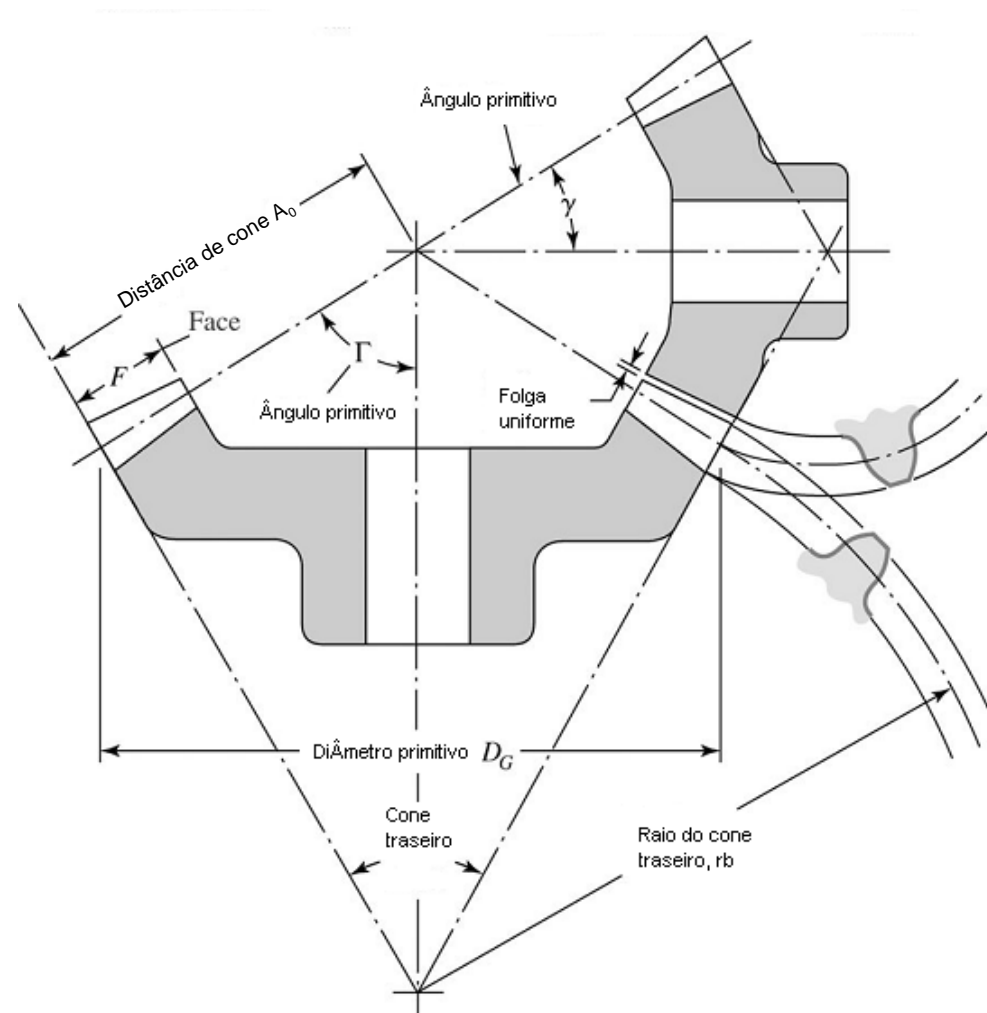


ENGRENAGENS CÔNICAS E HELICOIDAIS

Prof. Alexandre Augusto Pescador Sardá

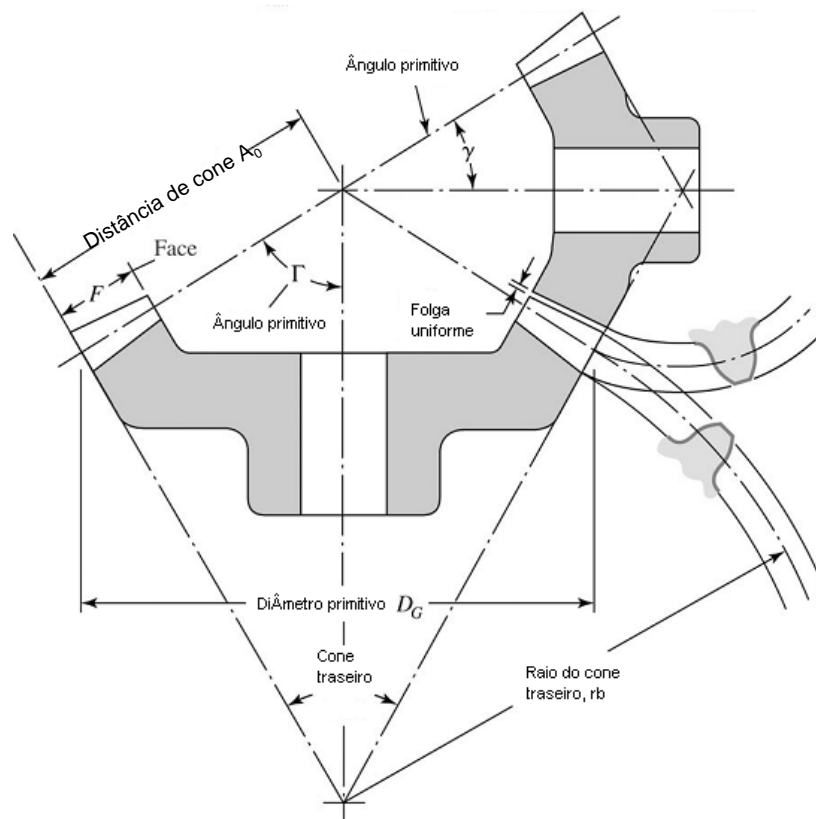
ENGRENAGENS CÔNICAS DE DENTES RETOS

- Função: Transmitir movimento entre eixos interceptantes.



ENGRENAGENS CÔNICAS DE DENTES RETOS

- Geralmente eixos em 90° , mas podem ser utilizadas para outros ângulos de eixos.
- Ângulos primitivos (da coroa e do pinhão) são definidos pelos cones primitivos que se encontram no ápice.

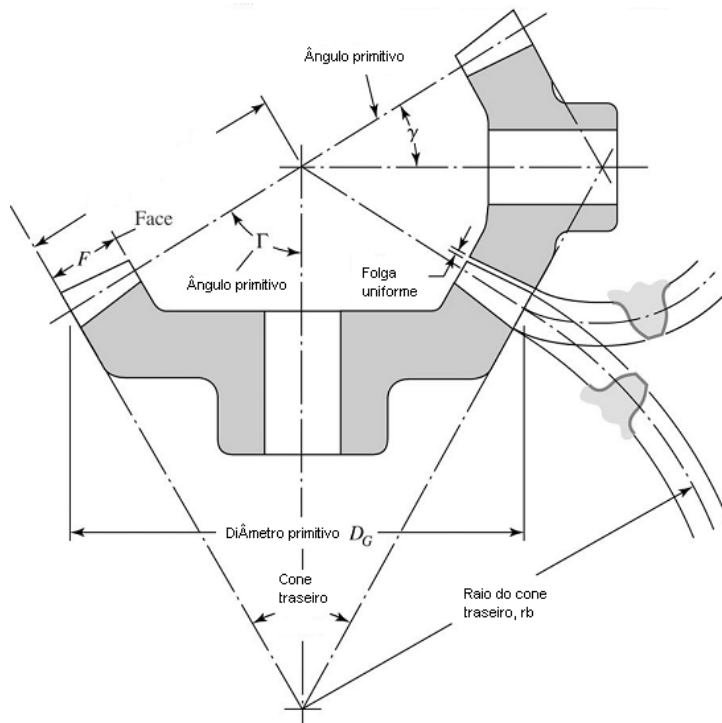


$$\tan \gamma = \frac{N_P}{N_G}$$

$$\tan \Gamma = \frac{N_G}{N_P}$$

