PROJETO DE ENGRENAGENS - CILÍNDRICAS DE DENTES RETOS E HELICOIDAIS

Prof. Alexandre Augusto Pescador Sardá

INTRODUÇÃO

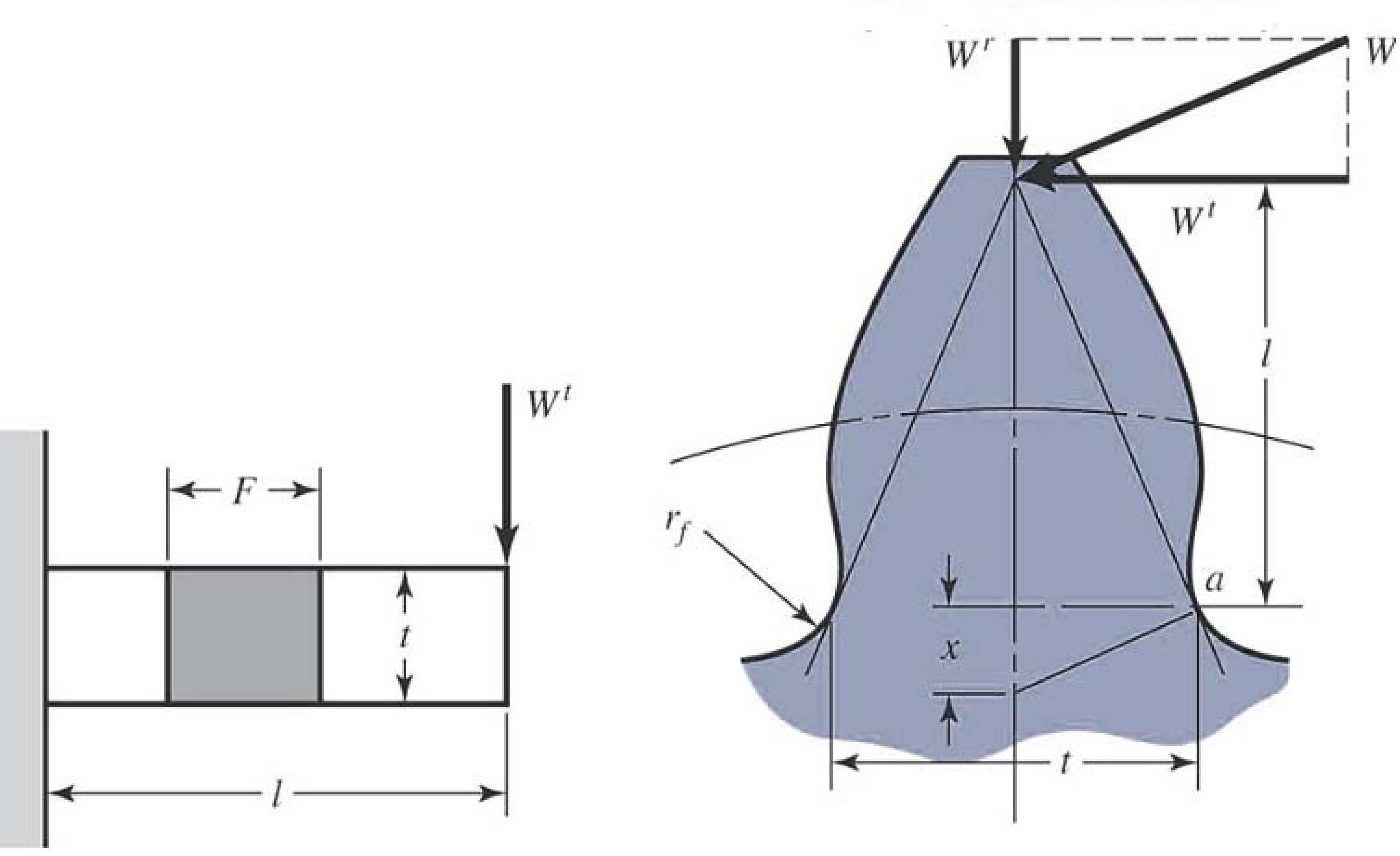
•Falha por flexão dos dentes: ocorrerá quando quando a tensão significativa nos dentes igualar-se ou exceder à resistência ao escoamento, ou ao limite de resistência à fadiga por flexão;

•Falha superficial: tensão significativa de contato igualar-se ou exceder ao limite de resistência à fadiga superficial.

