

LUCIANO KIYOSHI ARAKI
TM-225 LINGUAGEM DE PROGRAMAÇÃO I
TURMA B
2009/1

Sumário

ENUNCIADO DO PROBLEMA (Exemplo 7.17).....	3
O foguete Saturno V, usado no programa Apolo de exploração da lua, tem uma massa inicial m_i igual a $2,85 \times 10^6$ kg e uma carga útil de 27%. A taxa de combustão $ dm/dt $ é $13,84 \times 10^3$ kg/s e o empuxo F_{em} é 34×10^6 N. Achar (a) a velocidade de exaustão dos gases, (b) o tempo de combustão do combustível t_b , (c) a aceleração inicial na partida, (d) a aceleração no final da queima, em t_b e (e) a velocidade final do foguete.	3
REFERÊNCIAS	5

ENUNCIADO DO PROBLEMA (Exemplo 7.17)

O foguete Saturno V, usado no programa Apollo de exploração da lua, tem uma massa inicial m_i igual a $2,85 \times 10^6$ kg e uma carga útil de 27%. A taxa de combustão $|dm/dt|$ é $13,84 \times 10^3$ kg/s e o empuxo F_{em} é 34×10^6 N. Achar (a) a velocidade de exaustão dos gases, (b) o tempo de combustão do combustível t_b , (c) a aceleração inicial na partida, (d) a aceleração no final da queima, em t_b e (e) a velocidade final do foguete.

Solução:

Tabela 1: Dados do problema.

Grandeza	Magnitude	Unidade
Massa inicial (m_i)	$2,85 \times 10^6$	kg
Carga útil	27	%
Taxa de combustão $ dm/dt $	$13,84 \times 10^3$	kg/s
Empuxo F_{em}	34×10^6	N

Conceitos físicos:

- Propulsão a jato (equação do foguete):

$$m \frac{dv}{dt} = u_{ex} \left| \frac{dm}{dt} \right| + F_{ext} \quad (7.47)$$

- Empuxo:

$$F_{em} = u_{ex} \left| \frac{dm}{dt} \right| \quad (7.48)$$

(a) A velocidade de exaustão se calcula pela Eq. (7.48)

$$u_{ex} = \frac{F_{em}}{|dm/dt|} = \frac{34 \times 10^6 \text{ N}}{13,84 \times 10^3 \text{ kg/s}} = 2,46 \text{ km/s}$$

(b) Uma vez que a carga útil é 27%, a massa do combustível queimado é 73% da massa inicial, ou $m_{comb} = (0,73)(2,85 \times 10^6) = 2,08 \times 10^6$ kg. O tempo de queima desta quantidade de combustível à taxa de $13,84 \times 10^3$ kg/s é

$$t_b = \frac{2,08 \times 10^6 \text{ kg}}{13,84 \times 10^3 \text{ kg/s}} = 150 \text{ s}$$

(c) A aceleração inicial é

$$\frac{dv}{dt} = -g + \frac{u_{ex}}{m_i} \left| \frac{dm}{dt} \right|$$

$$\begin{aligned} \frac{dv}{dt} &= -9,81 \text{ m/s}^2 + \frac{2,46 \text{ km/s}}{2,85 \times 10^6 \text{ kg}} (13,84 \times 10^3 \text{ kg/s}) \\ &= -9,81 \text{ m/s}^2 + 11,95 \text{ m/s}^2 = 2,14 \text{ m/s}^2 \approx 0,21 \text{ g} \end{aligned}$$

(d) No término da queima, a massa final é $m_f = (0,27)(2,85 \times 10^6 \text{ kg}) = 7,70 \times 10^5 \text{ kg}$, de modo que a aceleração é

$$\frac{dv}{dt} = -g + \frac{u_{ex}}{m_f} \left| \frac{dm}{dt} \right|$$

$$\begin{aligned} \frac{dv}{dt} &= -9,81 \text{ m/s}^2 + \frac{2,46 \text{ km/s}}{7,70 \times 10^5 \text{ kg}} (13,84 \times 10^3 \text{ kg/s}) \\ &= -9,81 \text{ m/s}^2 + 44,26 \text{ m/s}^2 \\ &= 34,4 \text{ m/s}^2 \approx 3,5 \text{ g} \end{aligned}$$

(e) A velocidade final do foguete é

$$v_f = u_{ex} \ln \frac{m_i}{m_f} - g t_b$$

$$\begin{aligned} v_f &= (2,46 \text{ km/s}) \ln \frac{m_i}{0,27 m_i} - (9,81 \text{ m/s}^2)(150 \text{ s}) \\ &= 3,22 \text{ km/s} - 1,47 \text{ km/s} \\ &= 1,75 \text{ km/s} \end{aligned}$$

REFERÊNCIAS

TIPLER, P. **FÍSICA PARA CIENTISTAS E ENGENHEIROS**. v. 1. 3 ed. Rio de Janeiro: LTC Editora, 1995.