ENGRENAGENS CÔNICAS DE DENTES RETOS

- A forma dos dentes, quando projetada no cone traseiro, é a mesma que em uma engrenagem cilíndrica de dentes retos.
- O número de dentes dessa engrenagem imaginária é:
Onde N' é o número virtual de dentes e p o passo circular medido na extremidade maior dos dentes.

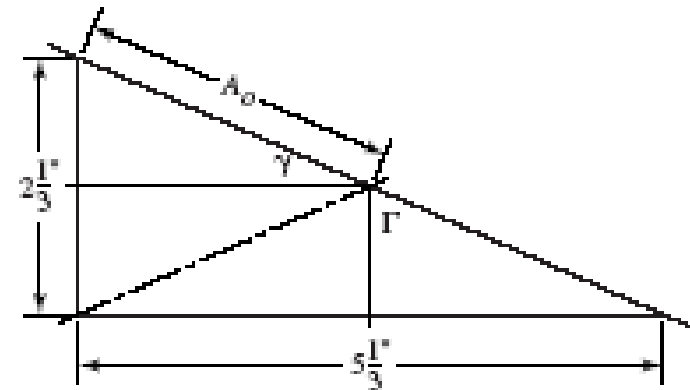


$$N' = \frac{2\pi r_b}{p}$$

EXERCÍCIOS

• 13.5. Um pinhão cônico de dentes retos de 20° de ângulo de pressão, com 14 dentes e passo diametral de 6 dentes/in, aciona uma coroa de 32 dentes. Os dois eixos formam 90° entre si e estão no mesmo plano. Encontre:

- A) A distância de cone;
- B) Os ângulos primitivos;
- C) Os diâmetros primitivos.



$$a) A_0 = \left[\left(\frac{2,333}{2} \right)^2 + \left(\frac{5,333}{2} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = 2,910 \text{ in}$$

$$b) \gamma = \tan^{-1} \left(\frac{N_P}{N_G} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{14}{32} \right) = 23,63^\circ$$

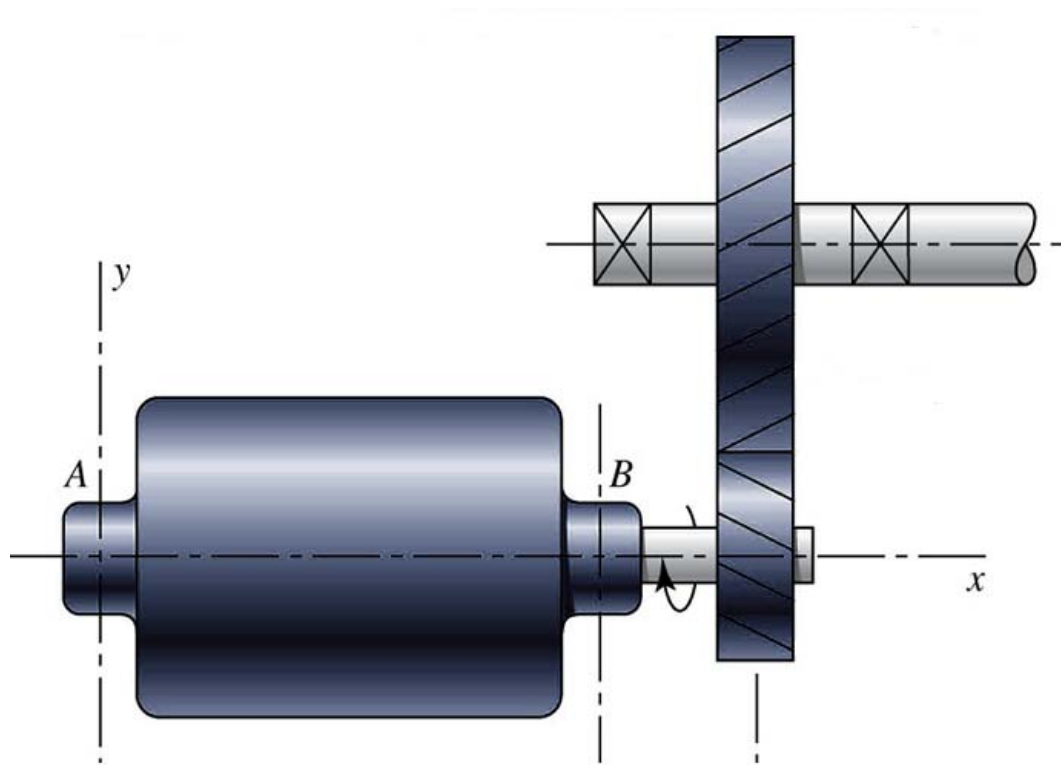
$$\Gamma = \tan^{-1} \left(\frac{N_G}{N_P} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{32}{14} \right) = 66,37^\circ$$

