

RAFAEL RODRIGUES

DETERMINAÇÃO DA CINEMÁTICA, CURVAS CARACTERÍSTICAS REAIS
E DO EMPUXO AXIAL EM BOMBAS CENTRÍFUGAS: UM ESTUDO
TEÓRICO E EXPERIMENTAL

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Engenheiro Mecânico.

Orientador: Prof. Dr. Sérgio Frey

Porto Alegre
2004



Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Escola de Engenharia
Departamento de Engenharia Mecânica

**DETERMINAÇÃO DA CINEMÁTICA, CURVAS CARACTERÍSTICAS REAIS
E DO EMPUXO AXIAL EM BOMBAS CENTRÍFUGAS: UM ESTUDO
TEÓRICO E EXPERIMENTAL**

RAFAEL RODRIGUES

**ESTA MONOGRAFIA FOI JULGADA ADEQUADA COMO PARTE DOS
REQUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE
ENGENHEIRO(A) MECÂNICO(A)
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELA BANCA EXAMINADORA DO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**Prof. Doutor Flávio José Lorini
Coordenador do Curso de Engenharia Mecânica**

BANCA EXAMINADORA:

**Prof. Dr. PAULO OTTO BEYER
UFRGS / DEMEC**

**Prof. Dr. PAULO SCHNEIDER
UFRGS / DEMEC**

**Prof. Dr. HORÁCIO VIELMO
UFRGS / DEMEC**

**Porto Alegre
2004**

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço aos meus pais *Mário* e *Vanda*, pelo apoio incondicional e por todo o esforço realizado para que esta conquista fosse alcançada.

Ao meu orientador, *Prof. Dr. Sérgio Frey* que esteve sempre ao meu lado orientando, solucionando dúvidas com disponibilidade e profissionalismo.

Ao LAMAC, por proporcionar a realização dos experimentos.

À Fernanda, pelo amor e pelas palavras de carinho e compreensão durante esta caminhada.

Este trabalho contou com apoio das seguintes entidades:
- Empresa Zegla Indústria de Máquinas para Bebidas Ltda

“A maior recompensa do nosso trabalho não
é o que nos pagam por ele, mas
aquilo em que ele nos
transforma”
John Ruskin

RODRIGUES, R. **Determinação da Cinemática, Curvas Características Reais e do Empuxo Axial em Bombas Centrífugas: Um Estudo Teórico e Experimental.** 28f. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso de Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2004.

RESUMO

O conhecimento das curvas características dos geradores de fluxo e das peculiaridades inerentes a cada tipo de máquina fornece uma base confiável para o projetista de uma nova instalação e uma orientação segura para o usuário, quando este se depara com um problema de funcionamento. Visto que os fabricantes de turbomáquinas fornecem, em seus catálogos, as curvas características de seus produtos, normalmente obtidas em ensaios de laboratório, a fundamentação teórica é essencial para a correta interpretação e utilização destas curvas. Uma utilização do equipamento de forma inadequada pode lhe acarretar sérios danos e, ainda, distorções nas suas curvas podem causar ao fabricante muitas contratuais. Neste trabalho, através de um estudo teórico e experimental, será possível a determinação dos parâmetros característicos de bombas centrífugas, tais como: triângulo de velocidade, salto energético, rendimento total, capacidade, potência fornecida ao eixo, empuxo axial, empuxo radial e o levantamento de forma experimental das curvas características reais de uma bomba centrífuga, visando otimizar suas características funcionais através de planilhas de cálculos. Para as medições experimentais utilizou-se a bancada de testes de turbobombas do Laboratório de Mecânica dos Fluidos Aplicada e Computacional (LAMAC) do Departamento de Engenharia Mecânica da UFRGS. O experimento mostra que o rendimento da bomba está aquém do esperado e que sua altura de recalque apresenta uma pequena variação com o aumento da vazão. Também será apresentada uma análise de incertezas.

PALAVRAS-CHAVE: Turbomáquinas, Bomba Centrífuga, Empuxo Axial e Radial, Curvas Características.

RODRIGUES, R. **Determination of kinematics, real characteristic curves and axial thrust in centrifugal pumps: a theoretical and experimental study.** 28f.. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso de Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2004.

ABSTRACT

The knowledge of the characteristic curves of pumps and the inherent peculiarities to each type of machine supplies a trustworthy base to the designer of a new installation and a safe orientation for the user, when he comes across a functioning problem. Since the manufacturers of turbomachines supply, on their catalogues, the characteristic curves of their products, normally taken through laboratory assays, theoretical foundation is essential to the correct interpretation and use of these curves. An inadequate use of the equipment may cause serious damages and, still, distortions in its curves may cause to the manufacturer contractual fines. In this work, through a theoretic and experimental study, it will be possible to determine the characteristic parameters of centrifugal pumps, such as: velocity triangle, energetic jump, total efficiency, capacity, power supplied to the axis, axial thrust, radial thrust and the experimentally obtained characteristic curves, aiming to optimize its functional characteristics using calculus sheets. For the experimental measurements the group of turbopump test benches of the Laboratory of Applied and Computational Fluid Mechanics (LAMAC) of the Mechanical Engineering Department of UFRGS will be used. The experiment show that the efficiency of the pump is below of the waited one and that its head varies little with the increase of the capacity. An uncertainties analysis will also be presented.

KEYWORDS: Turbomachines, Centrifugal Pumps, Axial and Radial Thrust, Characteristic Curves.

SUMÁRIO

ABSTRACT	7
1. INTRODUÇÃO	9
2. MODELAGEM MECÂNICA	9
2.1. CURVAS CARACTERÍSTICAS	9
2.2 EMPUXO EM BOMBAS CENTRÍFUGAS	13
3. APRESENTAÇÃO DO EXPERIMENTO	16
3.1 A BANCADA E SEUS EQUIPAMENTOS DE MEDIÇÃO	16
3.2 AQUISIÇÃO DE DADOS	17
4. RESULTADOS E ANÁLISES	17
4.1 CURVAS CARACTERÍSTICAS REAIS	17
4.2 CINEMÁTICA DA BOMBA	20
4.3 ANÁLISE DE INCERTEZAS	21
5. CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS	23
6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	23
APÊNDICE I – CINEMÁTICA E RENDIMENTOS DE TURBOBOMBAS	24
APÊNDICE II – ANÁLISE DE INCERTEZAS	26

1. INTRODUÇÃO

Máquinas de fluxo geradoras são máquinas nas quais a movimentação do líquido é produzida por forças que se desenvolvem na massa líquida, em consequência da rotação de uma roda (rotor) com um certo número de pás especiais. A distinção entre os diversos tipos de turbobombas é feita fundamentalmente em função da forma como o rotor cede energia ao fluido bem como pela orientação do fluido ao sair do rotor.

As bombas centrífugas são aquelas em que a energia fornecida ao líquido é primordialmente do tipo cinética, sendo posteriormente convertida em vazão e energia de pressão que irá adicionar “carga” ao fluido para que ele vença as alturas de deslocamento. A energia cinética pode ter origem puramente centrífuga ou de arrasto, ou mesmo uma combinação das duas, dependendo da forma do rotor. A conversão de grande parte da energia cinética em energia de pressão é realizada fazendo com que o líquido que sai do rotor passe em um conduto de área crescente.

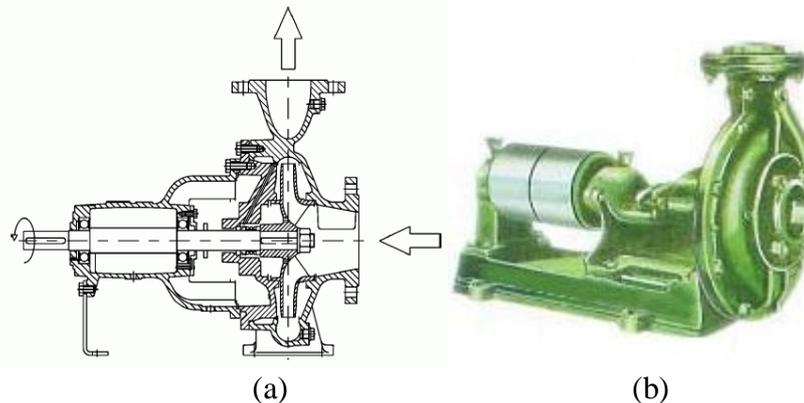


Figura 1.1 a) Bomba centrífuga em corte longitudinal b) Bomba Centrífuga

Este trabalho tem por objetivo o levantamento, de forma experimental, e análise teórica dos parâmetros característicos de bombas centrífugas com a proposição de otimização de suas características funcionais. Através dele - introduzindo a cinemática, as perdas energéticas, rendimentos e características de funcionamento de máquinas de fluxo geradoras - será possível o desenvolvimento de uma planilha de cálculos para análise e simulação dos parâmetros característicos para diversos pontos de operação. A bomba centrífuga a ser estudada foi fornecida por uma empresa do ramo, localizada na serra gaúcha, que ainda não possui as curvas características de seus equipamentos.

