

AULA 10

Volume II do Livro Texto

CONTEÚDO:

- *Capítulo 4*

Dilatação Térmica e Flexibilidade das Tubulações.

- *Capítulo 5*

Cálculo da Flexibilidade pelo Método da Viga em Balanço Guiada.

DILATAÇÃO TÉRMICA E FLEXIBILIDADE DAS TUBULAÇÕES

1 – Tensões Internas e Reações Provenientes da Dilatação Térmica

Supondo um tubo reto fixado nos dois extremos. Se ele sofrer um aumento de temperatura, como ele não pode dilatar, exercerá um empuxo sobre os pontos de fixação.

O valor deste empuxo será equivalente à força de compressão, capaz de comprimir um tubo de comprimento igual.

Pela expressão da Lei de Hooke, teremos:

$$\frac{P/A}{\delta/L} = E \quad \text{Onde:}$$

P = Empuxo sobre os pontos de fixação
 A = Área de material da seção transversal do tubo
 δ = Dilatação livre do tubo
 L = Comprimento do tubo
 E = Módulo de elasticidade do material

$P/A = S$ → Tensão interna

$\delta/L = e$ → Dilatação unitária que é função : → ΔT
Material

Das relações acima, tem-se:

$S/e = E$, ou $S = Ee$ e também que: $P = AS$

Exemplo

Tubo de aço carbono Ø 10" série 40, sendo aquecido de 0°C a 100°C

Para ΔT de 100°C, temos:

$e = 1,083 \text{ mm/m}$, ou $e = 0,001083 \text{ mm/mm}$
 $E = 2 \times 10^5 \text{ MPa}$

Como $S = Ee$ $S = 200000 \text{ MPa} \times 0,001083 \text{ mm/mm}$ $S = 216,6 \text{ MPa}$ ou
 $S \cong 2166 \text{ Kgf/cm}^2$

Sendo $76,8 \text{ cm}^2$ o valor de A , temos:
 $P = AS$ $P = 76,8 \text{ cm}^2 \times 2166 \text{ Kgf/cm}^2$ $P = 166132 \text{ Kgf}$
 $P = 166 \text{ T}$

NOTA : A DILATAÇÃO UNITÁRIA DO AÇO CARBONO E DE OUTROS AÇOS FERRÍTICOS (*inclusive o inox.*) PODE SER TOMADA APROXIMADAMENTE COMO SENDO DE 1mm PARA CADA METRO DE COMPRIMENTO E A CADA 100°C ATÉ O LIMITE DE 500°C.
 ASSIM UMA TUBULAÇÃO DE 30 m DE COMPRIMENTO A 400°C SOFRERÁ UMA DILATAÇÃO DE APROXIMADAMENTE 120 mm.

2 – Meios de Controlar a Dilatação Térmica

1. Trajeto da tubulação afastando-se da linha reta.
2. Uso de elementos deformáveis intercalados na tubulação.
3. Pretensionamento

3 – Flexibilidade das Tubulações

A FLEXIBILIDADE DE UMA TUBULAÇÃO É DEFINIDA PELA SUA CAPACIDADE DE ABSORVER AS DILATAÇÕES TÉRMICAS POR MEIO DE SIMPLES DEFORMAÇÕES NOS SEUS DIVERSOS TRECHOS.

Diz-se que uma tubulação é tanto mais flexível quanto menores forem as tensões provenientes dessas deformações.

UMA TUBULAÇÃO TÊM FLEXIBILIDADE QUANDO AS TENSÕES RESULTANTES DAS DILATAÇÕES TÉRMICAS FOREM MENORES QUE OS VALORES MÁXIMOS ADMISSÍVEIS.

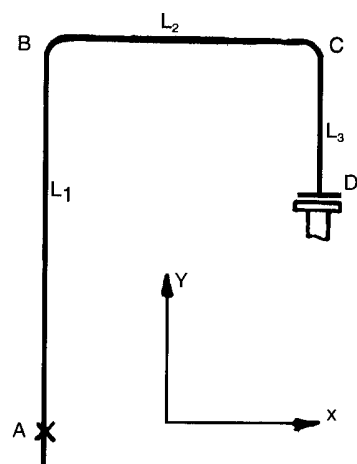
PARA QUALQUER TUBULAÇÃO, A FLEXIBILIDADE SERÁ TANTO MAIOR QUANTO MENOR FOR O MOMENTO DE INÉRCIA DA SEÇÃO TRANSVERSAL DO TUBO.
(Quanto menores forem o diâmetro e a espessura de parede do tubo)

4 – Movimentos de Pontos Extremos de uma Tubulação

OS MOVIMENTOS DOS PONTOS EXTREMOS PODEM AGRAVAR OU ATENUAR O EFEITO DA DILATAÇÃO TÉRMICA
(É preciso analisar o efeito causado pelo movimento do bocal do equipamento juntamente com o cálculo das tensões resultantes)

No desenho ao lado, onde L_1 é maior que L_3 , em relação ao deslocamento do ponto **D**, temos:

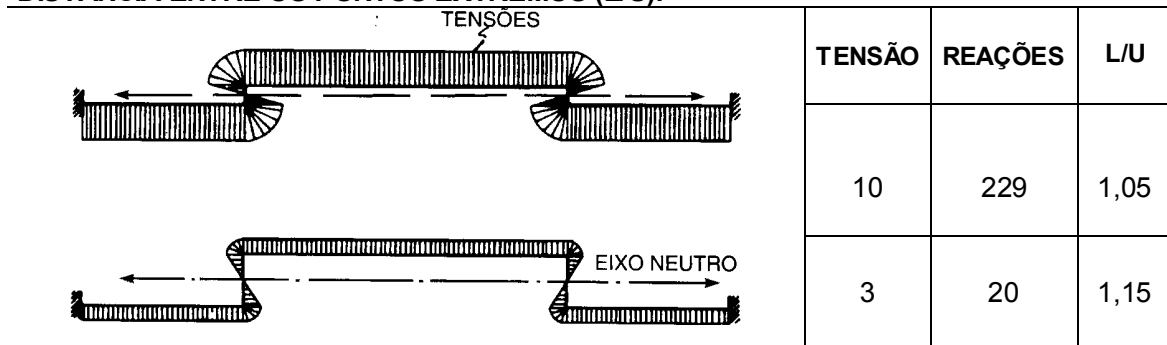
- Se o ponto **D** mover-se para cima, o seu deslocamento deverá ser subtraído da dilatação total na direção **y**.
- Se, pelo contrário, o ponto **D** mover-se para baixo, o valor desse deslocamento deverá ser somado à dilatação na direção de **y**.



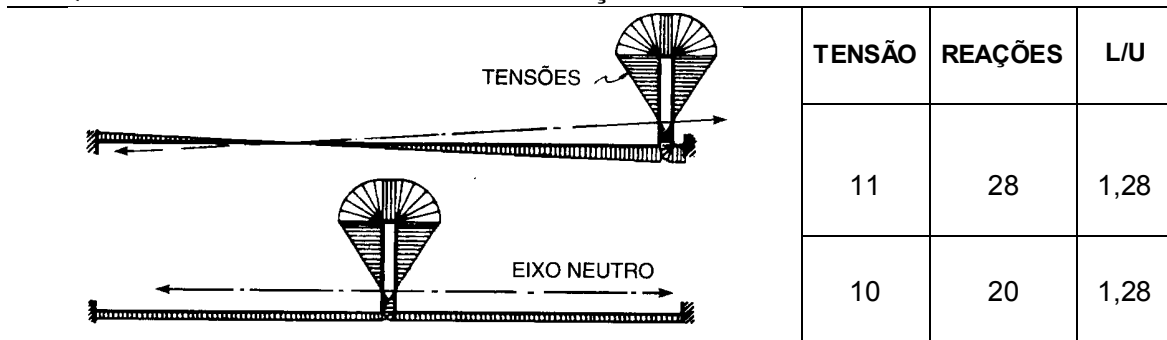
5 – Influência do Traçado na Flexibilidade das Tubulações

(Uma tubulação será mais flexível)

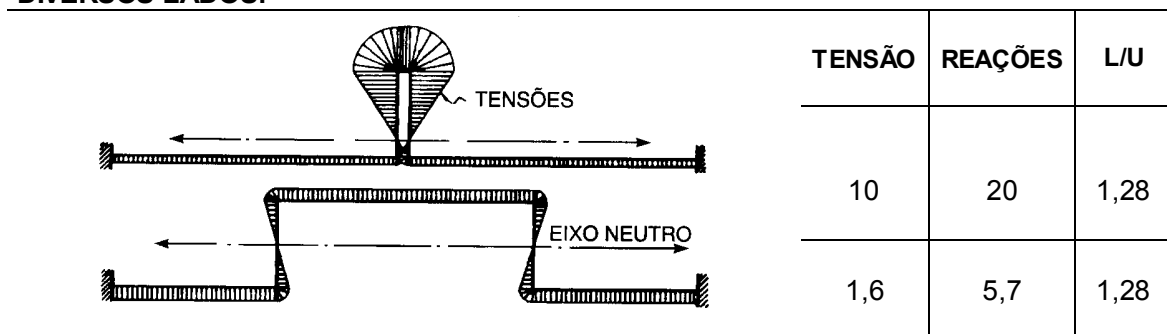
1 - QUANTO MAIOR FOR SEU COMPRIMENTO DESENVOLVIDO EM RELAÇÃO À DISTÂNCIA ENTRE OS PONTOS EXTREMOS (L/U).



