

PROJETO DE ENGRENAGENS - CILÍNDRICAS DE DENTES RETOS E HELICOIDAIS (parte 2)

Prof. Alexandre Augusto Pescador Sardá

EXEMPLO 14.5 – Shigley - Resolver

RELAÇÕES ADICIONAIS - FLEXÃO

$$\sigma_P = \left(W^t K_0 K_v K_s \frac{P_d}{F} \frac{K_m K_B}{J} \right)_P$$

$$\sigma_G = \left(W^t K_0 K_v K_s \frac{P_d}{F} \frac{K_m K_B}{J} \right)_G$$

$$\sigma_{admf} = \frac{S_t}{S_F} \frac{Y_N}{K_T K_R}$$

$$(S_F)_P = \left(\frac{S_t}{\sigma} \frac{Y_N}{K_T K_R} \right)_P$$

$$(S_F)_G = \left(\frac{S_t}{\sigma} \frac{Y_N}{K_T K_R} \right)_G$$

RELAÇÕES ADICIONAIS - FLEXÃO

Considerando-se o mesmo fator de segurança para a coroa e o pinhão:

$$(S_t)_G = (S_t)_P \frac{(Y_N)_P J_P}{(Y_N)_G J_G}$$

$$(Y_N)_P = \alpha N_P^\beta$$
 Fator de ciclagem

$$(Y_N)_G = \alpha (N_P / m_G)^\beta$$

$$(S_t)_G = (S_t)_P m_G^\beta \frac{J_P}{J_G}$$

Como $m_G > 1$ e $J_G > J_P$, a coroa pode ser menos resistente (menor dureza Brinell) que o pinhão para o mesmo fator de segurança.

Para o mesmo fator de segurança, a resistência da coroa pode ser menor que a do pinhão.

EXEMPLO 14-6 - FLEXÃO

Em um conjunto de ECDR, um pinhão de 18 dentes, com passo 16, 20 e profundidade completa engranza com uma coroa de 64 dentes. Ambos, coroa e pinhão, são feitos de aço grau 1 endurecido por completo. Usando $\beta = -0,023$, que dureza pode ter a coroa para o mesmo fator de segurança?

$$(S_t)_P = 77,3(300) + 12800 = 35990 \text{ psi}$$

Aço grau 1 endurecido por completo

$$(S_t)_G = (S_t)_P \frac{(Y_N)_P J_P}{(Y_N)_G J_G} = 35990 \left(\frac{64}{18} \right)^{-0,023} \frac{0,32}{0,41} = 27280 \text{ psi}$$

Assim, a dureza da coroa pode ser menor, calculada através de:

$$(H_B)_G = \frac{27280 - 12800}{77,3} = 187 \text{ Brinell}$$

RELAÇÕES ADICIONAIS - CONTATO

Considerando-se o mesmo fator de segurança para a coroa e o pinhão:

$$(S_c)_G = (S_c)_P \frac{(Z_N)_P}{(Z_N)_G} \left(\frac{1}{C_H} \right)_G$$

$$(Z_N)_P / (Z_N)_G = m_G^\beta$$

Como $C_H \approx 1$

$$(S_c)_G = (S_c)_P m_G^\beta$$

EXEMPLO 14-7 - DESGASTE

Para o exemplo anterior, aço grau 1 endurecido por completo, continue o exemplo anterior, considerando o desgaste. (Usando $\beta = -0,056$).

$$(S_c)_P = 322(300) + 29100 = 125700 \text{ psi}$$

Aço grau 1 endurecido por completo

$$(S_c)_G = (S_c)_P m_G^\beta = 125700 \left(\frac{64}{18} \right)^{-0,056} = 117100 \text{ psi}$$

Assim, a dureza da coroa pode ser menor, calculada através de:

$$(H_B)_G = \frac{117100 - 29200_P}{332} = 273 \text{ Brinell}$$

PROJETO DE UM PAR DE ENGRENAGENS

Conjunto de decisões:

Decisões a priori

- Função: carga, velocidade, confiabilidade, vida, K_0 ;
- Risco não-quantificável: fator de projeto n_d ;
- Sistema de dentes: ϕ , ψ , adendo, dedendo, raio do filete de raiz;
- Razão de engrenamento m_G , N_p, N_G ;
- Número de qualidade Q_v ;

Decisões de projeto

- Passo diametral P_d ;
- Largura de face;
- Material do pinhão, dureza de núcleo, dureza de superfície;
- Material da coroa, dureza de núcleo, dureza de superfície.

PROJETO DE UM PAR DE ENGRENAGENS

Após decisões a priori:

- Escolha de um passo diametral;
- Exame das implicações relativas a fatores como largura de face, diâmetros primitivos e propriedades de materiais;
- Escolha de um material para o pinhão e dureza interna e superficial;
- Escolha de um material para a coroa e dureza interna e superficial;
- Caso não seja suficiente, retorna-se à decisão referente ao passo e itera-se até que mais nenhuma decisão tenha de ser modificada.