2. MODELAGEM MECÂNICA

2.1. CURVAS CARACTERÍSTICAS

O conhecimento das curvas características dos geradores de fluxo e das peculiaridades inerentes a cada tipo de máquina fornece uma base confiável para o projetista de uma nova instalação e uma orientação segura para o usuário, quando este se depara com problemas de funcionamento. Base confiável para o projetista porque os bons fabricantes de máquinas de fluxo fornecem, em seus catálogos, as curvas características de seus produtos - normalmente, obtidas em ensaios de laboratório. Possíveis distorções nestas, podem levar o cliente a responsabilizar o fabricante ou serem objetos de multas contratuais.

As chamadas *curvas ideais* dos geradores de fluxo não consideram as perdas energéticas e podem ser deduzidas a partir da equação de Euler (equação (A.5)) para um rotor ideal com

número infinito de pás. Já as *curvas teóricas*, levam em conta analiticamente as perdas energéticas nas turbobombas, possuindo esta denominação por serem previstas pela teoria e não determinadas experimentalmente - estas últimas denominadas *curvas reais*.

Da equação (A.5) para uma turbobomba ideal com ângulo a (ver Apêndice I) igual a 90° na entrada do rotor, obtemos:

$$w_{pá\infty} = u_5 v_{u5} \quad (1)$$

Com base na equação (1), pode-se examinar a variação do trabalho específico disponível w em função da vazão Q , mantendo constante a velocidade de rotação w e alterando Q por meio do ajuste de um registro inserido na canalização de descarga. Neste caso, o ângulo de saída das pás do rotor, β_5 , mantém-se constante, e o triângulo de velocidades $v_5 = u_5 + w_5$ transforma-se em $v'_5 = u'_5 + w'_5$. (Figura 2.1)

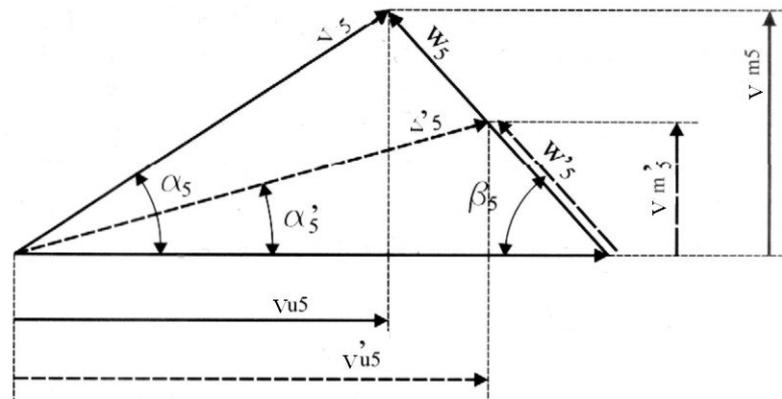


Fig. 2.1 – Modificações do triângulo de velocidades em função da variação da vazão.

Com base nos triângulos da figura 2.1 e a definição de capacidade Q pode-se escrever,

$$v_{u5} = u_5 - \frac{Q}{\rho D_5 b_5} \cot b_5 \quad (2)$$

Substituindo a equação (2) na equação (1), vem:

$$w_{pá\infty} = u_5^2 - u_5 \frac{\cot b_5}{\rho D_5 b_5} Q \quad (3)$$

com, para as condições estabelecidas, Q sendo a única grandeza variável da equação(3), representando, desta maneira, uma reta de inclinação positiva (pás curvadas para frente, $b_5 > 90^\circ$), nula (pás de saída radial, $b_5 = 90^\circ$) ou negativa (pás curvadas para trás, $b_5 < 90^\circ$).

O traçado da curva característica *teórica* $w=f(Q)$ para rotores radiais com pás curvadas para trás ($\beta_5 < 90^\circ$), é obtido conforme está indicado na Figura.2.2.

A curva característica *teórica* $w=f(Q)$ é construída inicialmente a partir da curva ideal, $w_{pá\infty}=f(Q)$, obtendo-se à curva $w_{pá}=f(Q)$, a qual leva em conta o chamado o *fator de deficiência de potência m* (HENN, 2001), ou seja, $w_{pa} = m w_{pá\infty}$. Em seguida, subtrai-se da curva $w_{pá\infty}=f(Q)$ as perdas hidráulicas E_P e E_{PC} , onde E_P representa as perdas por atrito, mudança de seção e direção do fluxo, e E_{PC} as perdas por choque (turbilhonamento) na

entrada do rotor e do sistema diretor. Segundo PFLEIDERER (1960), tanto E_p e E_{pc} podem ser, respectivamente, representadas pelas correlações:

$$E_p = (1 - h_h) w_{pá} \left(\frac{Q}{Q_n} \right)^2 \quad \text{e} \quad E_{pc} = K_{pc} (u_4^2 + m^2 u_5^2) \left(1 - \frac{Q}{Q_n} \right)^2 \quad (4)$$

Onde h_h é o rendimento hidráulico da bomba, $w_{pá}$ o trabalho específico nas pás de um rotor com número finito de pás, em J/kg, u_4 a velocidade periférica na entrada do rotor em m/s, u_5 a velocidade periférica na saída em m/s, K_{pc} o coeficiente de perdas por choque e Q_n a vazão nominal da máquina, em m³/s. (Figura 2.2).

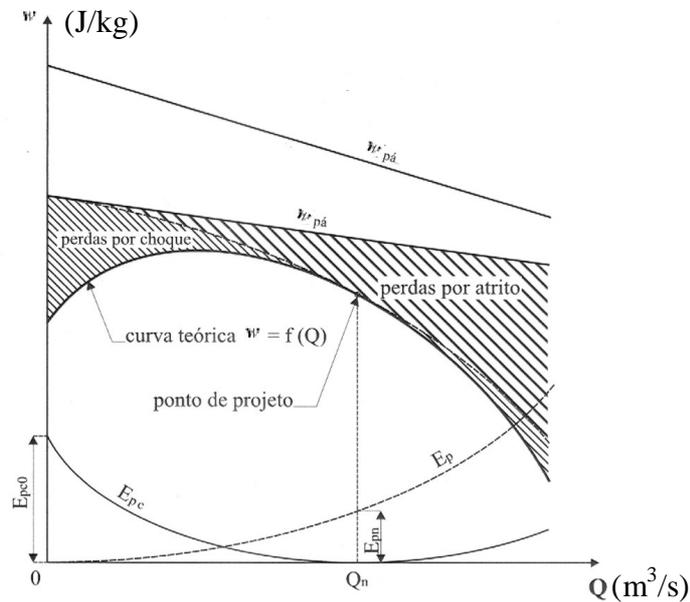


Figura 2.2 - Obtenção da curva característica teórica $w=f(Q)$ de um gerador de fluxo a partir da curva ideal.

De maneira análoga pode ser traçada a curva característica teórica $Pe=f(Q)$ a partir da curva característica de uma turbobomba ideal. Esta, de acordo com a equação (3) e a definição de potência (equação (A.7)), pode ser representada por uma parábola que passa pela origem,

$$P_{pá} = K_1 Q + K_2 Q^2 \quad (5)$$

onde K_1 e K_2 são constantes adimensionais (Figura 2.3). Para $b_5 = 90^\circ$, K_2 se anula e a curva $Pe_{pá} = f(Q)$ transforma-se em uma reta. Já para rotores com pás curvadas para frente, a curva de potência desenvolve-se acima desta reta e cresce sem limites, enquanto, para pás curvadas para trás, a curva de potência situa-se sob a reta, passando a decrescer após alcançar um limite máximo.

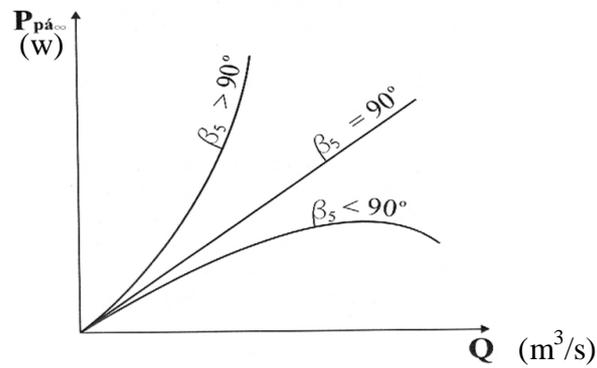


Figura 2.3 Curvas características ideais $P_{páa} = f(Q)$ de máquinas de fluxo geradoras radiais

Embora a análise das curvas teóricas permita avaliar a influência de diversos parâmetros construtivos no comportamento da máquina de fluxo mesmo antes de seu projeto e fabricação, somente o conhecimento de suas curvas características *reais* permitirá aos usuários elementos confiáveis para a sua utilização em determinada instalação. As quais são obtidas em bancos de testes de laboratórios ou nos ensaios de campo. (Figura 2.4)

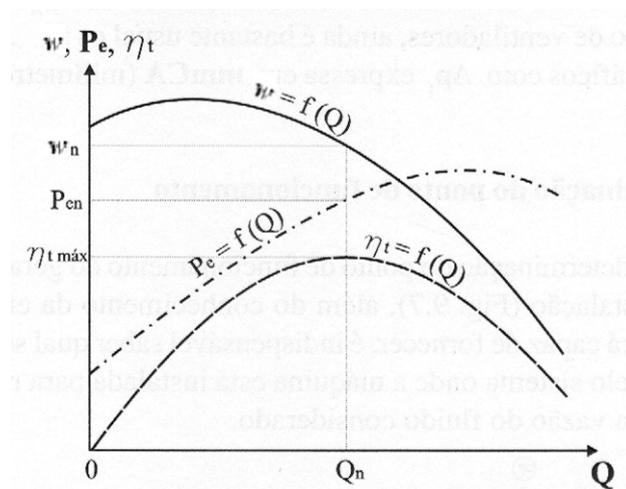


Figura 2.4 - Curvas características de turbobombas em ensaio com rotação constante.