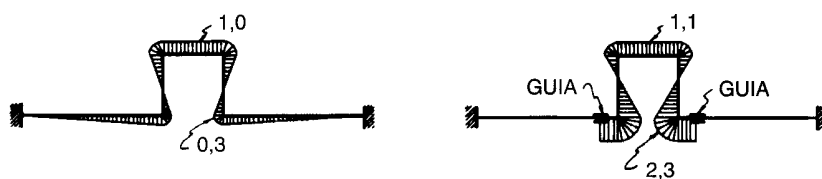
2 - QUANTO MAIS SIMÉTRICO FOR SEU TRAÇADO.



3 - QUANTO MENORES FOREM AS DESPROPORÇÕES ENTRE OS SEUS DIVERSOS LADOS.



4 – QUANTO MAIOR LIBERDADE HOUVER DE MOVIMENTOS



6 – Cálculo de Flexibilidade

É O CÁLCULO DAS TENSÕES INTERNAS E DAS REAÇÕES NOS PONTOS COM RESTRIÇÃO DE MOVIMENTOS, PROVENIENTES DAS DILATAÇÕES TÉRMICAS.

O CÁLCULO É FEITO SEPARADAMENTE PARA CADA TRECHO DE TUBULAÇÃO ENTRE DOIS PONTOS DE ANCORAGEM.

7 – Casos de Dispensa do Cálculo de Flexibilidade

1. Quando a tubulação for duplicata exata de outra já calculada ou existente
2. Quando a tubulação for semelhante e com condições mais favoráveis de flexibilidade. *(Por exemplo, uma tubulação de mesmo traçado geométrico de outra de maior diâmetro e de mesma temperatura, ou de outra de mesmo diâmetro com temperatura mais elevada.)*
3. Tubulações trabalhando em temperatura ambiente, não expostas ao sol e não sujeitas a lavagem com vapor.
4. Tubulações enterradas.

8 – Verificação e Melhoria da Flexibilidade das Tubulações

O CÁLCULO DA FLEXIBILIDADE É UM MÉTODO DE VERIFICAÇÃO E NÃO DE DIMENSIONAMENTO DIRETO, OU SEJA, DESENHA-SE UMA DETERMINADA CONFIGURAÇÃO E, EM SEGUIDA, VERIFICA-SE A FLEXIBILIDADE.

Se as tensões ou as reações estiverem acima dos valores admissíveis, duas soluções podem ser tentadas, na seguinte ordem de preferência:

1. SUPRIMIR OS DISPOSITIVOS DE RESTRIÇÃO DE MOVIMENTO QUE PUDEM SER DISPENSADOS, E/OU MODIFICAR O TIPO OU A LOCALIZAÇÃO DESTES DISPOSITIVOS.
2. ALTERAR A CONFIGURAÇÃO POR OUTRA MAIS FLEXÍVEL.

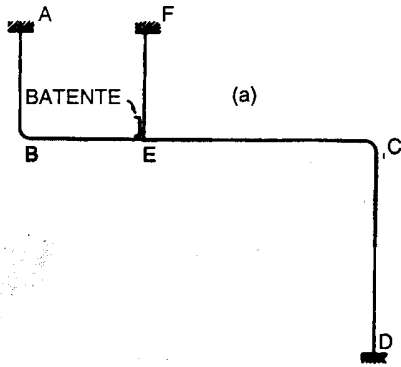
EXEMPLOS DA SOLUÇÃO 1:

- Suprimir os dispositivos de restrição que não sejam realmente indispensáveis.
- Substituir uma ancoragem por uma guia ou um batente.
- Modificar a posição de uma ancoragem, uma guia ou um batente.
- Substituir um suporte móvel por um suporte fixo.

EXEMPLOS DA SOLUÇÃO 2:

- Diminuir as desproporções entre os diversos lados.
- Melhorar a simetria do traçado.
- Aumentar o comprimento total da tubulação.

9 – Exemplos de Alguns Casos Particulares de Traçado



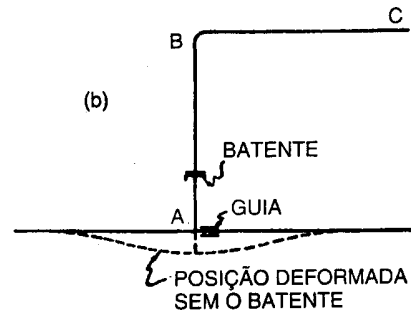
NOS TRECHOS CURTOS DE TUBOS, PODEM OCORRER TENSÕES EXCESSIVAS, MESMO QUANDO EXISTE FLEXIBILIDADE NA TUBULAÇÃO

Na figura ao lado, o trecho CD é bastante grande para absorver a dilatação do trecho BC. Entretanto, nos trechos AB e FE, em função da dilatação do trecho BC, podem ocorrer tensões excessivas conseqüentes do deslocamento para esquerda dos pontos B e E.

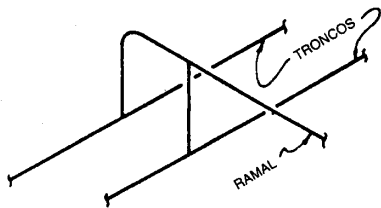
A solução para o caso poderá ser a colocação de um batente ao ponto E, para impedir o deslocamento do tubo para a esquerda.

NAS TUBULAÇÕES COM RAMAIS LONGOS PODEM OCORRER TENSÕES EXCESSIVAS CAUSADA PELA FLEXÃO DA LINHA DEVIDO A DILATAÇÃO DO RAMAL.

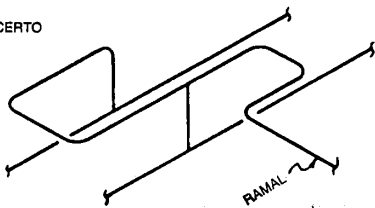
Na figura ao lado, mesmo que o trecho BC tenha comprimento para absorver a dilatação do trecho AB, poderá haver uma flexão exagerada da linha tronco. A solução pode ser a colocação de uma guia próxima do ponto A ou de um batente conforme indicado no desenho.



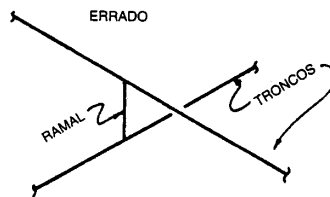
ERRADO



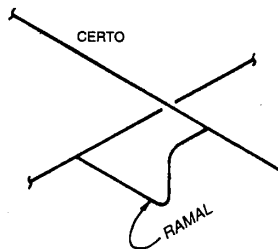
CERTO



ERRADO



CERTO



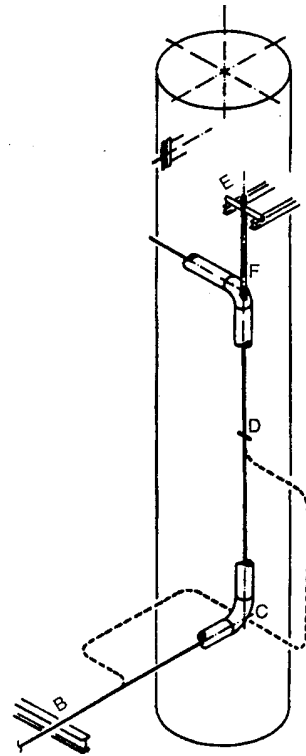
NOS RAMAIS LIGADOS A DUAS LINHAS TRONCOS É PRECISO TER CUIDADO COM A DILATAÇÃO DIFERENCIAL DAS LINHAS TRONCO.

A figura ao lado mostra as modificações de traçado para melhorar a flexibilidade

LINHAS VERTICAIS AO LONGO DE VASOS EM TEMPERATURA ELEVADA.