PROJETO DE UM PAR DE ENGRENAGENS

Flexão do pinhão:

- Selecione uma largura de face mediana para este passo, $4\pi/P$;
- Encontre o intervalo de limites de resistência necessários;
- Escolha um material e uma dureza de núcleo;
- Encontre uma largura de face que satisfaça ao fator de segurança em flexão;
- Escolha uma largura de face;
- Verifique o fator de segurança sob flexão.

PROJETO DE UM PAR DE ENGRENAGENS

Flexão da coroa:

- Encontre a dureza de núcleo necessária;
- Escolha um material e uma dureza de núcleo;
- Verifique o fator de segurança sob flexão;

Desgaste do pinhão:

- Encontre a resistência S_C necessária e a dureza superficial correspondente;
- Escolha uma dureza superficial;
- Verifique o fator de segurança sob desgaste;

PROJETO DE UM PAR DE ENGRENAGENS

Desgaste da coroa:

- Encontre a dureza superficial correspondente;
- Escolha uma dureza superficial;
- Verifique o fator de segurança sob desgaste;

Observação:

- Um dente quebrado por fadiga flexional pode destruir um conjunto de engrenagens, fletir eixos, danificar mancais e produzir tensões inerciais para trás e para frente no trem de transmissão;

EXEMPLO 14.8 – Shigley

- Projete uma redução 4:1 envolvendo engrenagens cilíndricas de dentes retos para um motor elétrico trifásico de indução com gaiola de esquilo de 100 hp de potência rodando a 1120 rpm. A carga é suave, proporcionando uma confiabilidade de 0,95 a 10⁹ revoluções do pinhão. O espaço para as engrenagens é pequeno. Utilize, como material, Nitralloy 135M de grau 1, para manter pequeno o tamanho das engrenagens. Estas sofrem tratamento térmico antes da nitretação.

Decisões iniciais:

- Função: 100 hp, 1120 rpm, $R=0,95$, $N=10^9$ ciclos, $K_0=1$;
- Fator de projeto: $n_d=2$;
- Sistema de dentes: $=20^\circ$;
- Número de dentes: $N_p=18$ dentes, $N_G=72$ dentes (sem interferência);
- Número de qualidade: $Q_v=6$, material grau 1;
- Assuma $m_B \geq 1,2$ na equação (14-40), $K_B=1$;

EXEMPLO 14.8 – Shigley

Passo:

- Selecione um diâmetro primitivo, tentativa inicial, de $P_d=4$ dentes/in.

$$d_p = \frac{N_P}{P_D} = \frac{18}{4} = 4,5 \text{ in}$$

$$V = \frac{\pi d_p n_p}{12} = \frac{\pi(4,5) \cdot 1120}{12} = 1319 \text{ ft / min}$$

$$W^t = \frac{33000H}{V} = \frac{33000(100)}{1319} = 2502 \text{ lbf}$$

EXEMPLO 14.8 – Shigley

Fator de velocidade:

$$K_v = \left(\frac{A + \sqrt{V}}{A} \right)^B$$

$$B = 0,25(12 - Q_v)^{2/3}$$

$$B = 0,25(12 - 6)^{2/3} = 0,8255$$

$$A = 50 + 56(1 - B) = 50 + 56(1 - 0,8255) = 59,77$$

$$K_v = \left(\frac{59,77 + \sqrt{1319}}{59,77} \right)^{0,8255} = 1,480$$

EXEMPLO 14.8 – Shigley

Fator de confiabilidade:

$$K_R = \begin{cases} 0,658 - 0,0759 \ln(1 - R) & 0,5 < R < 0,99 \\ 0,50 - 0,109 \ln(1 - R) & 0,99 \leq R \leq 0,9999 \end{cases}$$

$$K_R = 0,658 - 0,0759 \ln(1 - R)$$

$$K_R = 0,658 - 0,0759 \ln(1 - 0,95) = 0,8255$$

Fator de ciclagem de tensão (Figura 14-14):

$$(Y_N)_P = 1,3558(N)^{-0,0178} = 1,3558(10^9)^{-0,0178} = 0,938$$

$$(Y_N)_G = 1,3558(N)^{-0,0178} = 1,3558(10^9/4)^{-0,0178} = 0,929$$

EXEMPLO 14.8 – Shigley

Fator de ciclagem de tensão para resistência à formação de cavidades (Figura 14-15):

$$(Z_N)_P = 1,4488(N)^{-0,023} = 1,4488(10^9)^{-0,023} = 0,900$$

$$(Z_N)_G = 1,4488(N)^{-0,023} = 1,4488(10^9/4)^{-0,023} = 0,929$$

Fator de tamanho:

$$K_s = 1,192 \left(\frac{F \sqrt{Y}}{P} \right)^{0,0535}$$

”Como regra geral, as engrenagens cilíndricas de dentes retos têm uma largura de face F entre 3 e 5 vezes o passo circular p (Shigley, pp.687)”