Observação:

1. Ao serem acrescentadas as potências consumidas pelas perdas, as curvas de potência no eixo não passarão mais pela origem como na Figura 2.3, ocorrendo, pelo contrário, uma grande solitação para a máquina funcionando em vazio.
2. Para a determinação do ponto de trabalho é indispensável conhecer a *curva característica do sistema*, que é a representação da energia requerida para recalcar uma determinada vazão do fluido de trabalho, considerando a diferença de altura e a pressão interna dos reservatórios de sucção e descarga, bem como a perda de carga que ocorre nas tubulações. Pelo exposto conclui-se que, obrigatoriamente, o ponto de trabalho deve encontrar-se na interseção da curva do sistema com a curva $w = f(Q)$, conforme é ilustrado pela figura 2.5.

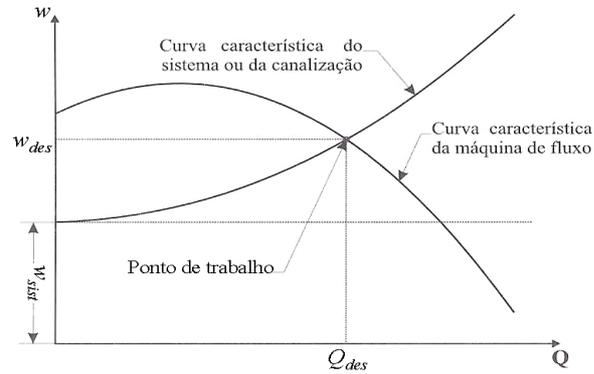


Figura 2.5 - Determinação do ponto de trabalho de bomba centrífuga.

2.2 EMPUXO EM BOMBAS CENTRÍFUGAS

2.2.1 Empuxo Axial

A diferença de pressão estática entre a saída e a entrada do rotor de uma bomba centrífuga, bem como os efeitos dinâmicos provenientes da mudança de direção da corrente fluida ao passar pelo rotor, podem originar uma força no sentido axial da máquina - denominada de *empuxo axial* - a qual será suportada total ou parcialmente por seus mancais.

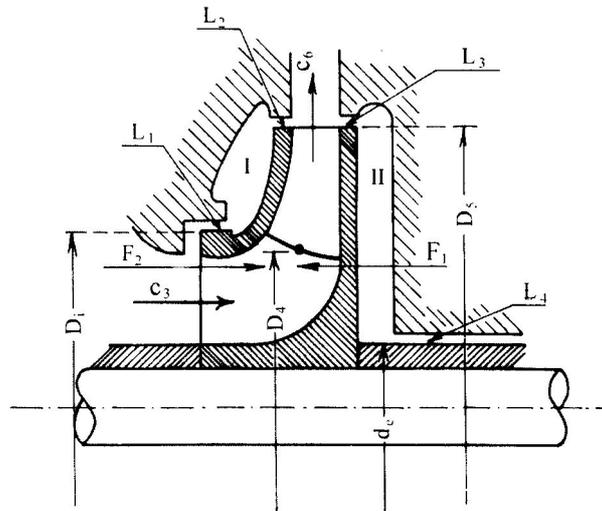


Figura 2.6 – Empuxo axial em rotores radiais.

Analisando os recintos I e II da figura 2.6, nota-se que regiões destes recintos situadas junto ao diâmetro exterior do rotor (labirintos L_2 e L_3) encontram-se submetidas a uma mesma pressão, que pode-se admitir igual a pressão existente na saída do rotor, p_6 . Seguindo-se radialmente para o interior destes recintos, no sentido de uma diminuição do raio, a pressão vai diminuindo porque o fluido contido nos mesmos está animado por um movimento rotativo, provocado pelo atrito com os discos dianteiro e traseiro do rotor. Estudos mostram que a dimensão do recinto II deve ser a menor possível, pois tem influencia direta no rendimento da bomba reduzindo-o consideravelmente. Segundo a hipótese mais freqüentemente utilizada, a velocidade de rotação do fluido nos recintos I e II é considerada igual à metade da velocidade angular do rotor (PFLEIDERER & PETERMANN, 1973).

A pressão nos recintos I e II vai diminuindo por efeito da força centrífuga segundo uma curva em forma de parábola cujo eixo coincide com o eixo de rotação do rotor. Ou seja, com o fluido contido nos recintos mencionados girando em bloco com a mesma velocidade angular, e considerando p , a pressão existente num ponto genérico de raio r , pode-se escrever:

$$p_6 - p = r w^2 \frac{r_5^2 - r^2}{8} \quad (6)$$

onde p_6 é a pressão na saída do rotor, numa região referenciada pelo raio exterior r_5 , uma vez que os pontos 5 e 6 são considerados muito próximos, u_5 a velocidade periférica do fluido em um ponto na saída do rotor em m/s, e r o raio de um ponto genérico nos recintos considerados em m.

Por outro lado, a sobrepressão em um raio qualquer r em relação à pressão no lado de admissão do rotor pode ser expressa por:

$$\Delta p = p - p_3 = (p_6 - p_3) - (p_6 - p) \quad (7)$$

onde Δp é a diferença de pressão entre um raio genérico r nos recintos I e II, e a pressão na boca de admissão do rotor em Pa. Substituindo, na equação (7), a equação (6), chega-se a

$$\Delta p = r \left(w_{est} - w^2 \frac{r_5^2 - r^2}{8} \right) \quad \text{com} \quad w_{est} = r(p_6 - p_3) \quad (8)$$

Aplicando a diferença de pressão Δp sobre uma coroa circular elementar compreendida pelas circunstâncias de raios r e dr surge a força elementar:

$$dF = 2prdr\Delta p \quad (9)$$

Como se supõe as mesmas condições para ambos os lados do rotor, estas forças contrapõe-se e anulam-se, exceto para a superfície anular compreendida pelos raios r_i do labirinto L_1 e o raio do eixo r_{eixo} . Substituindo a equação (8) na equação (9) e integrando, obtém-se a força resultante F_1 ,

$$\begin{aligned} F_1 &= \int_{r_{eixo}}^{r_i} dF = \int_{r_{eixo}}^{r_i} 2prdr\Delta p = 2pr \int_{r_{eixo}}^{r_i} \left(w_{est} - w^2 \frac{r_5^2 - r^2}{8} \right) r dr \\ &= 2pr \left[w_{est} \frac{r_i^2 - r_{eixo}^2}{2} - w^2 \left(\frac{r_5^2 r_i^2 - r_{eixo}^2}{16} + \frac{r_{eixo}^4 - r_i^4}{32} \right) \right] \\ &= pr (r_i^2 - r_{eixo}^2) \left[w_{est} - \frac{u_5^2}{8} + \frac{w^2}{16} (r_i^2 + r_{eixo}^2) \right] \end{aligned} \quad (10)$$

onde w_{est} é a diferença de energia de pressão estática entre a saída e a entrada do rotor de uma máquina de fluxo geradora radial, em J/kg,

$$w_{est} = w - \frac{v_6^2 - v_3^2}{2} \quad (11)$$

Contraopondo-se à força de empuxo F_1 , e atuando na boca de sucção do rotor, existe uma força F_2 oriunda da brusca mudança de direção que o fluido sofre na entrada do rotor, ao passar de uma direção axial para uma direção radial. Pelo princípio da conservação da quantidade de movimento linear,

$$F_2 = rQv_3 \quad (12)$$

onde v_3 é a velocidade do fluido na boca de sucção do rotor em m/s. Portanto, o empuxo axial resultante F_a em bombas centrífugas com i estágios será dado por:

$$F_a = i(F_1 - F_2) \quad (13)$$

2.2.2 Empuxo radial

Volutas ou caixa caracol são largamente utilizadas em bombas centrífugas para sistemas diretores, e geralmente são projetadas para receber o fluido e conduzi-lo até a descarga da máquina. Logo após o ponto de início da espiral (denominado *lingüeta*), esta vai crescendo uniformemente de maneira a manter constante a velocidade e a pressão ao captar uma vazão crescente de fluido que sai do rotor à medida que aumenta a trajetória angular percorrida no traçado da voluta. Esta forma de construção faz com que se produza um equilíbrio das forças radiais que agem sobre o rotor ao longo de toda a sua periferia.

Entretanto, estas considerações só são atendidas quando a bomba está trabalhando no seu ponto nominal, pois se a bomba estiver operando fora dele, surgem variações na distribuição de pressões ao longo da voluta, dando origem denominado *empuxo radial*.

