

# **Escoamentos Compressíveis**

## **Capítulo 01**

Introdução aos escoamentos  
compressíveis: conceitos  
fundamentais, histórico e relações  
termodinâmicas

# 1.1 Conceitos fundamentais

- Fluido: consiste em uma substância que não suporta uma tensão cisalhante, ou seja, é uma substância que se deforma continuamente quando submetida a um cisalhamento.
- Sólido: substância que, sob a ação de uma tensão cisalhante, deforma-se até atingir um estado de equilíbrio.

# 1.1 Conceitos fundamentais

- Do ponto de vista molecular, em um sólido existem forças intermoleculares bastante fortes, enquanto em fluidos tais forças são muito mais fracas.

# 1.1 Conceitos fundamentais

- Hipótese do *continuum*: ao invés de se considerar o movimento das moléculas individuais que compõem o gás, analisadas por meio de ferramentas estatísticas, aproxima-se o gás como uma substância contínua, cujas propriedades são devidas aos efeitos médios de todas as moléculas contidas em uma região finita do gás considerado.

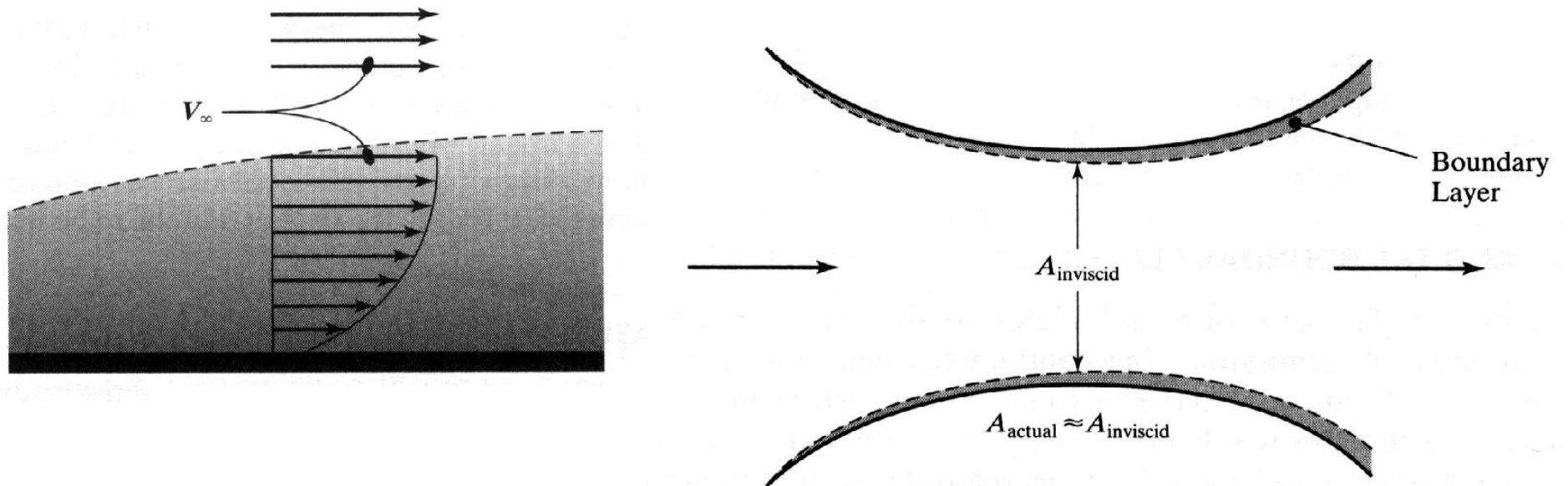
# 1.1 Conceitos fundamentais

- O coeficiente de viscosidade de um fluido relaciona a tensão de cisalhamento aplicada ao fluido com a taxa de deformação cisalhante correspondente.

# 1.1 Conceitos fundamentais

- Para a maioria dos fluidos, a viscosidade é bastante pequena e os efeitos da viscosidade são dominantes apenas na região próxima a superfícies. Assim, os efeitos viscosos estão confinados a uma fina camada na vizinhança da superfície, chamada de camada-limite. Exteriormente à camada-limite, o fluido pode ser analisado através da teoria invíscida.

# 1.1 Conceitos fundamentais



# 1.1 Conceitos fundamentais

- Unidades do SI (Sistema Internacional):
  - Massa: quilograma (kg).
  - Comprimento: metro (m).
  - Temperatura: Kelvin (K). Conversão da escala Celsius para Kelvin:
$$K = ^{\circ}C + 273,15$$
  - Tempo: segundo (s).