EXEMPLO 14.8 – Shigley

$$F = 4 p = \frac{4\pi}{P} = \frac{4\pi}{4} = 3,14in$$

$$K_s = 1,192 \left(\frac{3,14\sqrt{0,309}}{4} \right)^{0,0535} = 1,140$$

EXEMPLO 14.8 – Shigley

•Fator de distribuição de carga: $K_m = 1 + C_{mc} (C_{pf} C_{pm} + C_{ma} C_e)$

•Dentes não encurvados: $C_{mc} = 1$

$$C_{pf} = \begin{cases} \frac{F}{10d} - 0,0375 + 0,0125F & 1 < F \leq 17 \text{ in} \end{cases}$$

$$C_{pf} = \begin{cases} \frac{3,14}{10(4,5)} - 0,0375 + 0,0125(3,14) = 0,0715 \end{cases}$$

•Mancais adjacentes: $C_{pm} = 1$ $C_e = 1$

$$C_{ma} = 0,127 + 0,0158(3,14) + (-0,093 \cdot 10^{-4})3,14^2 = 0,1765$$

$$K_m = 1 + 1(0,07155(1) + 0,1765(1)) = 1,24805$$

EXEMPLO 14.8 – Shigley

- Coeficiente elástico:

Material do pinhão	Módulo de elasticidade do pinhão E_p psi (MPa)*	Material da coroa e módulo de elasticidade E_c , lbf/in ² (MPa)*					
		Aço 30×10^6 (2×10^5)	Ferro maleável 25×10^6 ($1,7 \times 10^5$)	Ferro nodular 24×10^6 ($1,7 \times 10^5$)	Ferro fundido 22×10^6 ($1,5 \times 10^5$)	Alumínio-bronze $17,5 \times 10^6$ ($1,2 \times 10^5$)	Estanho-bronze 16×10^6 ($1,1 \times 10^5$)
Aço	30×10^6 (2×10^5)	2300 (191)	2180 (181)	2160 (179)	2100 (174)	1950 (162)	1900 (158)
Ferro maleável	25×10^6 ($1,7 \times 10^5$)	2180 (181)	2090 (174)	2070 (172)	2020 (168)	1900 (158)	1850 (154)
Ferro nodular	24×10^6 ($1,7 \times 10^5$)	2160 (179)	2070 (172)	2050 (170)	2000 (166)	1880 (156)	1830 (152)
Ferro fundido	22×10^6 ($1,5 \times 10^5$)	2100 (174)	2020 (168)	2000 (166)	1960 (163)	1850 (154)	1800 (149)
Alumínio-bronze	$17,5 \times 10^6$ ($1,2 \times 10^5$)	1950 (162)	1900 (158)	1880 (156)	1850 (154)	1750 (145)	1700 (141)
Estanho-bronze	16×10^6 ($1,1 \times 10^5$)	1900 (158)	1850 (154)	1830 (152)	1800 (149)	1700 (141)	1650 (137)

$$C_p = 2300 \sqrt{psi}$$

EXEMPLO 14.8 – Shigley

- Fator geométrico de resistência superficial I:

$$I = \frac{\cos \phi_t \operatorname{sen} \phi_t}{2m_N} \frac{m_G}{m_G + 1}$$

Onde a razão de partilha de carga $m_N = 1$ para engrenagens cilíndricas de dentes retos.

$$I = \frac{\cos 20^\circ \operatorname{sen} 20^\circ}{2} \frac{4}{4+1} = 0,1286$$

EXEMPLO 14.8 – Shigley

- Tensão de flexão:

$$\sigma = W^t K_0 K_v K_s \frac{P_d}{F} \frac{K_m K_B}{J}$$

- Tensão admissível de flexão:

$$\sigma_{admf} = \frac{S_t}{S_F} \frac{Y_N}{K_T K_R}$$

- Cálculo da largura de face necessária:

$$n_d W^t K_0 K_v K_s \frac{P_d}{F} \frac{K_m K_B}{J} = \frac{S_t}{S_F} \frac{Y_N}{K_T K_R}$$

$$F_{flex} = n_d W^t K_0 K_v K_s P_d \frac{K_m K_B}{J_P} \frac{K_T K_R}{S_t Y_N}$$