$$c) d_p = \frac{14}{6} = 2,333 \text{ in}$$

$$d_g = \frac{32}{6} = 5,333 \text{ in}$$

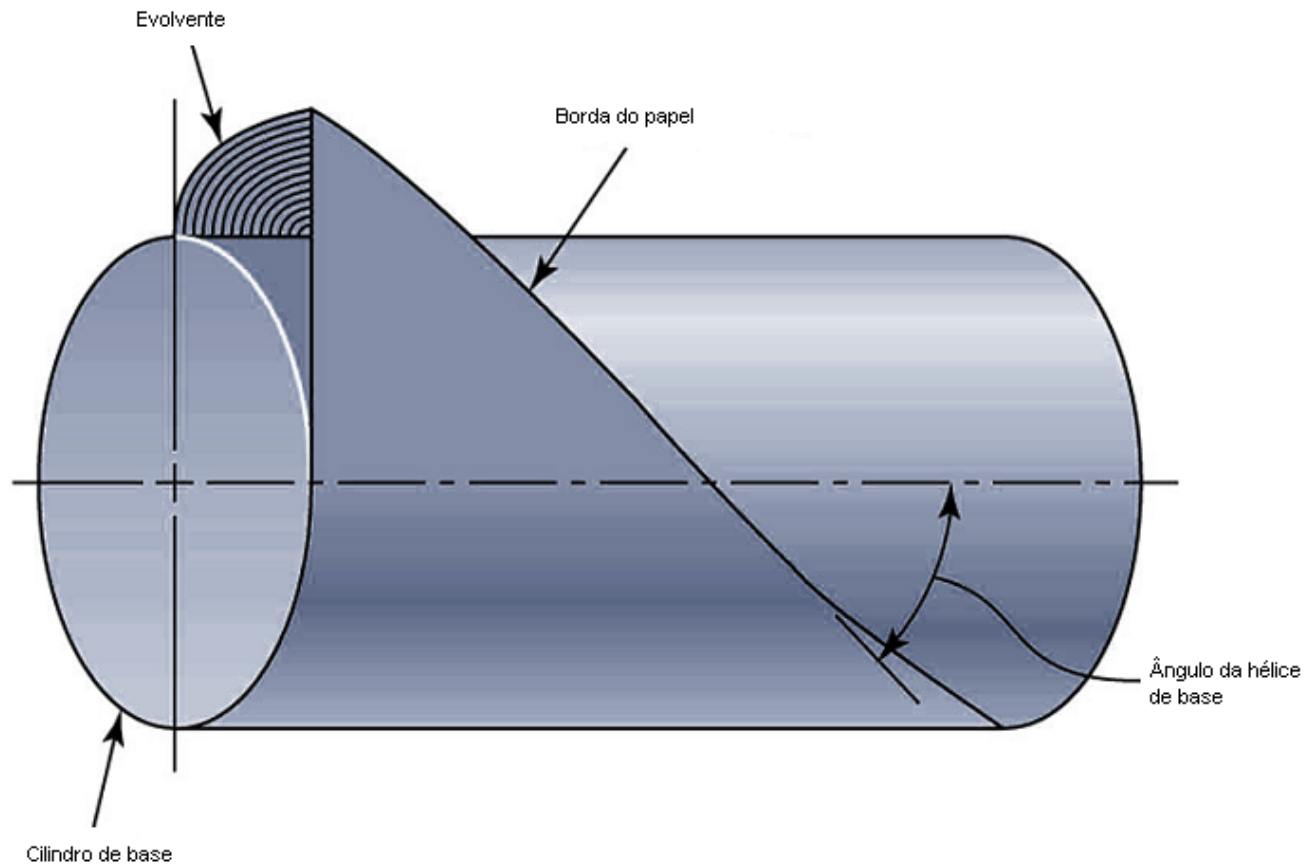
ENGRENAGENS HELICOIDAIS DE EIXOS PARALELOS

- Ângulo de hélice é o mesmo em cada engrenagem;
- Uma engrenagem deve ter uma hélice destra (mão direita) e a outra sestra (mão esquerda);



ENGRENAGENS HELICOIDAIS DE EIXOS PARALELOS

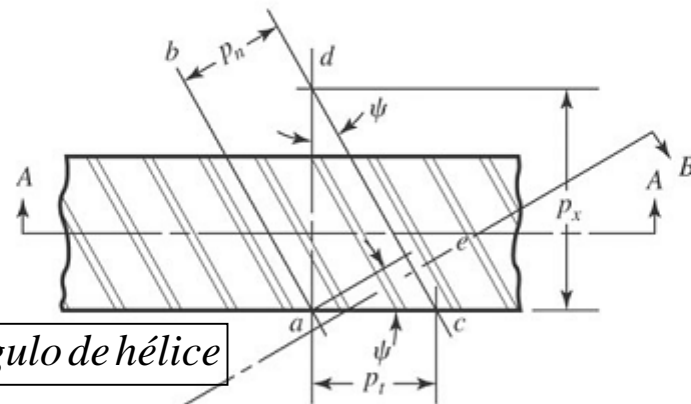
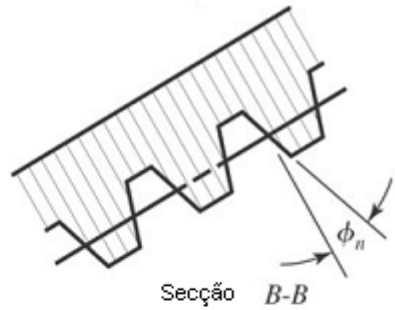
- A forma do dente é a de uma evolvente helicoidal;
- Se um pedaço de papel, cortado na forma de um paralelogramo, é enrolado ao redor do cilindro, a extremidade angular do papel torna-se uma hélice.