•AGMA: American Gear Manufacturers Association – responsável pela disseminação do conhecimento pertinente ao projeto e à análise de engrenagens.

EQUAÇÃO DE FLEXÃO DE LEWIS

- Lewis: Equação que estima a tensão de flexão atuante em dentes;
- Viga em balanço de dimensões transversais *F* e *t*, com comprimento *l*;



$$\sigma = \frac{M}{I / c}$$

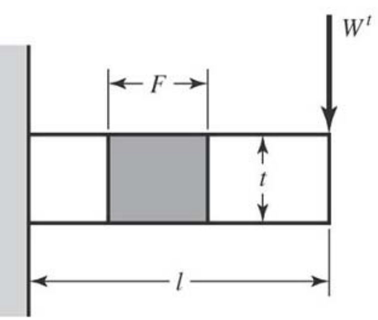
EQUAÇÃO DE FLEXÃO DE LEWIS

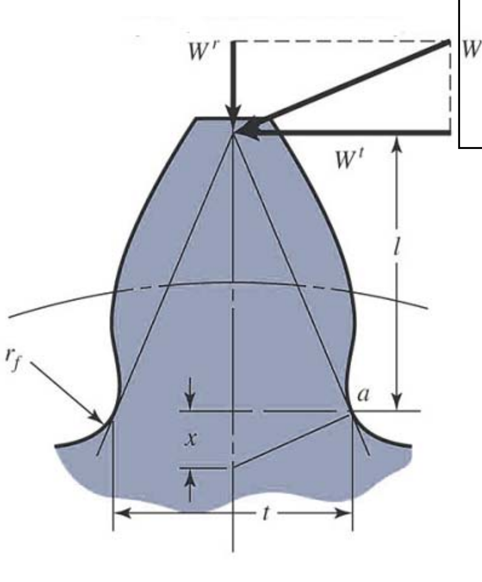
$$\boxed{M = W^t l}$$

$$\boxed{I = \frac{F t^3}{12}} \qquad \boxed{c = \frac{t}{2}}$$

$$\boxed{\sigma = \frac{6W^t l}{Ft^2}}$$

$$\boxed{\sigma = \frac{W^t}{F}\frac{1}{t^2/6l} = \frac{W^t}{F}\frac{1}{t^2/4l}\frac{1}{\left(\frac{4}{6}\right)}}$$





EQUAÇÃO DE FLEXÃO DE LEWIS

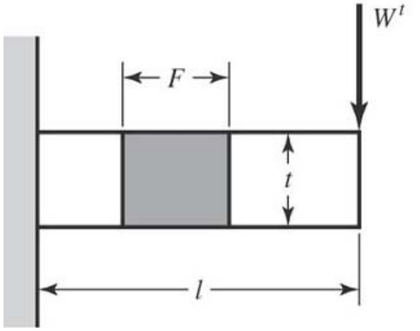
- Mas: $$\boxed{\frac{t/2}{x} = \frac{l}{t/2}} \Rightarrow \boxed{x = \frac{t^2}{4l}}$$

