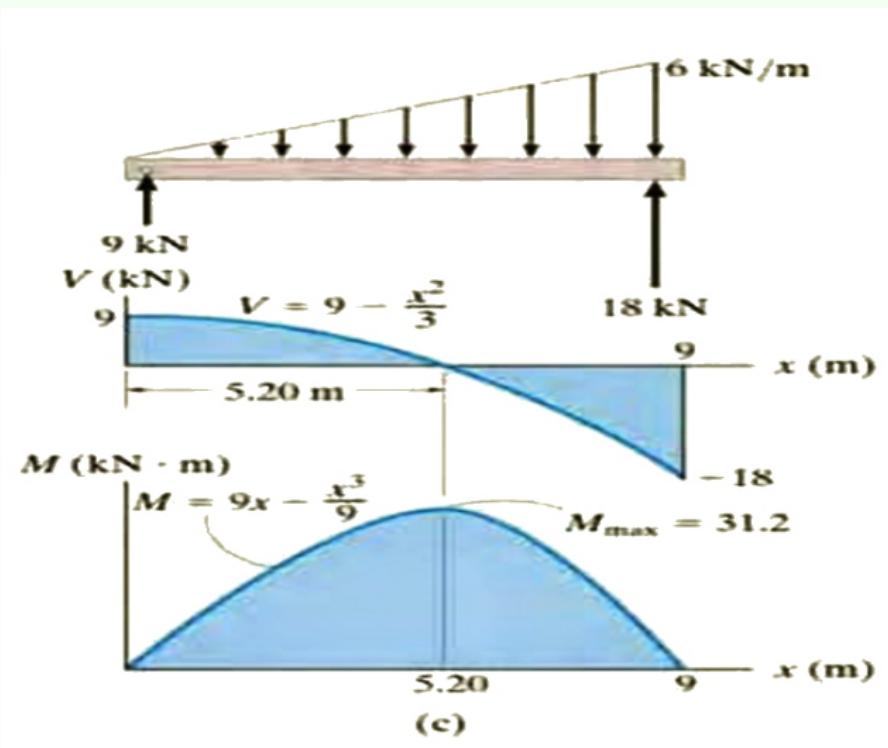
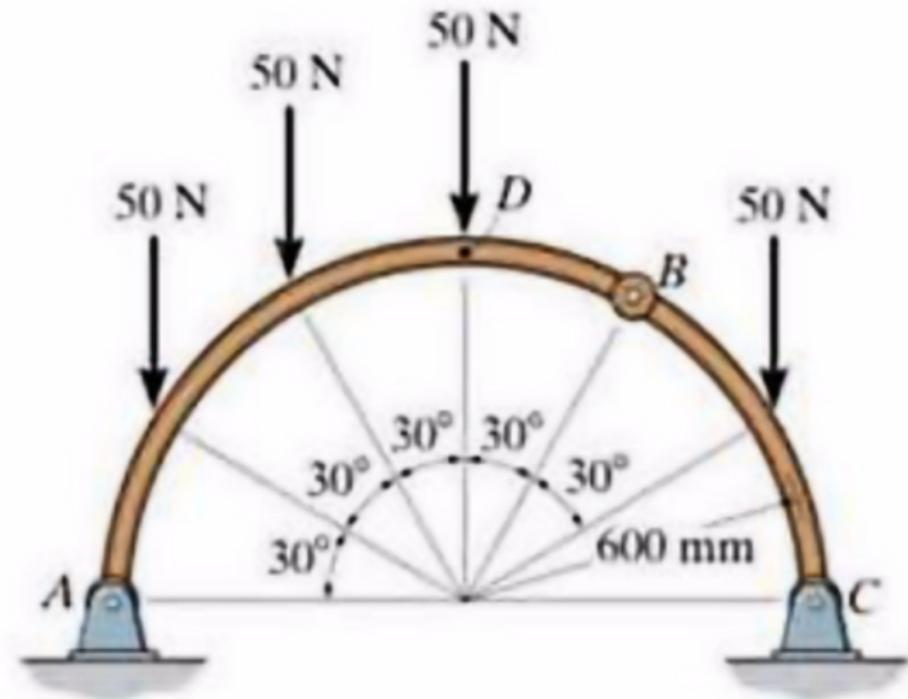
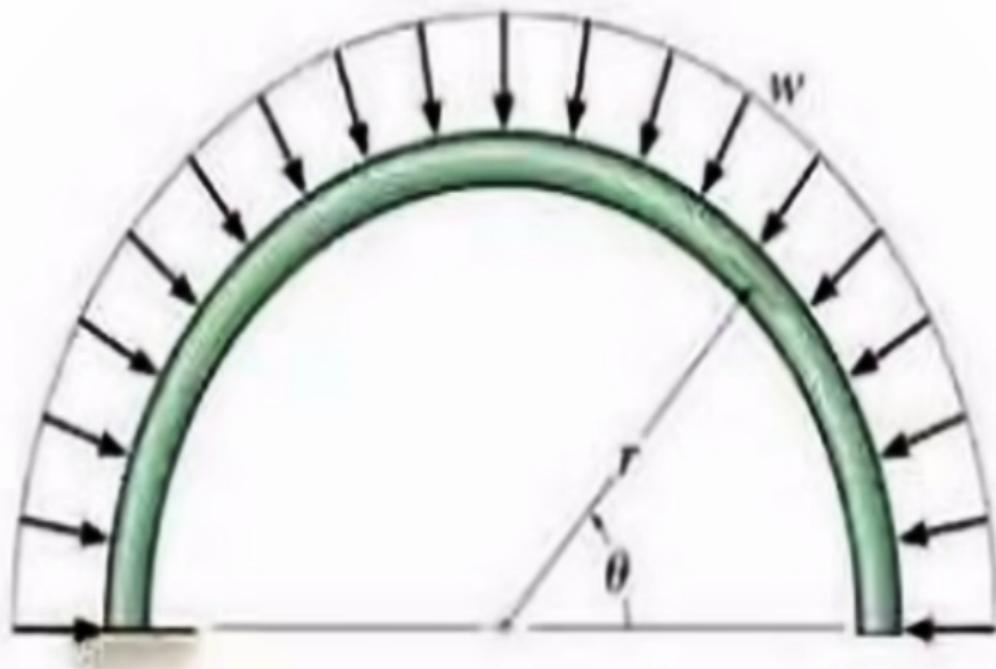