NA FIGURA AO LADO:

- Se a altura do bocal não for muito grande, de forma que o peso da linha possa ficar sobre o bocal, a solução mais simples será ter um trecho horizontal BC capaz de absorver, por flexão, a dilatação do trecho vertical.
- Se o trecho BC precisar ser muito grande, ocasionando um peso excessivo no bocal, pode ser colocado um suporte de molas no ponto C.
- Se os pesos forem ainda maiores, poderá ser necessário colocar outros suportes de molas, no ponto D, por exemplo.
- Para dilatações maiores, conservando-se a posição do ponto B, pode ser dada maior flexibilidade modificando o traçado do trecho horizontal e/ou do trecho vertical, como mostram as linhas tracejadas da figura.
- No caso anterior, será preferível colocar uma ancoragem intermediária no próprio vaso (próximo ao ponto C) para isolar os dois trechos, e fazer as curvas de expansão trabalharem independentemente.
- Se o peso total da tubulação não for muito grande, de forma a poder ser suportado por um único ponto, uma solução simples consistirá em colocar um suporte fixo, no ponto E, por exemplo.



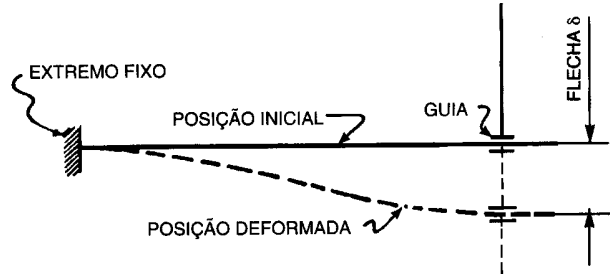
CÁLCULO DA FLEXIBILIDADE PELO MÉTODO DA VIGA EM BALANÇO GUIADA

O MÉTODO DA VIGA EM BALANÇO GUIADA É APROXIMADO QUE PODE SER APLICADO PARA QUAISQUER CONFIGURAÇÕES, PLANAS OU ESPACIAIS, QUE SATISFAÇAM A TODAS AS SEGUINTESS CONDIÇÕES:

1. Todos os lados sejam retos e paralelos a uma das três direções ortogonais.
2. Todos os lados façam ângulos retos entre si.
3. Todos os lados sejam constituídos por tubos de mesmo material e mesmo momento de inércia (*Mesmo diâmetro e mesma espessura de parede*).
4. O sistema tenha somente dois pontos de fixação, situados em seus extremos, e nenhuma restrição intermediária.

1 – Hipóteses Simplificativas:

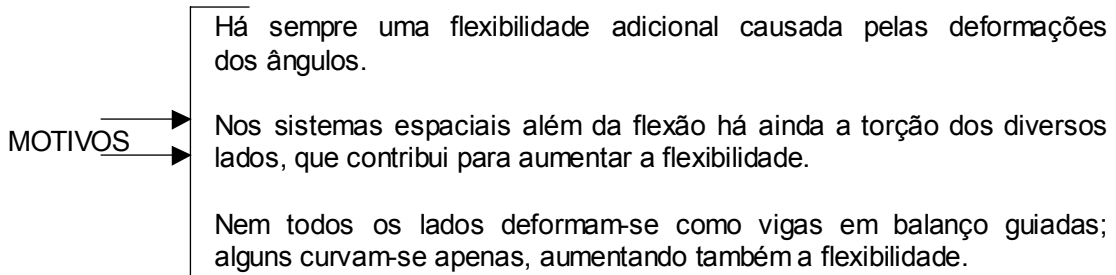
1. Todos os lados se deformam sem que haja deformações ou rotações nos ângulos, que permanecem retos com os lados paralelos. Isto é, os lados se deformam como se fossem vigas em balanço com os extremos guiados.



2. A dilatação total que se dá em cada uma das direções ortogonais, isto é a soma das dilatações dos lados paralelos a essa direção, é integralmente absorvida pela flexão dos lados paralelos às outras duas direções ortogonais.
3. Não são levadas em consideração as torções que se dão nos diversos lados de uma configuração tridimensional.

2 – Resultados do Método da Viga em Balanço Guiada

OS RESULTADOS OBTIDOS SÃO EM GERAL CONSERVATIVOS
(Os valores obtidos são em geral superiores aos valores efetivos)

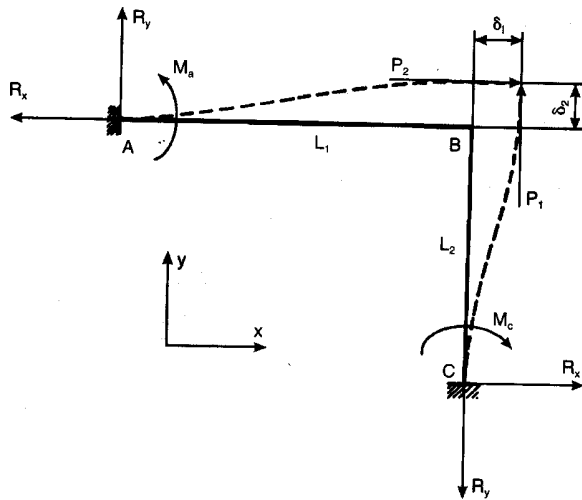


3 – Configuração Simples em L

CONSIDERANDO UMA TUBULAÇÃO EM L SIMPLES, ANCORADA NOS DOIS EXTREMOS.

COMO É SUPOSTO QUE NÃO EXISTE DEFORMAÇÃO NOS ÂNGULOS, A DILATAÇÃO DE UM LADO VAI PRODUZIR UMA FLEXÃO NO OUTRO LADO, CUJA FLECHA SERÁ A REFERIDA DILATAÇÃO.

(A flecha que cada lado é capaz de suportar é proporcional ao cubo de seu comprimento; assim, aumentando-se o comprimento em 10% a sua flexibilidade é aumentada em 33%)



Assim, a flecha a que o lado L_1 estará submetido será a dilatação δ_2 do lado L_2 e vice-versa.

A expressão da flecha em uma viga em balanço com o extremo guiado é:

$$\delta = \frac{PL^3}{12EI} \quad (1)$$

Onde:

P = força aplicada no extremo da viga

L = comprimento do lado

E = módulo de elasticidade do material

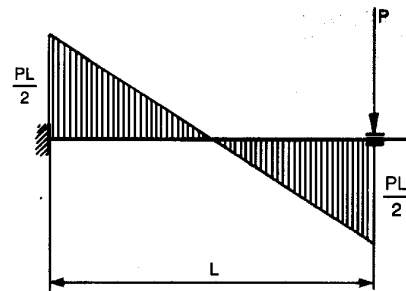
I = momento de inércia do tubo

Do diagrama dos momentos mostrado na figura ao lado, temos que:

$$M = \frac{PL}{2} \quad (2)$$

Onde:

M = momento fletor máximo



PARA TUBOS, SENDO J O MÓDULO DE RESISTÊNCIA À FLEXÃO E M O MOMENTO FLETOR, A TENSÃO S NA FIBRA EXTERNA DO MATERIAL SERÁ:

$$S = \frac{M}{J} \quad \text{e} \quad J = \frac{I}{\frac{D}{2}} ; \text{daí temos: } S = \frac{MD}{2I} \quad (3) \quad \text{e} \quad M = \frac{2SI}{D} \quad (4)$$

AJEITANDO (1) PARA CONTER (2) E (4), TEMOS:

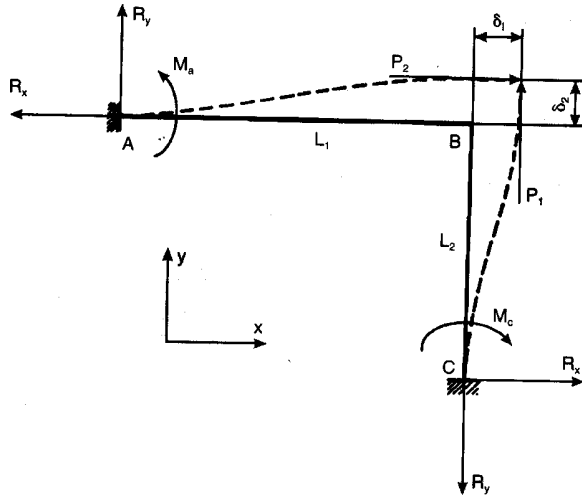
$$\delta = \frac{PL^3}{12EI} = \frac{\frac{PL}{2}L^2}{6EI} = \frac{ML^2}{6EI} = \frac{2SIL^2}{6EID} \longrightarrow \delta = \frac{SL^2}{3ED} \quad (5) \quad \text{OU} \quad S = \frac{3ED\delta}{L^2} \quad (6)$$

A EQUAÇÃO (6) DETERMINA A TENSÃO MÁXIMA S EM UM LADO DE COMPRIMENTO L , QUANDO SUBMETIDO À UMA FLECHA δ

COMO A NORMA ANSI/ASME B.31 ESTABELECE QUE OS CÁLCULOS DAS TENSÕES SEJA FEITO COM O MÓDULO DE ELASTICIDADE CORRESPONDENTE À TEMPERATURA MÍNIMA DO CICLO TÉRMICO, TEMOS:

$$S = \frac{3E_c D \delta}{L^2} \quad (6)$$

As tensões máximas S_1 e S_2 nos dois lados L_1 e L_2 serão:



$$S_1 = \frac{3E_c D \delta_2}{L_1^2} \quad S_2 = \frac{3E_c D \delta_1}{L_2^2}$$

Onde as dilatações δ_1 e δ_2 serão:

$$\delta_1 = eL_1 \quad \delta_2 = eL_2$$

em que e é o coeficiente de dilatação unitária do material para a variação de temperatura em questão.