Para vazões inferiores a nominal, tem-se uma força radial atuando contra o quadrante inicial do traçado da espiral, fazendo um ângulo próximo a 90° com relação ao raio que passa pela lingüeta da voluta (Figura 2.7). Quando a vazão é superior a nominal, uma variação extremamente brusca do sentido da força correspondente ao empuxo radial que sofre um giro de quase 180° .

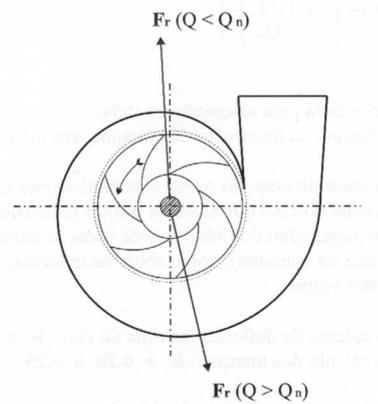


Figura 2.7 – Empuxo radial em sistema diretor de caixa espiral.

Segundo STEPANOFF (1957), o cálculo do empuxo radial pode ser obtido pela seguinte expressão:

$$F_r = K_r r w D_5 b_5 \quad (14)$$

onde K_r é um coeficiente adimensional função da vazão recalçada, e correlacionado experimentalmente por,

$$K_r = 0,36 \left[1 - \left(\frac{Q}{Q_n} \right)^2 \right] \quad (15)$$

Como o valor do empuxo radial tem implicações tanto no cálculo da flecha máxima do eixo que sustenta o rotor (conseqüentemente, sobre o valor da folga radial dos labirintos de vedação entre as partes rotativas e a carcaça da máquina), como sobre os mancais, TEDESCHI (1969) propõe os seguintes valores:

- Para o cálculo da deflexão máxima do eixo: $K_r = 0,4$ a $0,5$;
- Para o cálculo dos mancais: $K_r = 0,20$ a $0,25$;

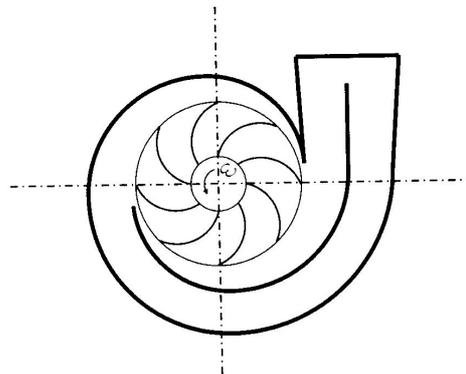


Figura 2.8 - Compensação do empuxo radial pelo uso de espiral dupla.

Observações:

1. Com a finalidade de reduzir o empuxo radial e o desgaste da *lingüeta* ou *cauda* do caracol quando a bomba se destina a líquidos com partículas abrasivas, lamas e polpas, são adotadas carcaças concêntricas ou parcialmente concêntricas.
2. Para eliminação ou atenuação dos efeitos do empuxo radial, recomenda-se o uso de sistema diretor com pás, embora seu custo seja mais elevado, ou a construção do difusor com espiral dupla (Figura 2.8). Com a mesma finalidade, deve ser evitada a operação prolongada da máquina com vazão muito inferior ou superior à nominal.

3. APRESENTAÇÃO DO EXPERIMENTO

3.1 A BANCADA E SEUS EQUIPAMENTOS DE MEDIÇÃO

O objetivo do procedimento experimental é o levantamento das curvas características respaldado na teoria introduzida na seção 2.1. A bancada para a realização dos testes é constituída por um reservatório de água, tubulação de sucção de 0,0381m e descarga de 0,0254m e por uma válvula de restrição para a aplicação de perdas de carga que está localizada na tubulação de recalque da bomba (Figura 3.1). A bomba opera abaixo do nível do reservatório de sucção, portanto, opera *afogada*. À distância de 0,1m da boca de sucção da bomba instalou-se um vacuômetro para a medição de pressão de sucção e, a 0,13 m da boca de descarga da bomba, um manômetro do tipo Bourbon para a medição de pressão de recalque que a bomba proporciona (instalação segundo a norma NBR-6397 - *Ensaio de bombas hidráulicas de fluxo*, 1980,). A vazão volumétrica é medida através de medidor de

fluxo do tipo CORIOLIS, da marca Danfoss, instalado logo após o registro de recalque. A corrente e a tensão foram medidas com a utilização de um multímetro portátil.

3.2 AQUISIÇÃO DE DADOS

Inicialmente abriram-se totalmente os registros de sucção e recalque da bancada, para então, por a bomba em funcionamento. Aguardaram-se cerca de alguns minutos para que o fluxo se estabilizasse, e só aí se efetuou a aquisição dos dados de tensão e corrente elétrica, pressão de sucção e descarga e vazão.

De posse desses dados, iniciou-se o levantamento das demais medições através do fechamento gradual do registro de recalque, adotando-se um intervalo de fechamento correspondente a $0,1 \text{ kgf/cm}^2$ da pressão de descarga (Para todas as medidas tomadas, foi adotado um intervalo de tempo suficiente para garantir a estabilidade do escoamento.). Este procedimento foi repetido até que o registro estivesse totalmente fechado (vazão nula). De modo a permitir um tratamento estatístico aos dados levantados (cf. Apêndice II), realizou-se duas corridas de aquisição de dados.

No que diz respeito a unidades dos dados adquiridos, a tensão foi medida em Volt, a corrente em Ampère, a pressão de sucção em mmHg, a pressão de descarga em kgf/cm^2 e a vazão em m^3/h . Onde $1\text{mmHg}=133,32\text{Pa}$, $1\text{kgf/cm}^2=98,1\text{kPa}$ e $1\text{m}^3/\text{h}=2,7778 \cdot 10^{-4} \text{m}^3/\text{s}$.

O teste foi executado em seis diferentes pontos de funcionamento. Para cada leitura da vazão Q , pressão de sucção p_s , pressão de descarga p_d , tensão V , corrente I e fator de potência $\cos \phi$, é possível calcular a altura manométrica total H , a potência Pe e o rendimento η_t da bomba estudada.

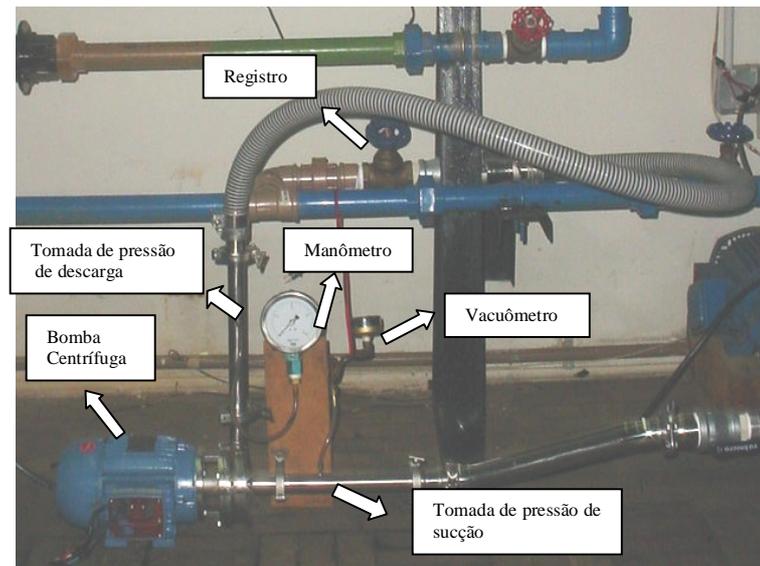


Figura 3.1 - Bancada de testes de bombas centrífugas do LAMAC.

4. RESULTADOS E ANÁLISES

4.1 CURVAS CARACTERÍSTICAS REAIS

Na tabela 4.1 encontram-se os valores médios obtidos durante o experimento para levantamento das curvas característica *reais* da bomba centrífuga de 3 CV e 60 Hz a 3465 rpm, cedida pela empresa Zegla Indústria de Máquinas para Bebidas Ltda., de Bento Gonçalves-RS:

Tabela 4.1- Valores medidos no experimento

Q (m ³ /h)	P _d (kgf/cm ²)	P _s (mmHg)	V (V)	I (A)
12,55	2,2	-83,5	200	6,5
11,39	2,3	-70	200	6,37
9,66	2,4	-40	200	6,12
7,66	2,5	-20	200	5,87
5,26	2,6	-10	200	5,5
0,84	2,7	-2,5	200	5

De posse destes valores, realizou-se o tratamento de dados que permitiu a obtenção das curvas características da bomba, cf. planilha de cálculo abaixo:

Tabela 4.2- Planilha de cálculos para a obtenção das curvas características

Grandeza	Expressão	Descrição
velocidade de sucção	$v_s = \frac{4Q}{pD_s^2}$	D _s o diâmetro da tubulação de descarga
velocidade de descarga	$v_d = \frac{4Q}{pD_d^2}$	D _d o diâmetro da tubulação de descarga
Altura manométrica de sucção	$h_s = \frac{p_s}{g} + \frac{v_s^2}{2g} + z_s$	Z _s a altura estática do flange de sucção
Altura manométrica de descarga	$h_d = \frac{p_d}{g} + \frac{v_d^2}{2g} + z_d$	Z _d a altura estática do flange de descarga
Altura manométrica total	$H = h_d - h_s$	
Potência no eixo	$Pe = \sqrt{3}VI \cos \phi h_{motor}$	η_{motor} o rendimento do motor elétrico
Rendimento total da bomba	$h_t = \frac{gQH}{P_e}$	

Para cada ponto de operação levantado, o tratamento dos dados nos forneceu os seguintes parâmetros necessários à construção das curvas características:

Tabela 4.3- Valores calculados para a obtenção das curvas

Energia cinética (mCA)	Energia Potencial (mCA)	Energia Estática (mCA)	H (mCA)	Potência no eixo (W)	Potência disponível(W)	Rendimento (%)
1,93	0,30	23,14	25,37	1541,49	867,13	56,26
1,59	0,30	23,95	25,85	1511,85	801,36	53,03
1,15	0,30	24,54	25,99	1452,56	683,45	47,07
0,72	0,30	25,27	26,29	1393,27	548,64	39,40
0,34	0,30	26,14	26,78	1304,34	383,83	29,43
0,01	0,30	27,03	27,34	1185,76	62,71	5,29

Onde 1mCA=9810Pa. A partir das planilhas 4.1 e 4.2, foi possível ajustar as curvas características $H=f(Q)$, $Pe=f(Q)$ e $h_t=f(Q)$ ilustradas nas figuras 4.1, 4.2a e 4.2b.

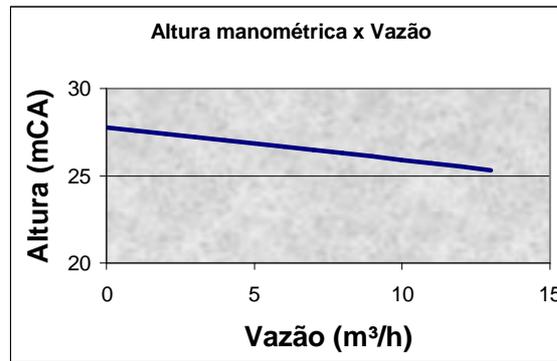


Figura 4.1- Curva característica $H=f(Q)$ da bomba centrífuga 3Cv.

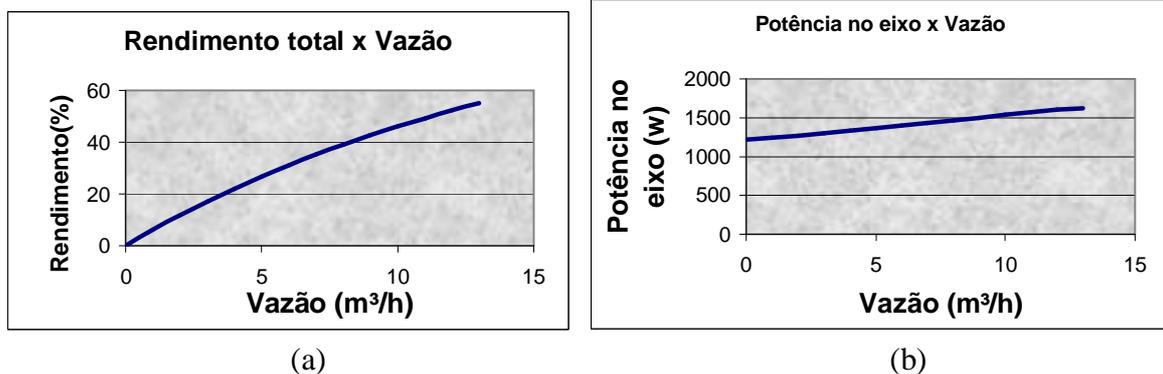


Figura 4.2- Curva Característica da bomba centrífuga 3 cv: (a) $h_t=f(Q)$; (b) $Pe=f(Q)$.

A tabela 4.2 mostra que a altura máxima de recalque proporcionada pela bomba é de 27,34 mCA no ponto de mínima vazão, $Q = 0,50 \text{ m}^3/\text{h}$ (registro de recalque praticamente fechado), enquanto quando o registro encontra-se totalmente aberto (máxima vazão, $Q = 12,55 \text{ m}^3/\text{h}$), obtém-se encontra-se a menor altura manométrica que a bomba pode disponibilizar, $H = 25,37 \text{ mCA}$. Observando os valores extremos de H ($\Delta H \approx 2 \text{ mCA}$), característica de curvas $H=f(Q)$ de formato achatado a curva (Figura 4.1), conclui-se que o rotor da bomba é largo, possui ângulo de inclinação na ponta das pás elevado e grande número de pás – fato, este observado experimentalmente, quando do desmonte da bomba: b_5 é de 0,02m e β_5 igual a 41° e $N = 6$ pás. Segundo HENN (2001), “... pequenos valores de b_5 , β_5 , e do número de pás, N , nos rotores radiais de turbobombas, levam a curvas $H = f(Q)$ fortemente descendentes, enquanto que elevados valores destes mesmos parâmetros construtivos resultam em curvas achatadas”.(ver, para influência de b_5 , a figura 4.3).

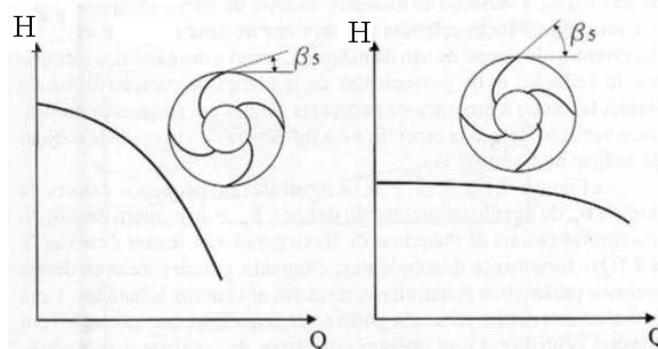


Fig.4.3 Influência do ângulo de inclinação na altura manométrica com a variação da vazão.

A figura 4.2a ilustra o rendimento total da turbobomba com uma função

monotonamente crescente com a vazão, alcançando seu valor máximo em 56,26 % (ponto nominal da bomba). Finalmente, a figura 4.2 b apresenta o comportamento da potência fornecida ao eixo do rotor, a qual aumenta linearmente com a vazão, com seu valor máximo 1541,49 W coincidindo com a vazão máxima da bomba. É através da potência no eixo que o motor elétrico da bomba é dimensionado, sendo, portanto, um parâmetro de seleção fundamental. Nota-se, também, que no ponto de vazão nula, a potência no eixo assume o valor de 1185,76 W, indicando a potência necessária para a bomba funcionar em vazio.

4.2 CINEMÁTICA DA BOMBA

Nesta seção será analisada a cinemática do rotor centrífuga fornecida pela empresa Zegla Indústria de Máquinas para Bebidas Ltda., a qual possui as seguintes características construtivas: potência nominal de 3 CV, diâmetro da tubulação de sucção de 0,0381m e descarga 0,0254m, rendimento do motor elétrico de 81,5 % e $\cos\phi$ de 0,84 (dados fornecidos pelo fabricante do motor), diâmetro do rotor de 0,11m, rotor com 6 pás curvadas para trás, ângulo de inclinação das pás na saída do rotor de 41° e largura do rotor na saída de 0,02m. De forma sintetizar os cálculos necessários, construiu-se uma planilha (Tabela 4.5) de cálculos para a obtenção dos triângulos de velocidade, pressão de descarga e trabalho específico.

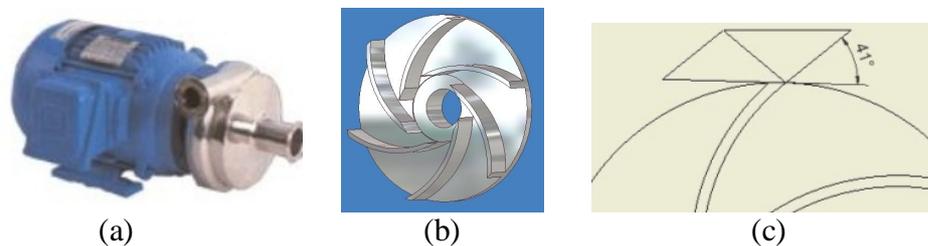


Figura 4.4 (a) Bomba fornecida (b) Rotor da bomba (c) ângulo de inclinação β_5

Tabela 4.4- Planilha de cálculos na saída rotor.

Grandezas	Expressões
Área do rotor radial	$A_5 = p D_5 b_5$
Trabalho específico ideal	$w_{pa\infty} = u_5 v_{u5}$
Velocidade periférica	$u_5 = p D_5 w / 60$
A velocidade meridiana	$v_{m5} = Q / h_v A$
Componente tangencial de w	$w_{u5} = v_{m5} / \text{tg} b_5$
Componente turbilhão	$v_{u5} = u_5 - w_{u5}$
Trabalho específico da pá	$w_{pa} = m w_{pa\infty}$
Trabalho específico	$w = h_h w_{pa}$
Variação de pressão	$\Delta p_t = w r$

A tabela 4.5 fornece os dados de entrada da planilha 4.5 e parâmetros característicos da bomba calculados, sem perda de generalidade, para seu ponto de operação, pois a planilha 4.5 determina os parâmetros da bomba para quaisquer pontos de operação em função da sua implementação no programa Excel (Microsoft Ins.).