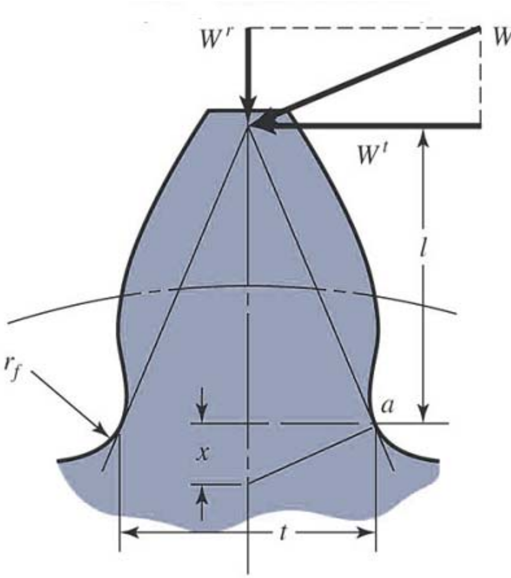
- Substituindo-se o valor de *x* e multiplicando-se o numerador e o denominador pelo passo circular p:

$$\sigma = \frac{W^t}{F}\frac{1}{t^2/4l}\frac{1}{\frac{4}{6}} = \frac{W^t p}{F\left(\frac{2}{3}\right)x\,p}$$

- Escrevendo-se y=2x/3p:

$$\sigma = \frac{W^t}{F\,p\,y}$$





EQUAÇÃO DE FLEXÃO DE LEWIS

• y é conhecido como o fator de forma de Lewis, obtido a partir do desenho do dente.

• Utilizando-se o passo diametral, pode-se escrever:

$$\boxed{P = \frac{\pi}{p}}$$

$$\boxed{\sigma = \frac{W^t P}{F\,Y}}$$

onde

$$\boxed{Y = \frac{2\,x\,P}{3}}$$

• Somente a flexão do dente é considerada e que a compressão, causada pela componente radial da força, é desconsiderada.:

EQUAÇÃO DE FLEXÃO DE LEWIS

Número de dentes	Y	Número de dentes	Y
12	0,245	28	0,353
13	0,261	30	0,359
14	0,277	34	0,371
15	0,290	38	0,384
16	0,296	43	0,397
17	0,303	50	0,409
18	0,309	60	0,422
19	0,314	75	0,435
20	0,322	100	0,447
21	0,328	150	0,460
22	0,331	300	0,472
24	0,337	400	0,480
26	0,346	Cremalheira	0,485

• Valor do fator de forma de Lewis, para ângulos de pressão de 20º, dentes de profundidade completa e passo diametral unitário [Shigley – Tabela 14-2]

EFEITOS DINÂMICOS

- Par de engrenagens movido a velocidades elevadas;

- Ruído é produzido.

- Primeiros estudos, com várias engrenagens de mesmo tamanho, material e resistência ensaiadas à destruição , engrenadas e carregadas à velocidade nula;

- Engrenagens restantes ensaiadas até a destruição, a várias velocidades de círculo primitivo;

- **Exemplo, se um par de engrenagens falhava a 500 N de força tangencial parado e a 250 N quando a uma certa velocidade V_t, então um fator de velocidade K_v = 2 era considerado.**

EFEITOS DINÂMICOS

- Primeiros estudos, com várias engrenagens de mesmo tamanho, material e resistência ensaiadas à destruição , engrenadas e carregadas à velocidade nula;

- Engrenagens restantes ensaiadas até a destruição, a várias velocidades de círculo primitivo;

- **Exemplo, se um par de engrenagens falhava a 500 N de força tangencial parado e a 250 N quando a uma certa velocidade V_t, então um fator de velocidade K_v = 2 era considerado.**

EFEITOS DINÂMICOS

- AGMA: sistema SI, com V em metros por segundo (m/s)

$$\boxed{K_v = \frac{3{,}05 + V}{3{,}05}}$$

Ferro fundido, perfil fundido

$$\boxed{K_v = \frac{6{,}1 + V}{6{,}1}}$$

Perfil cortado ou fresado

$$\boxed{K_v = \frac{3{,}56 + \sqrt{V}}{3{,}56}}$$

Perfil de fresa caracol ou moldado

$$\boxed{K_v = \sqrt{\frac{5{,}56 + \sqrt{V}}{5{,}56}}}$$

Perfil rebarbado ou fresado

EFEITOS DINÂMICOS

• Introduzindo-se o fator de velocidade na equação de tensão:

$$\boxed{\sigma = \frac{K_v W^t P}{F\ pY}}$$

Sistema inglês

$$\boxed{\sigma = \frac{K_v W^t}{F\ mY}}$$

Versão métrica da equação, com a largura da face F e o módulo em mm, W_t em N e σ em Mpa..