Portanto:

$$S_1 = \frac{3E_c D e L_2}{L_1^2} \quad S_2 = \frac{3E_c D e L_1}{L_2^2}$$

Fazendo $3E_c D e = K$, temos:

$$S_1 = \frac{KL_2}{L_1^2} \quad S_2 = \frac{KL_1}{L_2^2}$$

A CONSTANTE K TEM OS SEGUINTE VALORES PRÁTICOS:

$$K = \frac{3E_c D e}{10^6} \quad \text{para} \quad \begin{array}{l} S \text{ e } E_c \text{ em MPa} \\ L \text{ em m} \end{array} \quad \begin{array}{l} D \text{ e } \delta \text{ em mm} \\ e \text{ em mm/m} \end{array}$$

$$K = \frac{3E_c D e}{10^4} \quad \text{para} \quad \begin{array}{l} S \text{ e } E_c \text{ em Kgf/cm}^2 \\ L \text{ em m} \end{array} \quad \begin{array}{l} D \text{ e } \delta \text{ em mm} \\ e \text{ em mm/m} \end{array}$$

$$K = \frac{E_c D e}{48} \quad \text{para} \quad \begin{array}{l} S \text{ e } E_c \text{ em psi} \\ L \text{ em pés} \end{array} \quad \begin{array}{l} D \text{ e } \delta \text{ em pol.} \\ e \text{ em pol./pés} \end{array}$$

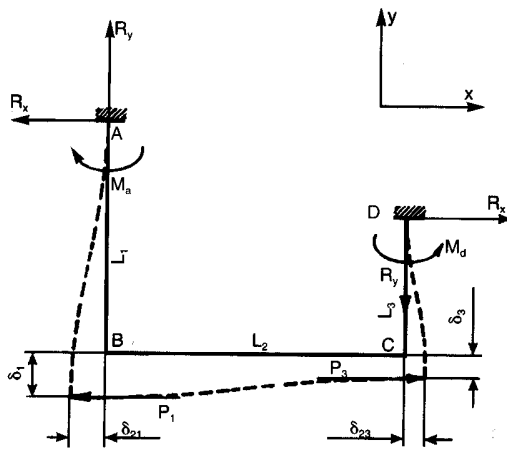
AS REAÇÕES $R_x = |P_2|$ QUE ESTÁ FLETINDO O LADO L_2 E $R_y = |P_1|$ QUE ESTÁ FLETINDO O LADO L_1 .

Dá equação (2), temos que $P = \frac{2M}{L}$, então $R_x = P_2 = \frac{2M_c}{L_2}$ e $R_y = P_1 = \frac{2M_a}{L_1}$

DA EQUAÇÃO (4) TEMOS QUE OS MOMENTOS DE REAÇÃO SERÃO:

$M_a = \frac{2IS_1}{D} \frac{E_h}{E_c}$	Fazendo	$M_a = CS_1$	$C = \frac{20I}{D} \frac{E_h}{E_c}$	M em m.N	
A norma ANSI B.31 Fixa o cálculo das reações com E_c	resulta:	$M_c = CS_2$	Onde:	$\frac{2I}{10D} \frac{E_h}{E_c} = C$	R em N
				$C = \frac{I}{6D} \frac{E_h}{E_c}$	I em cm⁴
$M_c = \frac{2IS_2}{D} \frac{E_h}{E_c}$				M em m.Kgf	
				R em Kgf	
				I em cm⁴	
				M em pé.lbf	
				R em lbf	
				I em pol.⁴	

4 – Configuração em U



FLECHAS:

Lado $L_1 = \delta_{21}$

Lado $L_2 = \delta_1 - \delta_3 \Rightarrow e(L_1 - L_3)$

Lado $L_3 = \delta_{23}$

ONDE:

$\delta_{21} + \delta_{23} = \delta_2$ E $\delta_2 = eL_2$

(A distribuição da dilatação δ_2 se fará de acordo com a flexibilidade do lado, que é proporcional ao cubo de seu comprimento)

ASSIM: $\frac{\delta_{21}}{\delta_{23}} = \frac{L_1^3}{L_3^3}$ (7)

DA EXPRESSÃO (7) TIRA-SE SUCESSIVAMENTE:

$\frac{\delta_{21} + \delta_{23}}{\delta_{21}} = \frac{L_1^3 + L_3^3}{L_1^3} \Rightarrow \frac{\delta_2}{\delta_{21}} = \frac{L_1^3 + L_3^3}{L_1^3} \Rightarrow \delta_{21} = \delta_2 \frac{L_1^3}{L_1^3 + L_3^3} \Rightarrow \delta_{21} = eL_2 \frac{L_1^3}{L_1^3 + L_3^3}$ (8)

ANALOGAMENTE TEM-SE

$\delta_{23} = eL_2 \frac{L_3^3}{L_1^3 + L_3^3}$ (9)

(As expressões (8) e (9) dão a distribuição da dilatação do lado L_2 sobre cada um dos lados L_1 e L_3)

SUBSTITUINDO OS VALORES DAS FLECHAS NA EXPRESSÃO (6) TEM-SE AS TENSÕES MÁXIMAS EM CADA LADO:

Lado $L_1 \longrightarrow S_1 = \frac{3E_c D \delta_{21}}{L_1^2} = \frac{3E_c D e L_2 L_1}{L_1^2 + L_3^2} = K \frac{L_2 L_1}{L_1^2 + L_3^2}$

Lado $L_2 \longrightarrow S_2 = \frac{3E_c D (\delta_1 - \delta_3)}{L_2^2} = \frac{3E_c D e (L_1 - L_3)}{L_2^2} = K \frac{L_1 - L_3}{L_2^2}$

Lado $L_3 \longrightarrow S_3 = \frac{3E_c D \delta_{23}}{L_3^2} = \frac{3E_c D e L_2 L_3}{L_1^2 + L_3^2} = K \frac{L_2 L_3}{L_1^2 + L_3^2}$

PARA QUE O SISTEMA TENHA FLEXIBILIDADE DEVE-SE TER AS TENSÕES MÁXIMAS INFERIORES À TENSÃO ADMISSÍVEL S_a .

CÁLCULO DOS MOMENTOS E FORÇAS DE REAÇÃO:

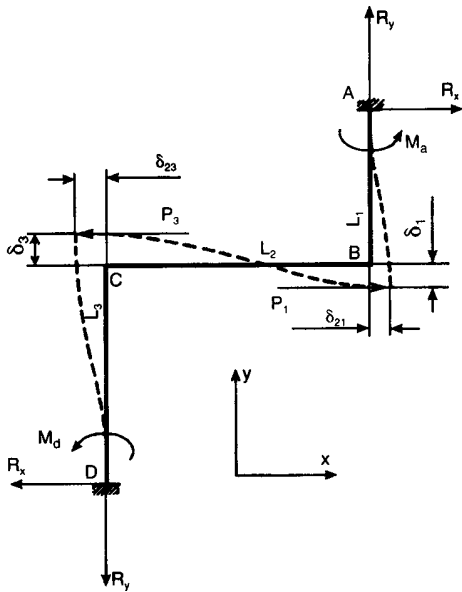
$M_a = \frac{2IS_1}{D} \frac{E_h}{E_c} = CS_1$	$R_{xa} = P_1 = \frac{2M_a}{L_1}$	$R_{xa} = R_{xd}$
$M_d = \frac{2IS_3}{D} \frac{E_h}{E_c} = CS_3$	$R_{xd} = P_3 = \frac{2M_d}{L_3}$	

As forças de reação R_y serão iguais, em valor absoluto, às forças que estão fletindo o lado L_2

$\longrightarrow R_y = \frac{2CS_2}{L_2}$

5 – Configuração em Z

DE MANEIRA ANÁLOGA À CONFIGURAÇÃO EM “U” A DILATAÇÃO DO LADO L_2 SERÁ DISTRIBUÍDA NOS LADOS L_1 E L_3 POREM, A FLECHA IMPOSTA AO LADO L_2 É A SOMA DAS DILATAÇÕES DOS L_1 E L_3 : $\delta_2 = \delta_1 + \delta_3$.