Tabela 4.5- Valores de entrada e parâmetros característicos calculados para o ponto nominal.

Dados de Entrada	Valores	Parâmetros Característicos	Resultados
Diâmetro do rotor (m)	0,11	Área (m ²)	0,0066
Vazão (m ³ /h)	12,55	Vazão (m ³ /s)	0,0035
Rotação específica (rpm)	3465	Velocidade periférica-u ₅ (m/s)	19,96
Ângulo de inclinação das pás	41°	Velocidade relativa-w _{u5} (m/s)	0,64
Largura do rotor na saída	0,02	Vazão no interior do rotor-Q _r (m ³ /s)	0,0037
Rendimento volumétrico	0,95	Velocidade meridiana-v _{m5} (m/s)	0,56
Rendimento hidráulico	0,75	Componente turbilhão-v _{u5} (m/s)	19,31
Deficiência de potência μ	0,77	w _{páα} (J/kg)	385,44
Pressão de sucção (mmHg)	-80,00	w _{pá} (J/kg)	296,79
Potência no eixo (W)	1541,5	w (J/kg)	222,59
		Variação de pressão-Dp (kPa)	222592,17
		Potência cedida (CV)	1,06
		Potência cedida (W)	775,81
		Rendimento (%)	50,04
		Pressão de descarga (kpa)	222581,49
		Pressão de descarga (kgf/cm ²)	2,27
		Pressão de sucção (kpa)	-10,68

Na tabela 4.5 o valor da pressão de descarga alcança 2,27 kgf/cm², valor este, muito próximo ao valor experimental, isto é para $Q_n = 12.55$ a $p_{descarga}$ medida foi de 2,2 kgf/cm² (ver tabela 4.1) Esta mesma planilha também traça os triângulos de velocidades (Figura 4.5) para o ponto de operação que se desejar – novamente, sem perda de generalidade, apresentar-se-a somente para o ponto nominal. O conhecimento do comportamento da cinemática do rotor das turbobombas, em diferentes pontos de operação, é de fundamental importância tanto na operação das mesmas quanto nos seus processos de manutenção.

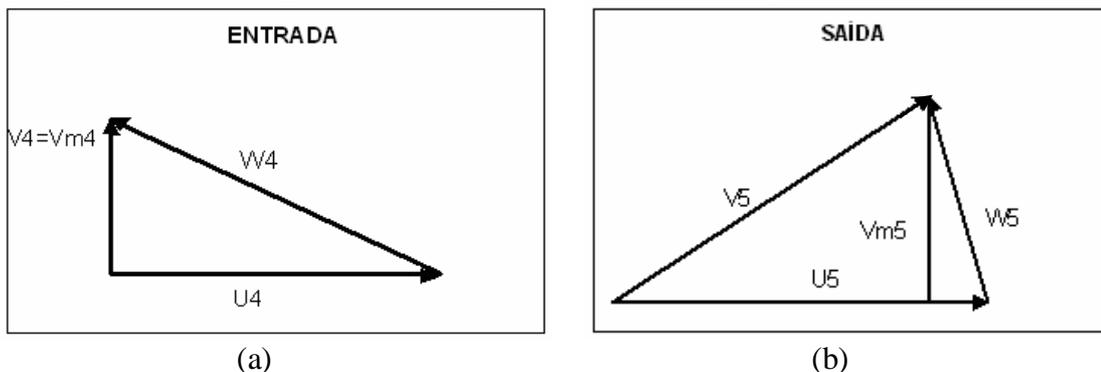


Figura 4.5 - Triângulo de velocidades: (a) na entrada do rotor; (b) na saída do rotor

4.3 ANÁLISE DE INCERTEZAS

O propósito desta seção é estimar a incerteza de medições experimentais e de resultados obtidos na seção 4.2 devido a erros aleatórios, e, assim, determinar a confiabilidade da bancada de teste introduzida na seção 4.1. Como exposto no Apêndice II, a incerteza relativa da altura manométrica H , da potência no eixo Pe , potência disponível P e do rendimento total h_t , são dados, respectivamente, por:

- A incerteza relativa da H é $\pm 1,9\%$, estando dentro dos limites aceitáveis, visto que a incerteza do manômetro de Bourdon é $\pm 1\%$ do fundo de sua escala, segundo seu fabricante.

- A incerteza de P também assume valores baixos - da ordem de $\pm 1,97\%$ - e, portanto, resultados confiáveis.
- Já as incertezas de Pe e h_r - com este último influenciado diretamente pelo primeiro - apresentaram valores considerados demasiados ($\pm 10,97\%$, para h_r e $\pm 10\%$, para Pe), porém, com a utilização de um multímetro mais preciso, estes valores podem ser minimizados. O multímetro utilizado apresenta uma incerteza de $\pm 3\%$ do valor do fundo de escala para a grandeza que deseja-se medir.

4.3 DETERMINAÇÃO DO EMPUXO

Esta seção objetiva sistematizar um procedimento para a determinação de empuxo em rotores radiais, de modo a selecionar os mancais a serem empregados. Tomando como base os parâmetros característicos da bomba ensaiada na seção 4.2, e, por falta de informações de caráter construtivos por parte de seu fabricante, foram estimados os seguintes valores: diâmetro do labirinto de vedação $L1$, $D_i = 0,06\text{m}$ e diâmetro do eixo - incluindo possíveis luvas - $D_{eixo} = 0,030\text{m}$.

A velocidade relativa será dada pela equação(16):

$$w = \frac{2pw}{60} = \frac{3,1415 * 2 * 3465\text{rpm}}{60} = 362,85\text{rad/s} \quad (16)$$

O trabalho específico para H nominal fica:

$$w = gH = 9,81\text{m/s}^2 * 25,37\text{mCa} = 248,9\text{J/kg} \quad (17)$$

o trabalho específico de pressão estática será:

$$w_{est} = w - \frac{v_6^2 - v_3^2}{2} = 248,91 - \frac{6,9^2 - 3,07^2}{2} = 229,81\text{J/kg} \quad (18)$$

a velocidade periférica é dada pelo produto $\omega \times r_5$, sendo o raio do rotor de $0,055\text{m}$, u_5 terá o valor de $19,95\text{m/s}$, e a partir da equação(10), pode-se calcular a força resultante F_1 :

$$F_1 = 3,1415 * 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} * (0,03^2 \text{m}^2 - 0,015^2 \text{m}^2) * \left[\frac{229,81 \frac{\text{J}}{\text{kg}} - \frac{19,95^2}{8}}{\frac{362,85^2}{16} (0,03_i^2 + 0,015^2)} \right] = 400\text{N} \quad (19)$$

A partir da equação(12), encontra-se o valor de F_2 :

$$F_2 = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} * \frac{12,56 \text{m}^3}{3600 \text{s}} * 3,07 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 10,71\text{N} \quad (20)$$

A força resultante de empuxo axial, dada pela equação(13) será:

$$F_a = 389,28\text{N} \quad (21)$$

Como a carcaça da bomba estudada possui uma configuração concêntrica, os cálculos de empuxo radial não foram executados (ver seção 2.2.2).

5. CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS

Neste trabalho, introduziu-se um estudo teórico e experimental de bombas centrífugas, com a determinação do triângulo de velocidade, salto energético, rendimento total, capacidade, potência útil fornecida ao seu eixo, empuxo axial e levantamento das curvas características bomba.

Após a introdução da cinemática e dinâmica dos radiais, utilizando a banca de teste de turbobombas o Laboratório de Mecânica dos Fluidos Aplicada e Computacional (LAMAC) do Departamento de Engenharia Mecânica da UFRGS, procedeu-se ao levantamento experimental das curvas características de altura manométrica total e potência no eixo e rendimento total versus sua vazão de uma bomba centrífuga de 3 CV e 3465 rpm a 60 Hz manufaturada pela Zegla Indústria de Máquinas para Bebidas Ltda. Finalmente, apresentou-se em anexo a análise de incertezas das medidas realizadas, visando dar a confiabilidade da aos experimentos realizados.

Sobre os resultados obtidos, destacamos que o rendimento da bomba ensaiada apresentou-se um pouco aquém do esperado e a sua altura de recalque apresentou uma pequena variação com a vazão recalçada. Este comportamento é típico de rotores com grandes ângulos de inclinação das pás na saída do rotor e estes formados por um grande número de pás. O cálculo do empuxo axial no rotor da bomba foi introduzido de maneira preliminar, objetivando mais introduzir uma sistemática para sua avaliação do que a análise dos resultados propriamente ditos. Isto deve ao fato de se estar analisando uma bomba de pequenas dimensões, nas quais problemas como dimensionamento e seleção de mancais não se faz relevante. Entretanto o procedimento gerado neste trabalho será objeto de aplicação e seleção de mancais em grandes de porte, como bombas de irrigação, bombas da indústria petrolífera e de centrais hidroelétricas.