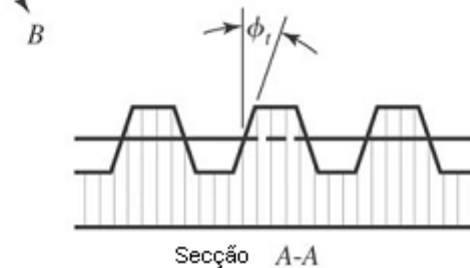
ENGRENAGENS HELICOIDAIS DE EIXOS PARALELOS

- O contato inicial dos dentes das engrenagens cilíndricas de dentes retos é uma linha que se estende ao longo da face completa do dente;
- O contato inicial dos dentes das engrenagens helicoidais é um ponto que se estende até formar uma reta, à medida que os dentes engrenam;
- Em engrenagens cilíndricas de dentes retos, a linha de contato é paralela ao eixo de rotação;
- Em engrenagens helicoidais, é uma diagonal cruzando a face do dente.
- Esse engrenamento gradual confere às engrenagens helicoidais a habilidade de transmitir cargas a altas velocidades.

ENGRENAGENS HELICOIDAIS DE EIXOS PARALELOS



ψ é o ângulo de hélice



p_t é o passo circular transversal p_t no plano de rotação (passo circular);

p_n é o passo circular normal p_n e relacionado com o passo circular como:

$$p_n = p_t \cos \psi$$

p_x é o passo axial p_x

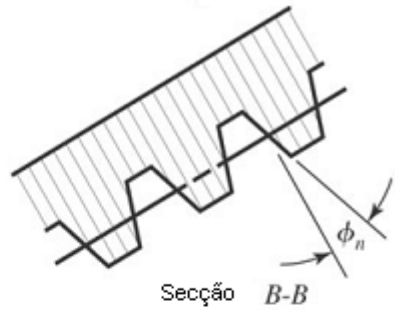
$$p_x = \frac{p_t}{\tan \psi}$$

Como:

$$p_n p_x = p_t$$

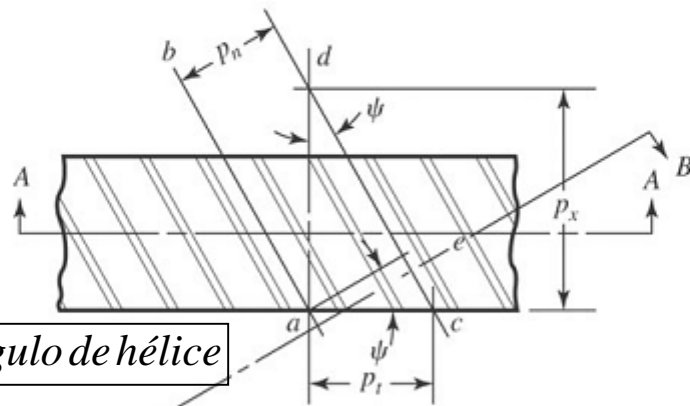
$$p_n = \frac{p_t}{\cos \psi}$$

ENGRENAGENS HELICOIDAIS DE EIXOS PARALELOS

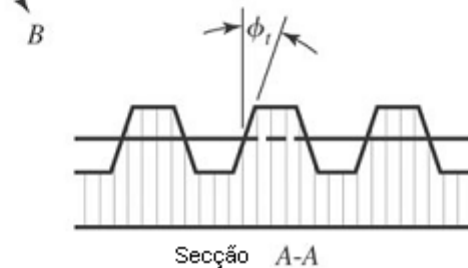


O ângulo de pressão na direção normal é diferente do ângulo de pressão na direção de rotação devido à angularidade dos dentes.

$$\cos \psi = \frac{\tan \phi_n}{\tan \phi_t}$$



ψ é o ângulo de hélice



EXEMPLO

Uma engrenagem helicoidal tem um ângulo de pressão de 20° , um ângulo de hélice de 30° e um passo diametral transversal de 5 dentes/polegada, tendo 20 dentes. Encontre:

- O diâmetro primitivo;
- Os passos axial, normal e transversal;
- O passo diametral normal;
- O ângulo de pressão transversal.