Fig. 7-12

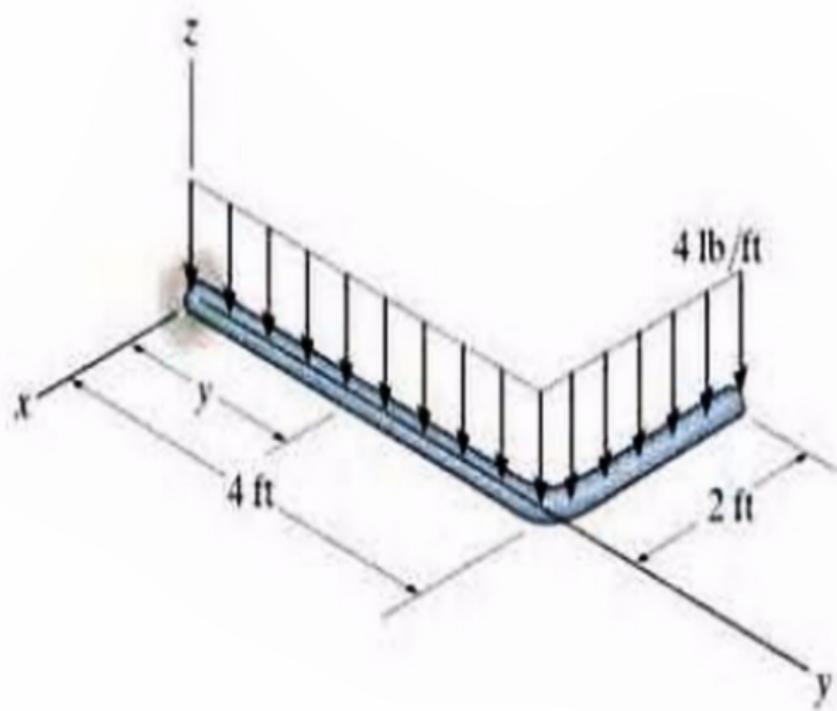
Exemplos de Exercícios Avaliativos



Exemplos de Exercícios Avaliativos



Exemplos de Exercícios Avaliativos



Exemplos de Exercícios Avaliativos