Por último, como perspectivas futuras do trabalho, um estudo de possíveis alterações de projeto da bomba ensaiada, tais como, projeto do sistema diretor em voluta, montagem de vários rotores na mesma carcaça e otimização do número e formato das pás do rotor. A simulação do escoamento através do sistema rotor-voluta é uma opção que cada dia se torna mais viável e necessária.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6397**: Ensaio de bombas hidráulicas de fluxo. Rio de Janeiro, 1980.

HENN, E. L. **Máquinas de fluxo**. 1.ed. Santa Maria: UFSM, 2001.

MACINTYRE, A. J. **Bombas e instalações de bombeamento**. 2.ed. Rio de Janeiro: Guanabara, 1987.

MATTOS, E. E; FALCO, R. **Bombas industriais**. 2.ed. Rio de Janeiro: Interciência, 1998.

STEPANOFF, A.J. **Centrifugal and axial pumps**. New York, John Wiley & Sons, 1957.

TEDESCI, P. **Proyecto de Máquinas**. Buenos Aires, Ed. Universitario, 1969.

STEPANOFF, A.J. **Centrifugal and axial pumps**. New York, John Wiley & Sons, 1957.

PFLEIDER, C. & PETERMANN, H. **Máquinas de fluxo**. Rio de Janeiro: livros técnicos e científicos editora S.A., 1973

APÊNDICE I – CINEMÁTICA E RENDIMENTOS DE TURBOBOMBAS

Um escoamento complexo, como o que ocorre no interior de uma bomba centrífuga, poderá ser considerado permanente se observado de um sistema fixo ao seu rotor (referencial inercial). Esta abordagem, quando aplicada ao rotor de uma máquina de fluxo, possibilita o estabelecimento da cinemática do escoamento no interior de rotor, a qual é formulada pelo denominado Triângulo de Velocidades (HENN, 2001).

$$\mathbf{v} = \mathbf{w} + \mathbf{u} \quad (\text{A.1})$$

onde \mathbf{v} representa a velocidade absoluta do fluido de trabalho (m/s); \mathbf{w} , a sua velocidade relativa (m/s) e \mathbf{u} , a velocidade periférica de um dado ponto do rotor (m/s). A velocidade absoluta considera o movimento da partícula fluida do ponto de vista de um observador fixo a carcaça da máquina de fluxo (descrevendo a trajetória $AE'B'$ da Figura A.1), enquanto que na velocidade relativa, o observador está solidário ao rotor, acompanhando o deslocamento da partícula ao longo de suas pás (descrevendo a trajetória AEB da Figura A.1). A velocidade periférica é dada pelo produto vetorial $\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$, onde $\boldsymbol{\omega}$ é a velocidade angular (em Hz) da máquina com o vetor posição \mathbf{r} (em m) do ponto do escoamento considerado em relação ao referencial móvel. Na figura A.1, definimos ainda a como o ângulo entre as velocidades \mathbf{u} e \mathbf{v} , e b o ângulo entre \mathbf{w} e o sentido negativo de \mathbf{u} .

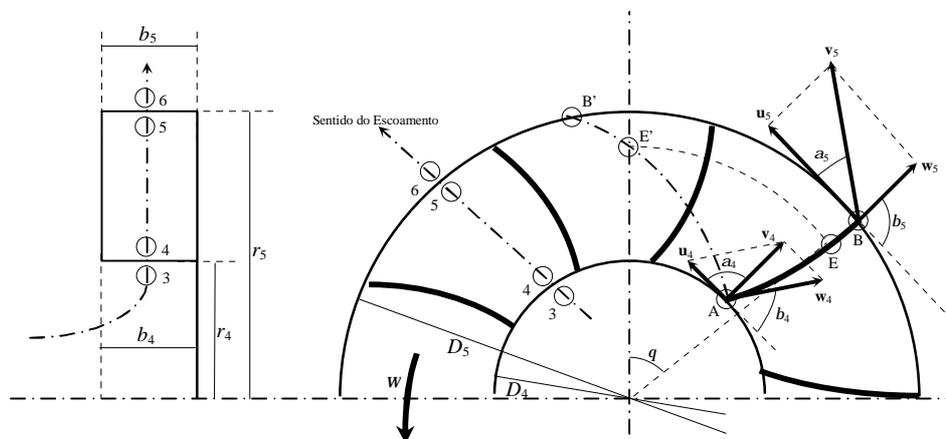


Figura A.1 - Escoamento através do rotor de uma bomba centrífuga. (Fonte: HENN, 2001)

A equação (A.1), além de relacionar as velocidades envolvidas no rotor da máquina, também introduz parâmetros de vital importância para seu projeto, como as componentes meridiana v_m (m/s) e de turbilhão v_u (m/s) da velocidade absoluta \mathbf{v} . A primeira está ligada à capacidade Q (m³/s) da máquina. Para bombas centrífugas, escreve-se:

$$v_m = \frac{Q}{\rho D b} \quad (\text{A.2})$$

onde D (m) é o diâmetro de um dado ponto do rotor e b (m) a largura de suas pás. Já a componente de turbilhão está relacionada ao salto energético da máquina através da equação de Euler desenvolvida na próxima seção.

A figura A2 mostra o triângulo de velocidades para máquinas de fluxo, apresentando a disposição de suas componentes.

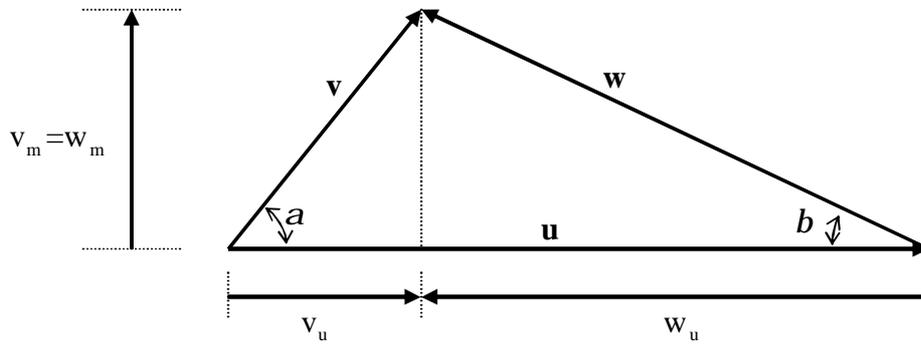


Figura A.2 - Triângulo de velocidades genérico para máquina de fluxo. (Fonte: HENN, 2001)

A.1 EQUAÇÃO DE EULER PARA TURBOMÁQUINAS

A análise ideal das máquinas de fluxo supõe um rotor com número infinito de pás, e conseqüentemente canais de espessuras infinitesimais entre as mesmas, condições estas que permitem assumir um escoamento unidimensional ao longo das pás. Assim, o aumento de pressão no interior de uma bomba centrífuga ideal, desprezando variações de energia potencial, pode ser decomposto em duas transformações de energia independentes, porém simultâneas. Uma delas é a transformação da pressão estática (w_{est} , em J/kg), expressa por

$$w_{est} = \frac{p_5 - p_4}{r} = \frac{u_5^2 - u_4^2}{2} + \frac{w_4^2 - w_5^2}{2} \quad (A.3)$$

onde p_5 e p_4 são as pressões na saída e entrada do rotor, respectivamente, em Pa, r é a massa específica do fluido de trabalho, em kg/m^3 e demais grandezas com o significado acima descrito. O primeiro termo da equação (A.3) traduz o aumento da pressão decorrente da força centrífuga sobre o fluido de trabalho, enquanto que o segundo expressa a transformação de energia cinética em estática no interior do rotor.

Outra forma de aumento da energia de pressão é pela transformação da energia de velocidade, ou energia específica de pressão dinâmica (w_{din} , em J/kg):

$$w_{din} = \frac{v_5^2 - v_4^2}{2} \quad (A.4)$$

onde v_5 e v_4 tem o significado acima mencionado. Através da aplicação das relações trigonométricas dos triângulos de velocidade da entrada e da saída do rotor da máquina (Figuras A.1 e A.2) chega-se a dita equação de Euler para máquinas de fluxo,

$$w_{\infty} = w_{est} + w_{din} = u_5 v_{u5} - u_4 v_{u4} \quad (A.5)$$

onde w_{∞} é o salto energético específico de um rotor ideal, em J/kg, e v_{u4} e v_{u5} têm o significado acima descrito. Baseado em w_{∞} define-se o torque T_{∞} exercido pelo rotor ideal sobre o fluido de trabalho, com relação ao eixo de rotação, em J,

$$T_{\infty} = rQ(r_5 v_{u5} - r_4 v_{u4}) \quad (A.6)$$

com r , Q , r e v_{u5} e v_{u4} já definidas anteriormente. A potência P_{∞} (W) necessária para acionar o eixo de um rotor ideal, responsável pelo acréscimo de energia w_{∞} , é dada por:

$$P_{\infty} = wT_{\infty} = rQw_{\infty} \quad (\text{A.7})$$

com r , Q , w , T_{∞} e w_{∞} já definidas anteriormente.