EXEMPLO 14.8 – Shigley

- Tensão de desgaste (fadiga):

$$\sigma_c = C_p \sqrt{W^t K_0 K_v K_s \frac{K_m C_f}{d_p F I}}$$

- Tensão admissível de fadiga:

$$\sigma_{adm,c} = \frac{S_c Z_N C_H}{S_H K_T K_R}$$

- Cálculo da largura de face necessária:

$$C_p \sqrt{n_d W^t K_0 K_v K_s \frac{K_m C_f}{d_p F I}} = \frac{S_c Z_N C_H}{S_H K_T K_R}$$

$$F_{desg} = \left(\frac{C_p S_H K_T K_R}{Z_N C_H S_C} \right)^2 n_d W^t K_0 K_v K_s \frac{K_m C_f}{d_p I}$$

EXEMPLO 14.8 – Shigley

•Da tabela 14-5, o intervalo de dureza do Nitralloy 135M é o Rockwell C32-36 (302-335 Brinell). Vamos considerar uma dureza 320 Brinell.

•Da Figura 14-4:

$$S_t = 86,2H_B + 12730 = 86,2(320) + 12730 = 40310 \text{ psi}$$

•Da tabela 14-6, a resistência de contato do Nitralloy 135M é $S_c=170\ 000$ psi.

•Inserindo-se o valor numérico de S_t :

$$F_{flex} = 2(2502)1(1,48)(1,14)4 \frac{1,247(1)}{0,32} \frac{1(0,885)}{(40310)0,938} = 3,08 \text{ in}$$

$$F_{desg} = \left(\frac{2300(1)1(0,885)}{0,9(1)170000} \right)^2 2(2502)1(1,48)1,14 \frac{1,247}{4,5} \frac{1}{0,1286}$$

$$F_{desg} = 3,22 \text{ in}$$

EXEMPLO 14.8 – Shigley

- Utilize a largura da face como 3,3 in. Corrija K_s e K_m :

$$K_s = 1,192 \left(\frac{3,3\sqrt{0,309}}{4} \right)^{0,0535} = 1,143$$

$$C_{pf} = \left\{ \frac{3,30}{10(4,5)} - 0,0375 + 0,0125(3,30) \right\} = 0,0770$$

$$K_m = 1 + C_{mc} (C_{pf} C_{pm} + C_{ma} C_e)$$

$$K_m = 1 + 1(0,0770(1) + 0,1765(1)) = 1,254$$

- A tensão de flexão induzida é:

$$\sigma = W^t K_0 K_v K_s \frac{P_d}{F} \frac{K_m K_B}{J}$$

$$(\sigma)_P = 2502(1)1,48(1,143) \frac{4}{3,30} \frac{1,254(1)}{0,32} = 20104 \text{ psi}$$

EXEMPLO 14.8 – Shigley

- O fator de segurança sob flexão do pinhão é:

$$(S_F)_P = \frac{S_t Y_N / (K_T K_R)}{\sigma_P} = \frac{40310(0,938)/1(0,885)}{20104} = 2,12$$

- Flexão do dente da coroa:

$$(\sigma)_G = (\sigma)_P \frac{J_P}{J_G} = 20104 \frac{0,32}{0,415} = 15501 \text{ psi}$$

- Fator de segurança da coroa sob flexão:

$$(S_F)_G = \frac{S_t Y_N / (K_T K_R)}{\sigma_G} = \frac{40310(0,961)/1(0,885)}{15501} = 2,82$$

EXEMPLO 14.8 – Shigley

•Desgaste do dente do pinhão:

$$(\sigma_c)_P = C_p \sqrt{W^t K_0 K_v K_s \frac{K_m C_f}{d_p F I}}$$

$$(\sigma_c)_P = 2300 \sqrt{2502(1)1,48(1,143) \frac{1,254 C_f}{4,5(3,3) 0,129}} = 121016 \text{ psi}$$

•Fator de segurança :

$$(S_H)_P = \frac{170000(0,900)1/(1(0,885))}{121016} = 1,43$$

EXEMPLO 14.8 – Shigley

- Desgaste do dente da coroa (tensão é a mesma do pinhão):

$$(\sigma_c)_G = 121016 \text{ psi}$$

- Fator de segurança :

$$(S_H)_P = \frac{170000(0,929)1/(1(0,885))}{121016} = 1,47$$

- Borda, mantendo-se

$$m_B \geq 1,2$$

$$\bullet h_t = a_d + d_d = 1 / P_d + 1,25 / P_d = 2,25 / P_d = 2,25 / 4 = 0,5625 \text{ in}$$

Espessura de borda mínima, t_r :

$$t_R \geq m_B h_t = 1,2(0,5625) = 0,675 \text{ in}$$

REFERÊNCIAS

SHIGLEY, J.E., MISCHKE, C.R., BUDYNAS, R.G., *Projeto de Engenharia mecânica, 7ª edição, Bookman.*