$$a) d = \frac{N}{P_t} = \frac{20}{5} = 4 \text{ in}$$

$$b) p_t = \frac{\pi}{P_t} = \frac{\pi}{5} = 0,6283 \text{ in}$$

$$p_x = \frac{p_t}{\tan \psi} = \frac{0,6283}{\tan 30^\circ} = 0,7254 \text{ in}$$

$$p_n = p_t \cos \psi = 0,6283 \cos 30^\circ = 0,5441$$

EXEMPLO

$$c) P_n = \frac{P_t}{\cos \psi} = \frac{5}{\cos 30^\circ} = 5,773 \text{ dentes / in}$$

$$d) \cos \psi = \frac{\tan \phi_n}{\tan \phi_t}$$

$$\phi_t = \arctan\left(\frac{\tan \phi_n}{\cos \psi}\right)$$

$$\phi_t = \arctan\left(\frac{\tan 20^\circ}{\cos 30^\circ}\right) = \arctan(0,4202)$$

$$\phi_t = 22,80^\circ$$

ENGRENAGENS HELICOIDAIS DE EIXOS PARALELOS

- Da mesma forma que no caso de dentes de engrenagens de dentes retos, dentes de engrenagens helicoidais podem apresentar interferência;
- O menor número de dentes de um pinhão helicoidal que irá rodar, sem interferência, com uma coroa com o mesmo número de dentes é:

$$N_P = \frac{4k \cos \psi}{6 \operatorname{sen}^2 \phi_t} \left(1 + \sqrt{1 + 3 \operatorname{sen}^2 \phi_t} \right)$$

- Se o ângulo de pressão normal ϕ_n é 20° e o ângulo de hélice ψ 30° , então:

$$\phi_t = \arctan \left(\frac{\tan 20^\circ}{\cos 30^\circ} \right) = 22,80^\circ$$

$$N_P = \frac{4(1) \cos 30^\circ}{6 \operatorname{sen}^2 22,80^\circ} \left(1 + \sqrt{1 + 3 \operatorname{sen}^2 22,80^\circ} \right)$$

$$N_P = 8,48 = 9 \text{ dentes}$$

ENGRENAGENS HELICOIDAIS DE EIXOS PARALELOS

- Para a razão de engrenamento seguinte, o menor número de dentes no pinhão é:

$$m_g = N_g / N_p = m$$

$$N_p = \frac{2k \cos \psi}{(1 + 2m) \text{sen}^2 \phi_t} \left(m + \sqrt{m^2 + (1 + 2m) \text{sen}^2 \phi_t} \right)$$

- O menor pinhão que pode rodar uma cremalheira é:

$$N_p = \frac{4k \cos \psi}{2 \text{sen}^2 \phi_t}$$

- Para um ângulo de pressão normal ϕ_n de 20° e o ângulo de hélice ψ 30° , com $\phi_t = 22,80^\circ$:

$$N_p = \frac{4(1) \cos 30^\circ}{2 \text{sen}^2 22,80^\circ} = 11,5 = 12 \text{ dentes}$$

ENGRENAGENS HELICOIDAIS DE EIXOS PARALELOS

- A maior engrenagem para um pinhão especificado é:

$$N_g = \frac{N_p^2 \operatorname{sen}^2 \phi_t - 4k^2 \cos^2 \psi}{4k \cos \psi - 2N_p \operatorname{sen}^2 \phi_t}$$

- Para um pinhão de nove dentes, com um ângulo de pressão normal ϕ_n de 20° e um ângulo de hélice ψ de 30° , com $\phi_t = 22,80^\circ$:

$$N_g = \frac{9^2 \operatorname{sen}^2 22,80^\circ - 4(1)^2 \cos^2 30^\circ}{4(1) \cos 30^\circ - 2(9) \operatorname{sen}^2 22,80^\circ} = 12,02 = 12$$