A.2 PERDAS DE ENERGIA EM MÁQUINAS DE FLUXO

Nas máquinas de fluxo com rotores de número finito de pás – ditas *reais* – deve-se considerar as perdas na transferência de energia entre o rotor e o fluido de trabalho, classificadas como perdas *internas* e *externas*. Dentre as perdas internas, destacam-se: (a) as *perdas hidráulicas* (e_p) decorrentes do atrito do fluido com as paredes da carcaça e rotor da máquina, da dissipação energética por mudança brusca de seção e direção de seus canais e do choque do fluido com o bordo de ataque das pás quando a máquina opera fora de seu ponto de trabalho; (b) as *perdas por fugas* provenientes dos vazamentos (\dot{m}_f) do fluido através da folga entre anéis de desgaste (rotor e carcaça) e furos de balanceamento hidráulico; (c) as *perdas por atrito de disco* (P_A) em função de o rotor trabalhar imerso no fluido de trabalho; (d) as *perdas por ventilação* em máquinas de admissão parcial (HENN, 2001). As *perdas externas ou mecânicas* decorrem do atrito nos mancais e dispositivos de vedação por contato. Afim de quantificar as perdas de energia acima, definem-se os respectivos rendimentos: rendimento hidráulico (h_h), rendimento volumétrico (h_v) e rendimento de atrito de disco (h_a).

$$h_h = \frac{w}{w + e_p} \quad ; \quad h_v = \frac{\dot{m}}{\dot{m} + \dot{m}_f} \quad ; \quad h_a = \frac{(w + e_p)(\dot{m} + \dot{m}_f)}{(w + e_p)(\dot{m} + \dot{m}_f) + P_A} \quad (\text{A.8})$$

com e_p (J/kg); \dot{m} e \dot{m}_f (kg/s), e P_A (W) definidas anteriormente. A partir das equações (A.8), introduz-se o chamado *rendimento interno* (h_i) da máquina, com P_i (W) denotando a potência interna da máquina efetivamente entregue ao fluido:

$$h_i = \frac{P}{P_i} = h_h h_v h_a \quad (\text{A.9})$$

Finalmente, considerando também o *rendimento mecânico* $h_m = P_i/P_e$ onde P_e (W) é a potência entregue no eixo da máquina pelo equipamento acionador, defini-se o *rendimento total*

$$h_t = \frac{rQw}{P_e} = h_m h_h h_v h_a \quad (\text{A.10})$$

APÊNDICE II – ANÁLISE DE INCERTEZAS

Estimando o intervalo de incertezas das medições.

- Pressão de descarga: Lida por manômetro tipo Bourdon com fundo de escala de 4 kgf/cm² com uma incerteza de 1% do fundo de escala $\pm 0,04$ kgf/cm².
- Pressão de sucção: lida por um vacuômetro com fundo de escala de -760mmHg uma incerteza de 1% do fundo de escala $\pm 7,6$ mmHg.
- Corrente: lida por um multímetro com fundo de escala de 15 A com incerteza de 3% do fundo de escala $\pm 0,45$ A

- Tensão: lida com multímetro com fundo de escala de 400V com incerteza de 3% do fundo de escala $\pm 12V$.
 - Vazão: lida pelo medidor Coriolis com incerteza de $\pm 0,15\%$ da verdadeira vazão.
- A incerteza relativa da altura manométrica total será dada pela equação(11):

$$u_H = \pm \left[\left(\frac{p_d}{H} \frac{\partial H}{\partial p_d} u_{p_d} \right)^2 + \left(\frac{p_s}{H} \frac{\partial H}{\partial p_s} u_{p_s} \right)^2 + \left(\frac{Q_d}{H} \frac{\partial H}{\partial Q_d} u_{Q_d} \right)^2 + \left(\frac{Q_s}{H} \frac{\partial H}{\partial Q_s} u_{Q_s} \right)^2 + \left(\frac{z_d}{H} \frac{\partial H}{\partial z_d} u_{z_d} \right)^2 + \left(\frac{z_s}{H} \frac{\partial H}{\partial z_s} u_{z_s} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (11)$$

Sendo a altura manométrica total expressa pela equação (12):

$$H = \frac{p_d - p_s}{g} + \frac{v_d^2 - v_s^2}{2g} + (z_d - z_s) \quad (12)$$

As derivadas ficam:

$$\frac{\partial H}{\partial p_d} = \frac{1}{g} \quad \text{e} \quad \frac{\partial H}{\partial p_s} = -\frac{1}{g} \quad (13)$$

$$\frac{\partial H}{\partial Q_d} = \frac{32Q_d}{p^2 D_d^4 2g} \quad \text{e} \quad \frac{\partial H}{\partial Q_s} = -\frac{32Q_s}{p^2 D_s^4 2g} \quad (14)$$

$$\frac{\partial H}{\partial z_d} = 0 \quad \text{e} \quad \frac{\partial H}{\partial z_s} = 0 \quad (15)$$

Substituindo as equações (13), (14) e (15) na equação (11), fica:

$$u_H = \pm \left[\left(\frac{p_d}{H} \frac{1}{g} u_{p_d} \right)^2 + \left(-\frac{p_s}{H} \frac{1}{g} u_{p_s} \right)^2 + \left(\frac{Q_d}{H} \frac{32Q_d}{p^2 D_d^4 2g} u_{Q_d} \right)^2 + \left(-\frac{Q_s}{H} \frac{32Q_s}{p^2 D_s^4 2g} u_{Q_s} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (16)$$

$$u_H = \pm \left[\frac{p_d^2}{H^2} \frac{1}{g^2} u_{p_d}^2 + \frac{p_s^2}{H^2} \frac{1}{g^2} u_{p_s}^2 + \frac{1024Q_d^4}{H^2 p^4 D_d^8 4g^2} u_{Q_d}^2 + \frac{1024Q_s^4}{H^2 p^4 D_s^8 4g^2} u_{Q_s}^2 \right]^{1/2} \quad (17)$$

A incerteza relativa da altura manométrica H , dada pela equação(17) assume um valor de $\pm 0,019$ ou $\pm 1,9\%$.

A incerteza relativa, para a potência no eixo (equação(18)), será dada pela expressão (19).

$$Pe = \sqrt{3}VI \cos f h_{motor} \quad (18)$$

$$u_{Pe} = \pm \left[\left(\frac{V}{Pe} \frac{\partial Pe}{\partial V} u_V \right)^2 + \left(\frac{I}{Pe} \frac{\partial Pe}{\partial I} u_I \right)^2 + \left(\frac{\text{Cosf}}{Pe} \frac{\partial Pe}{\partial \text{Cosf}} u_{\text{Cosf}} \right)^2 + \left(\frac{h_{motor}}{Pe} \frac{\partial Pe}{\partial h_{motor}} u_{h_{motor}} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (19)$$

As derivadas das variáveis, estão expressas na equação(20):

$$\frac{\partial Pe}{\partial V} = \sqrt{3}I \cos f h_{motor} \quad \text{e} \quad \frac{\partial Pe}{\partial I} = \sqrt{3}V \cos f h_{motor} \quad (20)$$

e equação(21) determina a incerteza relativa para a potência no eixo:

$$u_{Pe} = \pm \left[(u_V)^2 + (u_I)^2 + (0)^2 + (0)^2 \right]^{1/2} \quad (21)$$

A incerteza relativa da potência no eixo chega ao valor de $\pm 0,10$ ou $\pm 10\%$, visto que a incerteza da corrente e tensão entram na equação elevadas ao quadrado, elevando a incerteza da medida. Suas incertezas são de 3% do fundo de escala do aparelho.

A incerteza da potência disponível (equação(23)), é dada pela equação(22):

$$u_P = \pm \left[\left(\frac{Q}{P} \frac{\partial P}{\partial Q} u_Q \right)^2 + \left(\frac{H}{P} \frac{\partial P}{\partial H} u_H \right)^2 + \left(\frac{g}{P} \frac{\partial P}{\partial r} u_r \right)^2 \right]^{1/2} \quad (22)$$

$$P = \frac{gQH * 735,5}{75} \quad (23)$$

$$u_P = \pm \left[(u_Q)^2 + (u_H)^2 + (0)^2 \right]^{1/2} \quad (24)$$

A incerteza relativa da potência cedida ao eixo, equação(23), será de $\pm 0,0197$ ou $\pm 1,97\%$
O rendimento (equação(26)), terá sua incerteza relativa expressa pela equação(25):

$$u_h = \pm \left[\left(\frac{P}{h} \frac{\partial h}{\partial P} u_P \right)^2 + \left(\frac{P_e}{h} \frac{\partial h}{\partial P_e} u_{P_e} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (25)$$

$$h_t = \frac{P}{P_e} \quad (26)$$

$$u_h = \pm \left[(u_P)^2 + (u_{P_e})^2 \right]^{1/2} \quad (27)$$

o rendimento tem sua incerteza influenciada pela incerteza da potência no eixo, com valor de $\pm 0,1097$ ou $\pm 10,97\%$.