Como regra geral, as engrenagens cilíndricas de dentes retos têm uma largura de face F entre 3 a 5 vezes o passo circular p.

EXEMPLO 14 –1 - SHIGLEY

•Uma engrenagem cilíndrica de dentes retos tem um passo diametral de 8 dentes/polegada, largura de face de 1,5 polegadas, 16 dentes e ângulo de pressão de 20º. O material usado é o aço AISI 1020, na condição de saída da laminação. Utilize um fator de projeto n_d = 3 para computar a capacidade em potência na saída da coroa correspondente a uma velocidade de 1200 rpm e aplicações moderadas.

$$\boxed{S_{ut} = 380\,MPa}$$

Resistência à tração, da Tabela A-20

$$\boxed{S_y = 210\,MPa}$$

Tensão de escoamento

•Um fator de projeto n_d = 3 significa que a tensão de flexão admissível 210/3 = 70 Mpa.

O diâmetro primitivo é:

$$\boxed{d_p = \frac{16\,dentes}{8\,dentes/pol} = 2\,pol = 50{,}8\,mm}$$

EXEMPLO 14 –1 - SHIGLEY

$$V = 2\pi R n = \pi d_p n = \pi 50{,}8 \frac{1200}{60} = 3191{,}8\, mm/s = 3{,}19\, m/s$$

$$K_v = \frac{6{,}1 + 3{,}19}{6{,}1} = 1{,}523$$

$$\sigma = \frac{K_v W^t}{F\, m Y}$$

$$m = \frac{50{,}8mm}{16} = 3{,}175$$

$$Y = 0{,}296\ para\ 16\ dentes$$

$$W^t = \frac{\sigma_{adm} F\, m Y}{K_v} = \frac{70MPa\,(38{,}1mm)3{,}175(0{,}296)}{1{,}523}$$

$$W^t = 1645{,}7$$

EXEMPLO 14 –1 - SHIGLEY

$$\boxed{Pot = 1645{,}7N \;\; 3{,}19 m/s = 5249{,}8W}$$

$$\boxed{Pot = 1645{,}7N \;\; 3{,}19 m/s = \frac{5249{,}8W}{746 W/hp} = 7{,}03\, hp}$$

VER EXEMPLO 14 – 2 - SHIGLEY

DURABILIDADE SUPERFICIAL

•Falha de superfícies de dentes de engrenagens, denominada desgaste.

•Formação de cavidades: Falha de fadiga de superfície causada por muitas repetições de tensões elevadas de contato.

•Escoriamento: Falha de lubrificação;

•Abrasão: desgaste decorrente da presença de material estranho.

DURABILIDADE SUPERFICIAL

•Para se obter uma expressão para a tensão de contato superficial, emprega-se a teoria de Hertz, onde a tensão de contato entre dois cilindros é determinada através de:

$$\boxed{p_{\max} = \frac{2F}{\pi b l}}$$

Onde:

p_{max}: máxima pressão superficial;

F = força comprimindo um cilindro contra o outro;

l= comprimento dos cilindros.

DURABILIDADE SUPERFICIAL

- E a semilargura b é calculada de:

$$b = \left\{ \frac{2F}{\pi\ l} \frac{\left[\left(1-\nu_1^2\right)/E_1\right] + \left[\left(1-\nu_2^2\right)/E_2\right]}{\left(1/d_1\right)+\left(1/d_2\right)} \right\}^{\frac{1}{2}}$$

Onde:

ν_1 , ν_2 ,E_1,E_2 são as constantes elásticas e d_1 e d_2 os diâmetros dos dois cilindros em contato.