AS TENSÕES MÁXIMAS DE CADA LADO SERÃO:

LADO L_1 $S_1 = K \frac{L_2 L_1}{L_1^3 + L_3^3}$

LADO L_2 $S_2 = K \frac{L_1 + L_3}{L_2^2}$

LADO L_3 $S_3 = K \frac{L_2 L_3}{L_1^3 + L_3^3}$

MOMENTOS E REAÇÕES:

$M_a = CS_1$ $R_x = \frac{2M_a}{L_1} = \frac{2M_d}{L_3}$

$M_d = CS_3$

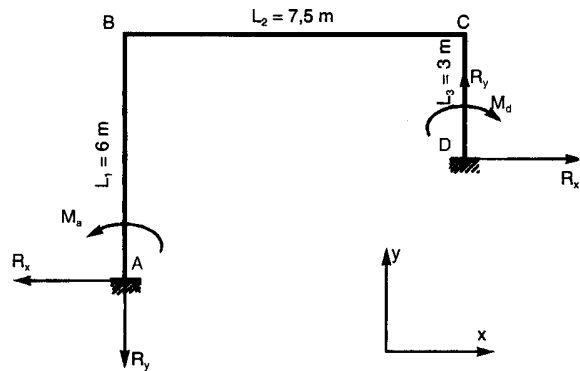
$R_y = \frac{2CS_2}{L_2}$

6 – Exemplo Numérico

VERIFICAR A FLEXIBILIDADE E CALCULAR AS REAÇÕES DA CONFIGURAÇÃO INDICADA AO LADO. (Considerar indústria química)

DADOS:

- Tubo: 6” série 40
- Material: Aço-carbono ASTM A-53 Gr.A
- Norma: ANSI/ASME B.31.3
- Temperatura de projeto: 360°C



DAS TABELAS APROPRIADAS TIRA-SE:

- Dilatação unitária: $e = 4,6 \text{ mm/m}$ → ANEXO 1 DA AULA 10
- Módulo de Elasticidade: a 360 °C $E_h = 1,74 \times 10^5 \text{ MPa}$
a 40 °C $E_c = 2 \times 10^5 \text{ MPa}$ → ANEXO 5 DA AULA 9
- Diâmetro externo: $D = 168,2 \text{ mm}$
• Momento de inércia: $I = 1170 \text{ cm}^4$ → ANEXO 1 DA AULA 1
- Tensão admissível: a 360 °C $S_h = 99,3 \text{ MPa}$
a 40 °C $S_c = 110,3 \text{ MPa}$ → ANEXO 4 DA AULA 9

A TENSÃO ADMISSÍVEL SERÁ :

$$S_a = f(1,25S_c + 0,25S_h) \Rightarrow S_a = 1,0(1,25 \times 110,3 + 0,25 \times 99,3) = 162,7 \text{ MPa}$$

AS CONSTANTES PARA O CÁLCULO DAS TENSÕES E DAS REAÇÕES SERÃO:

$$K = \frac{3E_c D e}{10^6} \Rightarrow K = \frac{3 \times 2 \times 10^5 \times 168,2 \times 4,6}{10^6} = 464,2$$

$$C = \frac{20I}{D} \frac{E_h}{E_c} \Rightarrow C = \frac{20 \times 1170}{168,2} \frac{1,74 \times 10^5}{2 \times 10^5} = 121$$

CÁLCULO DAS TENSÕES MÁXIMAS

$$\text{Lado } L_1 \quad \longrightarrow \quad S_1 = K \frac{L_2 L_1}{L_1^3 + L_3^3} = 464,2 \frac{7,5 \times 6}{6^3 + 3^3} = 85,9 \Rightarrow S_1 = 85,9 \text{ MPa}$$

$$\text{Lado } L_2 \quad \longrightarrow \quad S_2 = K \frac{L_1 - L_3}{L_2^2} = 464,2 \frac{6 - 3}{7,5^2} = 24,8 \Rightarrow S_2 = 24,8 \text{ MPa}$$

$$\text{Lado } L_3 \quad \longrightarrow \quad S_3 = K \frac{L_2 L_3}{L_1^3 + L_3^3} = 464,2 \frac{7,5 \times 3}{6^3 + 3^3} = 42,95 \Rightarrow S_3 = 42,95 \text{ MPa}$$

COMO TODAS AS TENSÕES MÁXIMAS SÃO INFERIORES À TENSÃO ADMISSÍVEL S_a SIGNIFICA QUE O SISTEMA TEM FLEXIBILIDADE.

CÁLCULO DOS MOMENTOS E FORÇAS DE REAÇÃO

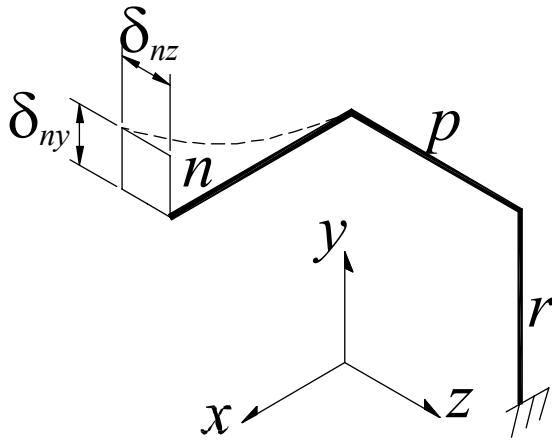
$$M_a = CS_1 = 121,0 \times 85,9 = 10394 \Rightarrow M_a = 10.394 \text{ m.N}$$

$$M_d = CS_3 = 121,0 \times 42,95 = 5197 \Rightarrow M_d = 5.197 \text{ m.N}$$

$$R_x = \frac{2M_a}{L_1} = \frac{2 \times 10.394}{6} = \frac{2M_d}{L_3} = \frac{2 \times 5197}{3} = 3465 \Rightarrow R_x = 3.465 \text{ N}$$

$$R_y = \frac{2CS_2}{L_2} = \frac{2 \times 121,0 \times 24,8}{7,5} = 800 \Rightarrow R_y = 800 \text{ N}$$

7 – Caso Geral de Qualquer Configuração



CADA LADO DO SISTEMA ESTARÁ SUBMETIDO SIMULTANEAMENTE A DUAS FLEXÕES CUJAS FLECHAS SÃO PARALELAS ÀS DUAS DIREÇÕES ORTOGONAIS PERPENDICULARES À DIREÇÃO DO LADO CONSIDERADO.

ASSIM, UM LADO QUALQUER n PARALELO À DIREÇÃO x , ESTARÁ SUBMETIDO A DUAS FLECHAS, UMA δ_{ny} NA DIREÇÃO y E UMA δ_{nz} NA DIREÇÃO z .

AS FÓRMULAS QUE DÃO OS VALORES DAS FLECHAS SÃO:

LADO n	→	$\delta_{ny} = \frac{L_n^3 \Delta_y}{\sum L_x^3 + \sum L_z^3}$	e	$\delta_{nz} = \frac{L_n^3 \Delta_z}{\sum L_x^3 + \sum L_y^3}$
LADO p	→	$\delta_{px} = \frac{L_p^3 \Delta_x}{\sum L_y^3 + \sum L_z^3}$	e	$\delta_{py} = \frac{L_p^3 \Delta_y}{\sum L_x^3 + \sum L_z^3}$
LADO r	→	$\delta_{rx} = \frac{L_r^3 \Delta_x}{\sum L_y^3 + \sum L_z^3}$	e	$\delta_{rz} = \frac{L_r^3 \Delta_z}{\sum L_x^3 + \sum L_y^3}$

$$\begin{matrix} \sum L_x^3 \\ \sum L_y^3 \\ \sum L_z^3 \end{matrix}$$

CORRESPONDEM A VALORES ABSOLUTOS DOS SOMATÓRIOS DOS CUBOS DOS COMPRIMENTOS DE TODOS OS LADOS PARALELOS A CADA UMA DAS DIREÇÕES, x , y E z , RESPECTIVAMENTE.

$$\begin{matrix} \Delta_x \\ \Delta_y \\ \Delta_z \end{matrix}$$

CORRESPONDEM AOS VALORES ABSOLUTOS DAS SOMAS ALGÉBRICAS DAS DILATAÇÕES LINEARES DOS LADOS PARALELOS A CADA UMA DAS DIREÇÕES, x , y E z , COMBINADOS COM A SOMA ALGÉBRICA DOS MOVIMENTOS DOS PONTOS EXTREMOS NESSA MESMA DIREÇÃO, CASO EXISTAM.
(A soma algébrica é feita comparando um sentido de fluxo com o sentido fixado pelas direções ortogonais)