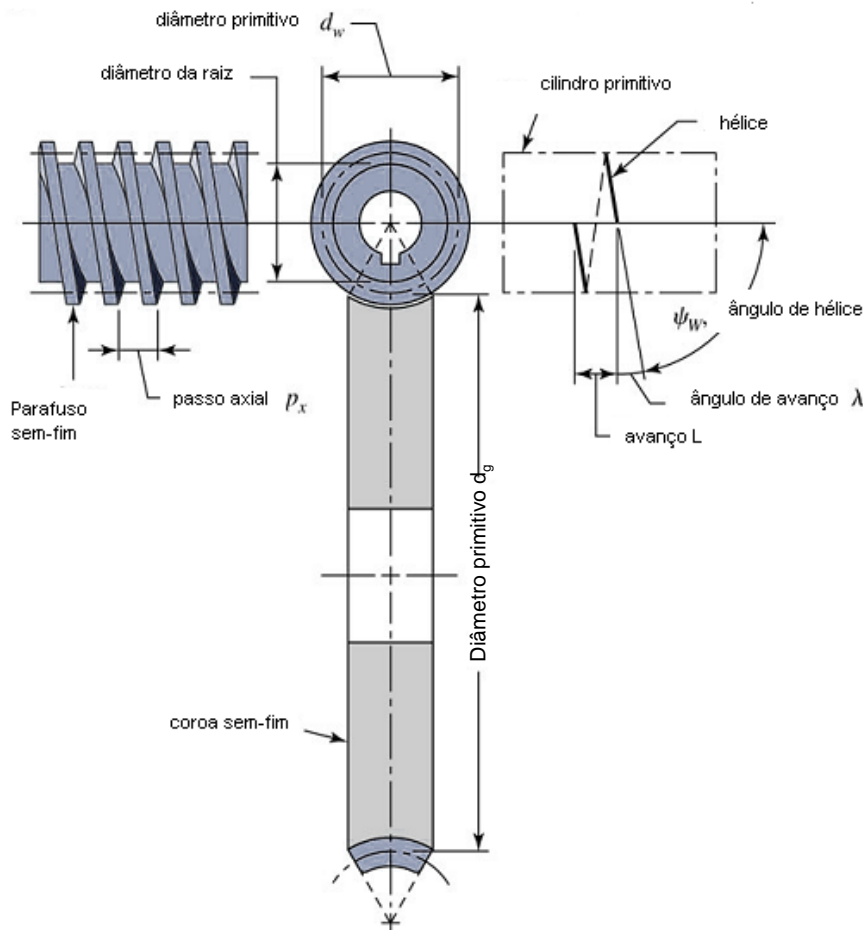
ENGRENAGENS SEM-FIM

- O ângulo de hélice do parafuso é normalmente grande, enquanto o da coroa é muito pequeno;
- O ângulo de avanço do parafuso é o complemento do ângulo de hélice da coroa.



ENGRENAGENS SEM-FIM

- Ao especificar , é habitual declarar o passo axial p_x do parafuso e o passo circular transversal p_t da engrenagem par;
- Esses passos são idênticos para ângulo entre eixos de 90° ;
- Passo diametral da engrenagem é o diâmetro medido no plano contendo o eixo do sem-fim;



Passo diametral:

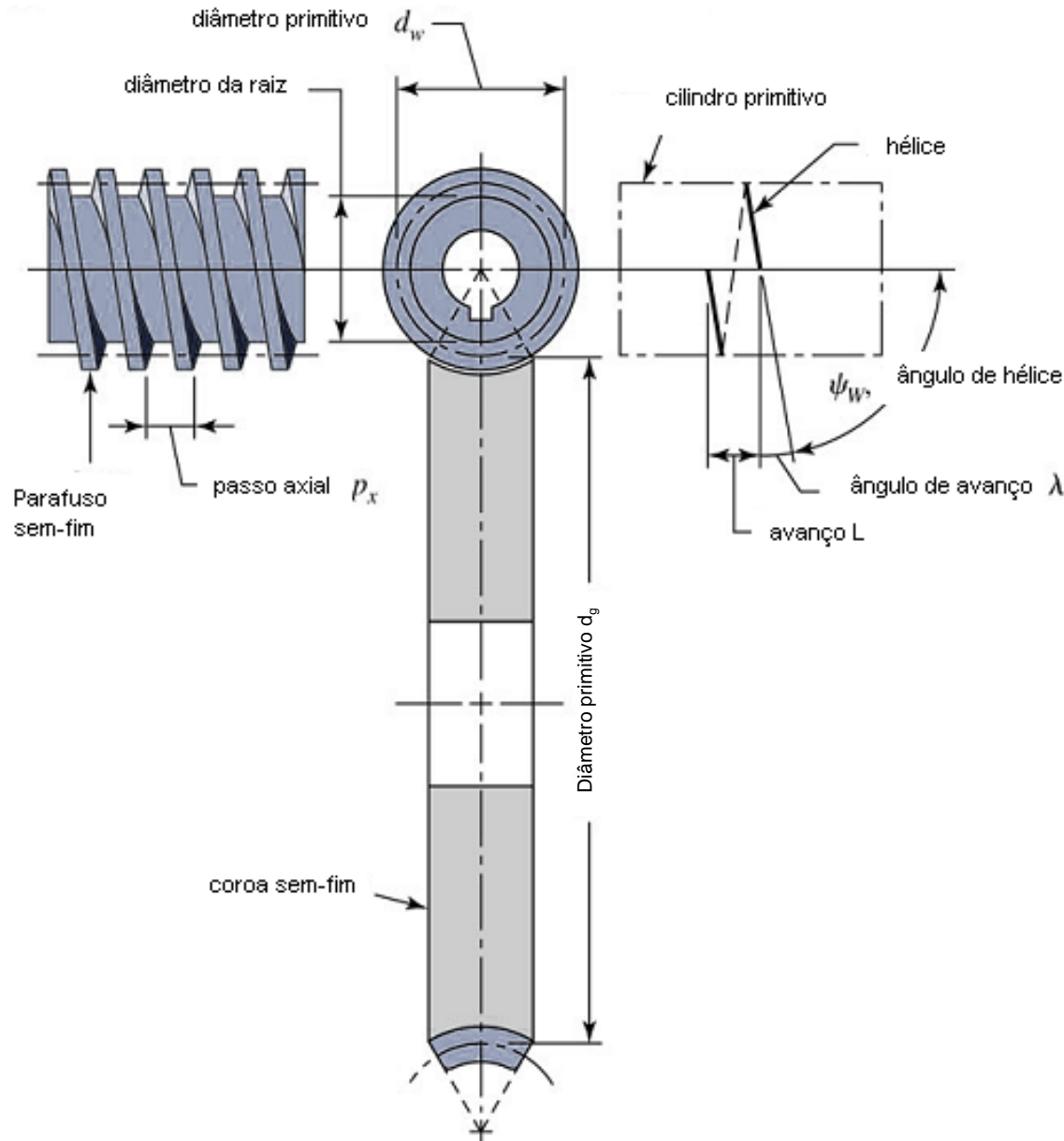
$$d_g = \frac{N_g p_t}{\pi}$$

Diâmetro de passo do parafuso para ótima capacidade de potência:

$$\frac{C^{0,875}}{3,0} \leq d_w \leq \frac{C^{0,875}}{1,7}$$

ENGRENAGENS SEM-FIM

- Avanço e o ângulo de avanço obedecem as seguintes relações:

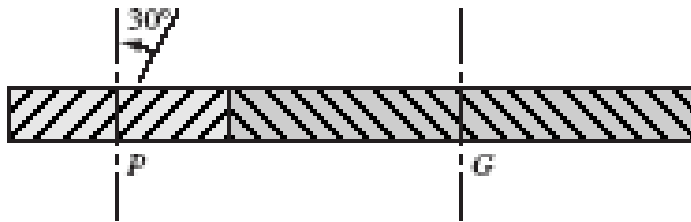


$$L = p_x N_w$$

$$\tan \lambda = \frac{L}{\pi d_w}$$

EXERCÍCIOS

- 13.6. Um par de engrenagens cilíndricas helicoidais de eixos paralelos utiliza um pinhão de 17 dentes acionando uma coroa de 34 dentes. O pinhão apresenta um ângulo de hélice destro de 30, um ângulo de pressão normal de 20 e um passo diametral normal de 5 dentes/in. Encontre:
 - A) Os passos circulares normal, transversal e axial;
 - B) O passo circular normal de base;
 - C) O passo diametral transversal e o ângulo de pressão transversal;



$$a) p_n = \frac{\pi}{P_n} = \frac{\pi}{5} = 0,6283 in$$

$$p_t = \frac{p_n}{\cos \psi} = \frac{0,6283}{\cos 30^0} = 0,7255 in$$

$$p_x = \frac{p_t}{\tan \psi} = \frac{0,7255}{\tan 30^0} = 1,25 in$$

EXERCÍCIOS

$$b) p_{nb} = p_n \cos \phi_n = 0,6283 \text{ in} \cos 20^\circ = 0,590 \text{ in}$$

$$c) P_t = P_n \cos \psi = 5 \cos 30^\circ = 4,33 \text{ dentes / in}$$

$$\phi_t = \tan^{-1} \left(\frac{\tan \phi_n}{\cos \psi} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{\tan 20^\circ}{\cos 30^\circ} \right) = 22,8^\circ$$

EXERCÍCIOS

- 13.7. Para casa.

SISTEMAS DE DENTES

- Sistema de dentes é um padrão que especifica as relações envolvendo adendo, dedendo, profundidade de trabalho, espessura de dente e ângulo de pressão:

Sistema de dente	Ângulo de pressão, graus	Adendo a	Dedendo b
Profundidade completa	20	$1/P_d$ ou m	$1,25/P_d$ ou $1,25m$
			$1,35/P_d$ ou $1,35m$
	22,5	$1/P_d$ ou m	$1,25/P_d$ ou $1,25m$
			$1,35/P_d$ ou $1,35m$
	25	$1/P_d$ ou m	$1,25/P_d$ ou $1,25m$
			$1,35/P_d$ ou $1,35m$
Curta	20	$0,8/P_d$ ou $0,8 m$	$1/P_d$ ou m

Tabela 1 – Sistema de dentes usados comumente e sistema-padrão para engrenagens cilíndricas de dentes retos.

SISTEMAS DE DENTES

- Consultar tabelas Shigley, pag. 649.:

REFERÊNCIAS

SHIGLEY, J.E., MISCHKE, C.R., BUDYNAS, R.G., *Projeto de Engenharia mecânica, 7ª edição, Bookman.*