DURABILIDADE SUPERFICIAL

Para utilização em engrenamentos, pode-se substituir:

$$\boxed{F \quad por \quad \frac{W^t}{\cos\phi}} \qquad \boxed{d \quad por \quad 2r} \qquad \boxed{l \quad por \quad F}$$

$$\boxed{\sigma_c^2 = p_{\max} = \frac{W^t}{\pi F \cos\phi} \frac{(1/r_1) + (1/r_2)}{\left[\left(1-\nu_1^2\right)/E_1\right] + \left[\left(1-\nu_2^2\right)/E_2\right]}}$$

Onde: r_1 e r_2 são os valores instantâneos dos raios de curvatura nos perfis de dente do pinhão e da coroa, respectivamente, no ponto de contato.

DURABILIDADE SUPERFICIAL

Como visto anteriormente, a primeira evidência de desgaste ocorre perto da linha primitiva. os raios de curvatura dos perfis de dente no ponto primitivo são:

$$\boxed{r_1 = \frac{d_P sen\phi}{2}} \qquad \boxed{r_2 = \frac{d_G sen\phi}{2}}$$

Como o denominador contém quatro constantes, para reunir vários valores de materiais de coroa e pinhão, a AGMA define um coeficiente elástico por meio da equação:

$$\boxed{C_p = \left\{ \frac{1}{\pi\left[\left(1-\nu_P^2\right)/E_P + \left(1-\nu_G^2\right)/E_G\right]} \right\}^{\frac{1}{2}}}$$

DURABILIDADE SUPERFICIAL

Adicionando-se o fator K_v, pode-se escrever:

$$\boxed{\sigma_C = -C_p \left[\frac{K_v W^t}{F \cos\phi} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \right]^{\frac{1}{2}}}$$

Onde o sinal negativo indica uma tensão de compressão.

EXEMPLO 14 –3 - SHIGLEY

- O pinhão do exemplo anterio (aço carbono) deve engrenar com uma coroa de 50 dentes feita de ferro fundido. ASTM nº 50.Utilizando uma carga tangencial de 200 lbf, estime o fator de segurança da engrenagem motora, com base na possibilidade de falha por fadiga.

Da tabela A-5, encontra-se as constantes elásticas para o pinhão e a coroa:

$$\boxed{\nu_P = 0{,}292} \quad \boxed{\nu_G = 0{,}211} \quad \boxed{E_P = 30\,Mpsi} \quad \boxed{E_G = 14{,}5\,Mpsi}$$

Coeficiente elástico:

$$\boxed{C_p = \left\{ \frac{1}{\pi\left[\left(1-0{,}292^2\right)/30\cdot10^6 + \left(1-0{,}211^2\right)/14{,}5\cdot10^6\right]} \right\}^{\frac{1}{2}}}$$

$$\boxed{C_p = 1817}$$

EXEMPLO 14 –3 - SHIGLEY

Como d_p = 2 pol:

$$r_1 = \frac{2 sen 20^0}{2} = 0{,}342\ pol$$

$$d_G = \frac{N_G}{P} = \frac{50}{8} = 6{,}25\ pol$$

$$r_2 = \frac{6{,}25 sen 20^0}{2} = 1{,}069\ pol$$

Largura de face F = 1,5 pol:

$$K_v = \frac{6{,}1 + 3{,}19}{6{,}1} = 1{,}523$$

$$\sigma_C = -C_p \left[\frac{K_v W^t}{F \cos\phi} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \right]^{\frac{1}{2}} =$$

$$-1817 \left[\frac{1{,}52(380)}{1{,}5 \cos 20^0} \left(\frac{1}{0{,}342} + \frac{1}{1{,}069} \right) \right]^{\frac{1}{2}} = -72400\ psi$$

REFERÊNCIAS

SHIGLEY, J.E., MISCHKE, C.R., BUDYNAS, R.G., *Projeto de Engenharia mecânica, 7ª edição, Bookman.*