SUBSTITUINDO OS VALORES DAS FLECHAS NA EXPRESSÃO (6), TEM-SE AS TENSÕES MÁXIMAS PARA CADA LADO:

$$\begin{array}{l}
 \text{LADO } n \longrightarrow \left[\begin{array}{l}
 S_{ny} = \frac{3E_c D \delta_{ny}}{L_n^2} = \frac{3E_c D \Delta_y L_n}{\sum L_x^3 + \sum L_z^3} = K_y L_n \\
 S_{nz} = \frac{3E_c D \delta_{nz}}{L_n^2} = \frac{3E_c D \Delta_z L_n}{\sum L_x^3 + \sum L_y^3} = K_z L_n
 \end{array} \right. \\
 \\
 \text{LADO } p \longrightarrow \left[\begin{array}{l}
 S_{py} = \frac{3E_c D \delta_{py}}{L_p^2} = \frac{3E_c D \Delta_y L_p}{\sum L_x^3 + \sum L_z^3} = K_y L_p \\
 S_{px} = \frac{3E_c D \delta_{px}}{L_p^2} = \frac{3E_c D \Delta_x L_p}{\sum L_y^3 + \sum L_z^3} = K_x L_p
 \end{array} \right. \\
 \\
 \text{LADO } r \longrightarrow \left[\begin{array}{l}
 S_{rx} = \frac{3E_c D \delta_{rx}}{L_r^2} = \frac{3E_c D \Delta_x L_r}{\sum L_y^3 + \sum L_z^3} = K_x L_r \\
 S_{rz} = \frac{3E_c D \delta_{rz}}{L_r^2} = \frac{3E_c D \Delta_z L_r}{\sum L_x^3 + \sum L_y^3} = K_z L_r
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

ONDE:

$K_x = \frac{3E_c D \Delta_x}{\sum L_y^3 + \sum L_z^3}$	$K_y = \frac{3E_c D \Delta_y}{\sum L_x^3 + \sum L_z^3}$	$K_z = \frac{3E_c D \Delta_z}{\sum L_x^3 + \sum L_y^3}$
<i>Para utilizar as constantes acima é necessário fazer adequação das unidades, conforme demonstrado na folha 9 desta aula.</i>		

NA REALIDADE A TENSÃO MÁXIMA QUE ATUA EM CADA LADO SERÁ A RESULTANTE VETORIAL DAS DUAS TENSÕES ACIMA REFERIDA.

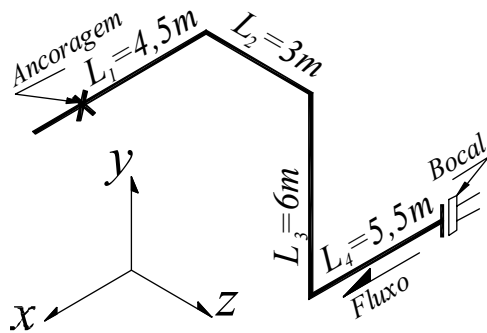
ASSIM, NO LADO n A TENSÃO RESULTANTE SERÁ:

$$S_n = \sqrt{S_{ny}^2 + S_{nz}^2}$$

NA PRÁTICA NÃO SE CALCULA A TENSÃO RESULTANTE PARA COMPENSAR O EFEITO DA TORÇÃO E DA FLEXIBILIDADE NAS MUDANÇAS DE DIREÇÃO DAS TUBULAÇÕES.

As fórmulas das configurações planas L , U e Z são casos particulares das fórmulas acima

8 – Exemplo Numérico



Tubo: Ø 10 série 40
 Material: Aço-carbono ASTM A-106 Gr. A
 Norma: ANSI/ASME. B.31.3
 Temperatura de projeto: 370°C

Das tabelas tiramos:

Dilatação unitária: 4,8 mm/m
 Diâmetro externo: 273 mm
 Módulo de elasticidade: $E_c = 2 \times 10^5$ MPa
 Tensões admissíveis: $S_H = 99,3$ MPa
 $S_c = 110,3$ MPa
 $S_a = 162,7$ MPa

Podemos fazer o seguinte quadro:

Lado	Direção	Sentido	Comprimento L	L^3	Dilatação $\delta = eL$
L_1	x	+	4,5 m	91,1 m ³	21,6 mm
L_2	z	-	3 m	27 m ³	14,4 mm
L_3	y	+	6 m	216 m ³	28,8 mm
L_4	x	+	5,5 m	166,4 m ³	26,4 mm

Calculemos em seguida:

$$\sum L_x^3 = L_1^3 + L_4^3 = 91,1 + 166,4 = 257,5 m^3$$

$$\sum L_y^3 = L_3^3 = 216 m^3$$

$$\sum L_z^3 = L_2^3 = 27 m^3$$

Que resultará:

$$\sum L_x^3 + \sum L_y^3 = 473,5 m^3$$

$$\sum L_x^3 + \sum L_z^3 = 284,5 m^3$$

$$\sum L_y^3 + \sum L_z^3 = 243 m^3$$

Teremos para as dilatações totais:

$$\Delta x = 21,6 + 26,4 = 48 mm$$

$$\Delta y = 28,8 mm$$

$$\Delta z = 14,4 mm$$

Calculemos agora as constantes K_x, K_y, K_z :

$$K_x = \frac{3E_c D \Delta_x}{10^6 (\sum L_y^3 + \sum L_z^3)} \Rightarrow K_x = \frac{3 \times 2 \times 10^5 \times 273 \times 48}{10^6 \times 243} = 32,36 \frac{MPa}{m}$$

$$K_y = \frac{3E_c D \Delta_y}{10^6 (\sum L_x^3 + \sum L_z^3)} \Rightarrow K_y = \frac{3 \times 2 \times 10^5 \times 273 \times 28,8}{10^6 \times 284,5} = 16,58 \frac{MPa}{m}$$

$$K_z = \frac{3E_c D \Delta_z}{10^6 (\sum L_x^3 + \sum L_y^3)} \Rightarrow K_z = \frac{3 \times 2 \times 10^5 \times 273 \times 14,4}{10^6 \times 473,5} = 4,98 \frac{MPa}{m}$$

As tensões máximas serão então:

$$\text{Lado } L_1: \quad S_{1y} = K_y L_1 = 16,58 \frac{\text{MPa}}{\text{m}} \times 4,5\text{m} = 74,61\text{MPa}$$

$$S_{1z} = K_z L_1 = 4,98 \frac{\text{MPa}}{\text{m}} \times 4,5\text{m} = 22,41\text{MPa}$$

$$\text{Lado } L_2: \quad S_{2x} = K_x L_2 = 32,36 \frac{\text{MPa}}{\text{m}} \times 3\text{m} = 97,08\text{MPa}$$

$$S_{2y} = K_y L_2 = 16,58 \frac{\text{MPa}}{\text{m}} \times 3\text{m} = 49,74\text{MPa}$$

$$\text{Lado } L_3: \quad S_{3x} = K_x L_3 = 32,36 \frac{\text{MPa}}{\text{m}} \times 6\text{m} = 194,16\text{MPa}$$

$$S_{3z} = K_z L_3 = 4,98 \frac{\text{MPa}}{\text{m}} \times 6\text{m} = 29,88\text{MPa}$$

$$\text{Lado } L_4: \quad S_{4y} = K_y L_4 = 16,58 \frac{\text{MPa}}{\text{m}} \times 5,5\text{m} = 91,19\text{MPa}$$

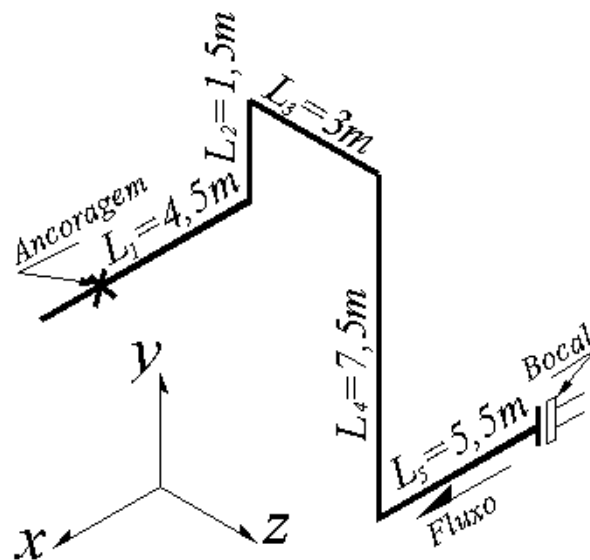
$$S_{4z} = K_z L_4 = 4,98 \frac{\text{MPa}}{\text{m}} \times 5,5\text{m} = 27,39\text{MPa}$$

Comparando os resultados acima com o valor da tensão admissível S_a , vemos que a tensão S_{3x} está superior a S_a . Isto significa que o lado L_3 está sendo submetido a um esforço acima do admissível e que a configuração não tem flexibilidade.

NA PRÁTICA, NÃO HÁ NECESSIDADE DE SE CALCULAR
TODAS AS TENSÕES MÁXIMAS;
BASTA CALCULAR PARA CADA LADO A MAIOR TENSÃO,
QUE SERÁ A CORRESPONDENTE AO MAIOR DOS DOIS VALORES DE K
RELATIVOS AO LADO EM QUESTÃO.

Modificando a configuração como mostrado na figura ao lado, temos um aumento do comprimento desenvolvido de 19 m para 22 m.

Repetindo os cálculos feitos, teremos:



Lado	Direção	Sentido	Comprimento L	L^3	Dilatação $\delta = eL$
L_1	x	+	4,5 m	91,1 m ³	21,6 mm
L_2	y	-	1,5 m	3,4 m ³	7,2 mm
L_3	z	-	3 m	27 m ³	14,4 mm
L_4	y	+	7,5 m	421,8 m ³	36 mm
L_5	x	+	5,5 m	166,4 m ³	26,4 mm

Calculemos em seguida:

$$\sum L_x^3 = L_1^3 + L_5^3 = 91,1 + 166,4 = 257,5 m^3$$

$$\sum L_y^3 = L_2^3 + L_4^3 = 3,4 + 421,8 = 425,2 m^3$$

$$\sum L_z^3 = L_3^3 = 27 m^3$$

Que resultará:

$$\sum L_x^3 + \sum L_y^3 = 682,7 m^3$$

$$\sum L_x^3 + \sum L_z^3 = 284,5 m^3$$

$$\sum L_y^3 + \sum L_z^3 = 452,2 m^3$$

Teremos para as dilatações totais:

$$\Delta x = 21,6 + 26,4 = 48 mm$$

$$\Delta y = -7,2 + 36 = 28,8 mm$$

$$\Delta z = 14,4 mm$$

$$K_x = \frac{3E_c D A_x}{10^6 (\sum L_y^3 + \sum L_z^3)} \Rightarrow K_x = \frac{3 \times 2 \times 10^5 \times 273 \times 48}{10^6 \times 452,2} = 17,39 \frac{MPa}{m}$$

$$K_y = \frac{3E_c D A_y}{10^6 (\sum L_x^3 + \sum L_z^3)} \Rightarrow K_y = \frac{3 \times 2 \times 10^5 \times 273 \times 28,8}{10^6 \times 284,5} = 16,58 \frac{MPa}{m}$$

$$K_z = \frac{3E_c D A_z}{10^6 (\sum L_x^3 + \sum L_y^3)} \Rightarrow K_z = \frac{3 \times 2 \times 10^5 \times 273 \times 14,4}{10^6 \times 682,7} = 3,45 \frac{MPa}{m}$$

Calculando apenas a maior tensão para cada lado, teremos:

$$S_{1y} = K_y L_1 = 16,58 \frac{MPa}{m} \times 4,5 m = 74,6 MPa$$

$$S_{2x} = K_x L_2 = 17,39 \frac{MPa}{m} \times 1,5 m = 26,1 MPa$$

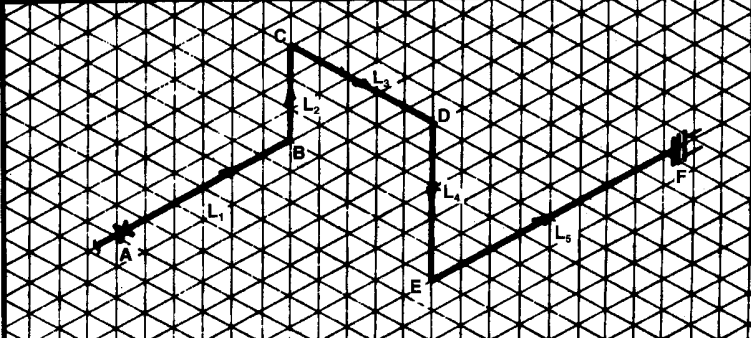
$$S_{3x} = K_x L_3 = 17,39 \frac{MPa}{m} \times 3 m = 52,2 MPa$$

$$S_{4x} = K_y L_2 = 17,39 \frac{MPa}{m} \times 7,5 m = 130,4 MPa$$

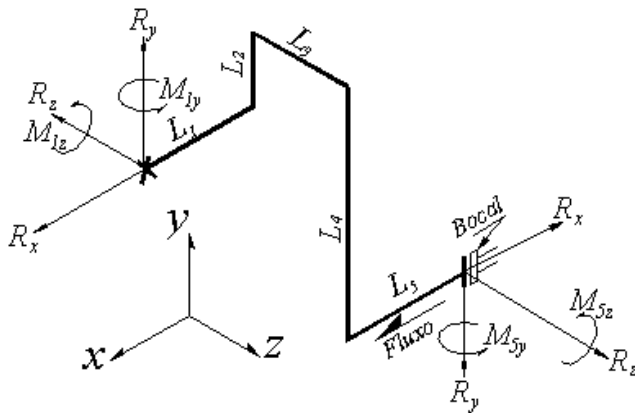
$$S_{5y} = K_x L_3 = 16,58 \frac{MPa}{m} \times 5,5 m = 91,2 MPa$$

Temos agora todas as tensões máximas inferiores 162,7 MPa que é o valor da tensão admissível S_a , onde se conclui que a configuração tem flexibilidade.

O formulário abaixo mostra os cálculos da configuração anterior com os valores nas unidades do sistema inglês.

FLEXIBILIDADE DE UMA CONFIGURAÇÃO QUALQUER MÉTODO DA VIGA EM BALANÇO GUIADA (UNIDADES INGLESAS)						OBRA:	
						DES. Nº:	
						LINHA:	
						DATA:	REV.:
						POR:	
							
DIÂM. NOM. e ESPESS.	109" Série 40	DIÂM. EXT. (D)	10,75 pol	MOD. ELAST. a frio	$E_c = 29 \times 10^6$ psi		
MATERIAL	ASTM A 106 Gr. A	TENSÃO ADMISSÍVEL	22.915 psi	MOD. ELAST. a q*	$E_s = 21,5 \times 10^6$ psi		
TEMP. DE PROJETO	700 °F	$S_y = f(1,25 S_c + 0,25 S_u)$		$C = \frac{I E_c}{6 D E_s}$	$\frac{161}{6 \times 10,75} \times \frac{21,5}{29} = 1,85$		
DILAT. UNITÁRIA (e)	0,056 pol/pol	MOM. DE INÉRCIA (I)	161 pol ⁴				
CÁLCULO DAS TENSÕES MÁXIMAS							
LADO	DIREÇÃO	SENTIDO	L (pés)	L ³	DILATAÇÃO $\delta = eL$ (pol)	TENSÕES MÁXIMAS (psi)	
						$S = KL$	$S = KL$
L ₁	x	+	15	3.375	+ 0,84	$S_{1y} = K L_1 = 11.670$	$S_{1x} = K L_1 = 2.190$
L ₂	z	+	5	125	+ 0,28	$S_{2z} = K L_2 = 3.580$	
L ₃	y	+	10	1.000	+ 0,56	$S_{3y} = K L_3 = 7.160$	
L ₄	z	-	25	15.625	- 1,40	$S_{4z} = K L_4 = 17.900$	
L ₅	x	+	18	5.842	+ 1,01	$S_{5x} = K L_5 = 12.816$	$S_{5y} = K L_5 = 2.638$
L ₆	-	-					
L ₇	-	-					
L ₈	-	-					
			$\Delta_x = 0,84 + 1,01 = 1,85$	$\Delta_y = 0,56$	$\Delta_z = 1,40 - 0,28 = 1,12$		
			$\Sigma L_x^3 = 3.375 + 5.842 = 9.217$	$\Sigma L_y^3 = 1.000$	$\Sigma L_z^3 = 125 + 15.625 = 15.750$		
			$\Sigma L_x^3 + \Sigma L_y^3 = 10.217$	$\Sigma L_y^3 + \Sigma L_z^3 = 16.750$	$\Sigma L_z^3 + \Sigma L_x^3 = 24.967$		
			$K_x = \frac{E_c \cdot D \cdot \Delta_x}{48 (\Sigma L_x^3 + \Sigma L_y^3)}$	$K_y = \frac{E_c \cdot D \cdot \Delta_y}{48 (\Sigma L_y^3 + \Sigma L_z^3)}$	$K_z = \frac{E_c \cdot D \cdot \Delta_z}{48 (\Sigma L_z^3 + \Sigma L_x^3)}$		
			$\frac{29 \times 10^6 \times 10,75 \times 1,85}{48 \times 16.750} = 716$	$\frac{29 \times 10^6 \times 10,75 \times 0,56}{48 \times 24.967} = 146$	$\frac{29 \times 10^6 \times 10,75 \times 1,12}{48 \times 10.217} = 712$		
CÁLCULO DAS REAÇÕES NOS EXTREMOS							
PONTOS	MOMENTOS FLETORES (ft. lbs)		FORÇAS DE REAÇÃO (lbs.)		MOM. LADO ADJAC.	FORÇA DE REAÇÃO	
EXTREMOS	M = CS	M = CS	R = 2M ₁	R = 2M ₁	M = CS	R = 2M ₁	
A	$M_{1y} = CS_{1y} = 21.589$	$M_{1x} = CS_{1x} = 4.051$	$R_{1y} = \frac{2 M_{1y}}{L_1} = 540$	$R_{1x} = \frac{2 M_{1x}}{L_1} = 2.878$	$M_{2y} = CS_{2y} = 6.623$	$R_{2x} = \frac{2 M_{2x}}{L_2} = 2.649$	
q	$M_{3y} = CS_{3y} = 23.709$	$M_{3x} = CS_{3x} = 4.880$	$R_{3y} = \frac{2 M_{3y}}{L_3} = 542$	$R_{3x} = \frac{2 M_{3x}}{L_3} = 2.812$	$M_{4y} = CS_{4y} = 33.115$	$R_{4x} = \frac{2 M_{4x}}{L_4} = 2.649$	

9 – Cálculo das Reações nos Extremos



Vamos utilizar o exemplo numérico resolvido anteriormente.

O CÁLCULO DAS REAÇÕES PELO MÉTODO DA VIGA EM BALANÇO GUIADA É MUITO GROSSEIRO, E DEVE SER UTILIZADO COMO UMA INDICAÇÃO APROXIMADA.

Os momentos de reação são calculados da mesma maneira já vista anteriormente, em função das tensões máximas desenvolvidas no primeiro e último lados.

Então:

$$\begin{aligned}
 M_{1y} &= \frac{2IS_{1z}}{D} \frac{E_h}{E_c} & M_{1y} &= CS_{1z} & C &= \frac{20I}{D} \frac{E_h}{E_c} \\
 M_{1z} &= \frac{2IS_{1y}}{D} \frac{E_h}{E_c} & M_{1z} &= CS_{1y} & \text{onde: para} & \\
 M_{2y} &= \frac{2IS_{2x}}{D} \frac{E_h}{E_c} & M_{2y} &= CS_{2x} & M \text{ em } m.N & \\
 & & & & R \text{ em } N & \\
 & & & & I \text{ em } cm^4 & \\
 & & & & \Rightarrow & \\
 & & & & R_y &= \frac{2M_{1z}}{L_1} \\
 & & & & R_z &= \frac{2M_{1y}}{L_1} \\
 & & & & R_x &= \frac{2M_{2y}}{L_2}
 \end{aligned}$$

Considerando os dados do exemplo numérico e as tabelas, tiramos:

Momento de Inércia: $I = 6.692,9 \text{ cm}^4$

Módulo de Elasticidade a 370°C: $E_h = 1,65 \times 10^5 \text{ MPa}$

$S_{1y} = 74,6 \text{ MPa}$; $S_{1z} = 15,5 \text{ MPa}$; $S_{2x} = 26,1 \text{ MPa}$

Teremos então:

$C = \frac{20 \times 6.692,9 \text{ cm}^4}{273 \text{ mm}} \frac{1,65 \times 10^5 \text{ MPa}}{2,0 \times 10^5 \text{ MPa}} = 404,5$	$M_{1y} = CS_{1z} = 404,5 \times 15,5 = 6270 \text{ m.N}$ $M_{1z} = CS_{1y} = 404,5 \times 74,6 = 30176 \text{ m.N}$ $M_{2y} = CS_{2x} = 404,5 \times 26,1 = 10557 \text{ m.N}$
--	---

$$R_y = \frac{2M_{1z}}{L_1} = \frac{2 \times 30176}{4,5} = 13412 \text{ N}$$

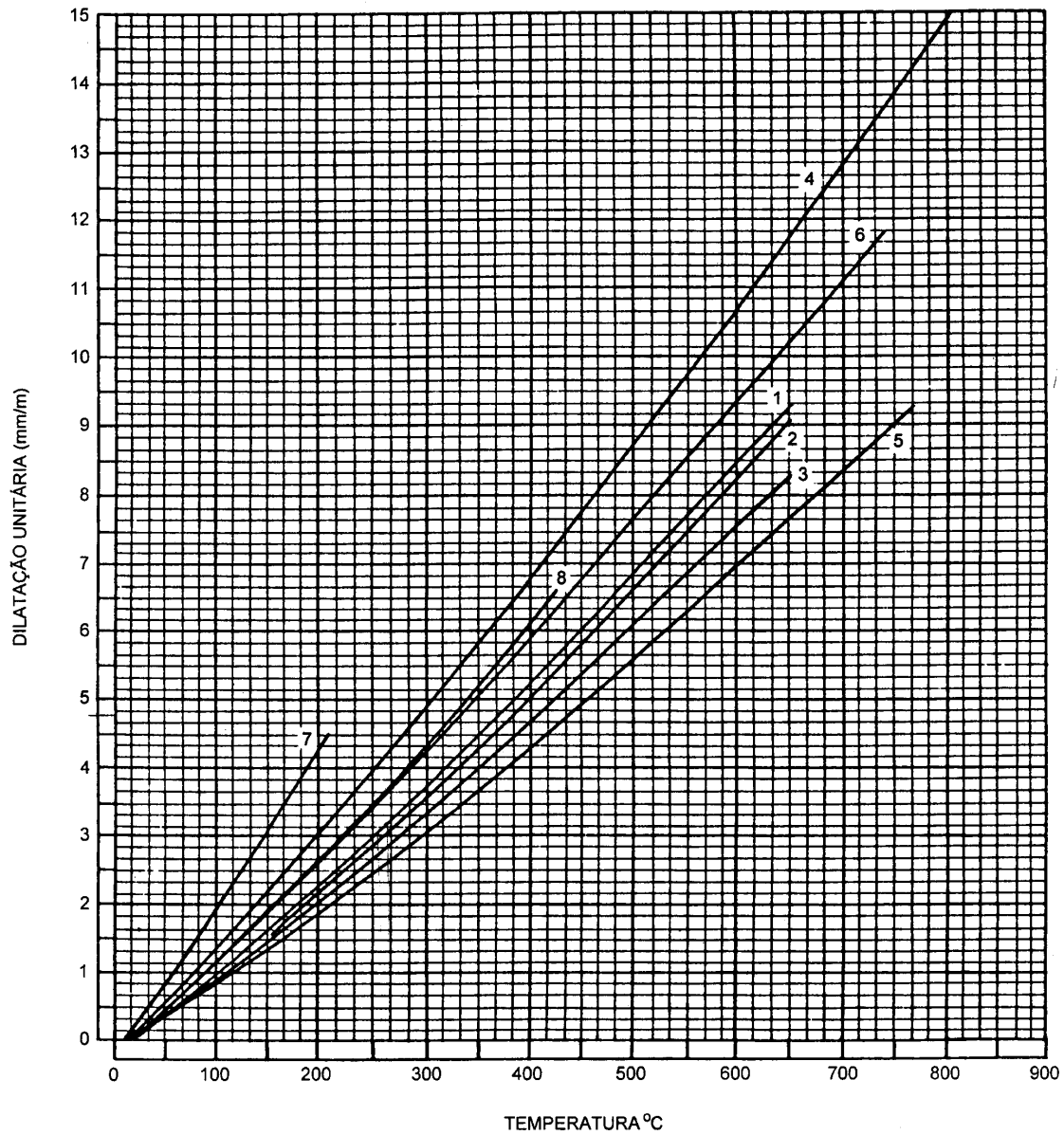
$$R_z = \frac{2M_{1y}}{L_1} = \frac{2 \times 6270}{4,5} = 2787 \text{ N}$$

$$R_x = \frac{2M_{2y}}{L_2} = \frac{2 \times 10557}{1,5} = 14076 \text{ N}$$

AULA 10

Referente aos Capítulos 4 e 5 do Livro Texto - Vol. II

DILATAÇÃO LINEAR UNITÁRIA DOS METAIS



MATERIAIS:

- 1- AÇO CARBONO; AÇOS-LIGA C-1/2 Mo e 1/2 Cr-1/2Mo
- 2- AÇOS-LIGA 1 a 3 Cr-1/2 Mo
- 3- AÇOS-LIGA 4 a 10 Cr- 1/2 a 1 Mo
- 4- AÇOS INOXIDÁVEIS AUSTENÍTICOS 16 a 18 Cr-8 a 10 Ni
- 5- AÇOS INOXIDÁVEIS FERRÍTICOS 12, 17 E 27 Cr
- 6- COBRE
- 7- ALUMÍNIO
- 8- METAL MONEL

ANEXO 1 – Livro de Tabelas (pág. 95)

Folha 1 de 1