# 1.1 Conceitos fundamentais

- Tabela de prefixos:

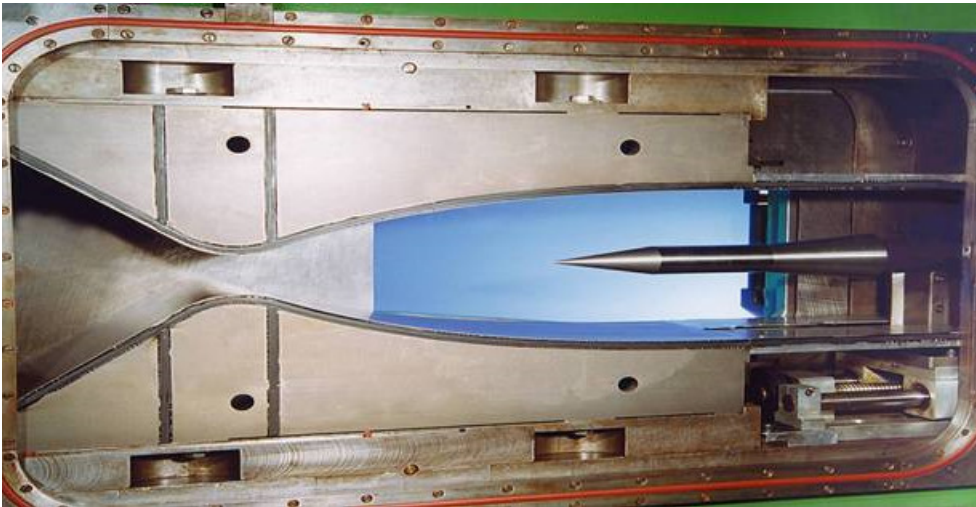
Fator	$10^{12}$	$10^9$	$10^6$	$10^3$	$10^{-1}$	$10^{-2}$	$10^{-3}$	$10^{-6}$	$10^{-9}$	$10^{-12}$
Prefixo	tera	giga	mega	quilo	deci	centi	mili	micro	nano	pico
Símbolo	T	G	M	k	d	c	m	$\mu$	n	p

- Pressão absoluta: dada em função ao zero absoluto (vácuo).
- Pressão manométrica: dada em relação ao ambiente.

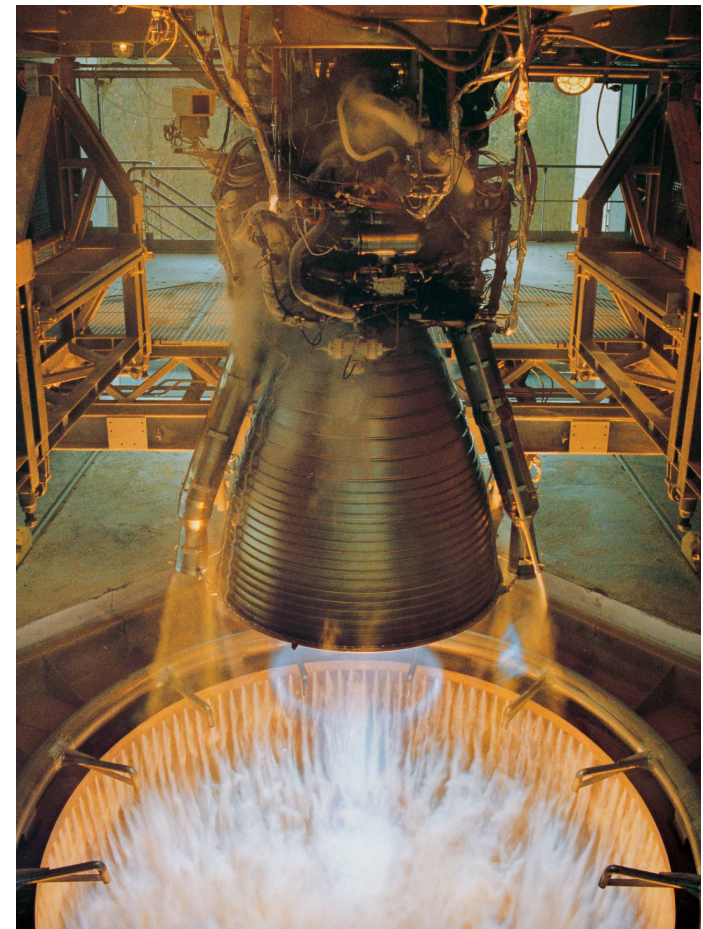
## 1.2 Motivação e Introdução

- Aplicação de escoamentos compressíveis:
  - Escoamentos internos em motores-foguete e turbinas a gás.
  - Túneis de vento de alta velocidade (subsônicos, transônicos, supersônicos e/ou hipersônicos)

# 1.2 Motivação e Introdução



Fonte: <http://www.isl.eu/en/Content/aerodynamic-testing.aspx>



Fonte: <http://bilddb.rb.kp.dlr.de>

## 1.2 Motivação e Introdução

- Aplicação de escoamentos compressíveis:
  - Escoamentos externos em aviões modernos, projetados para velocidades de cruzeiro iguais ou superiores a 0,3 vez a velocidade do som.
  - Escoamentos internos em motores recíprocos de combustão interna.

## 1.2 Motivação e Introdução



Fonte: <http://www.defenselink.mil/specials/images/sightofsound.jpg>



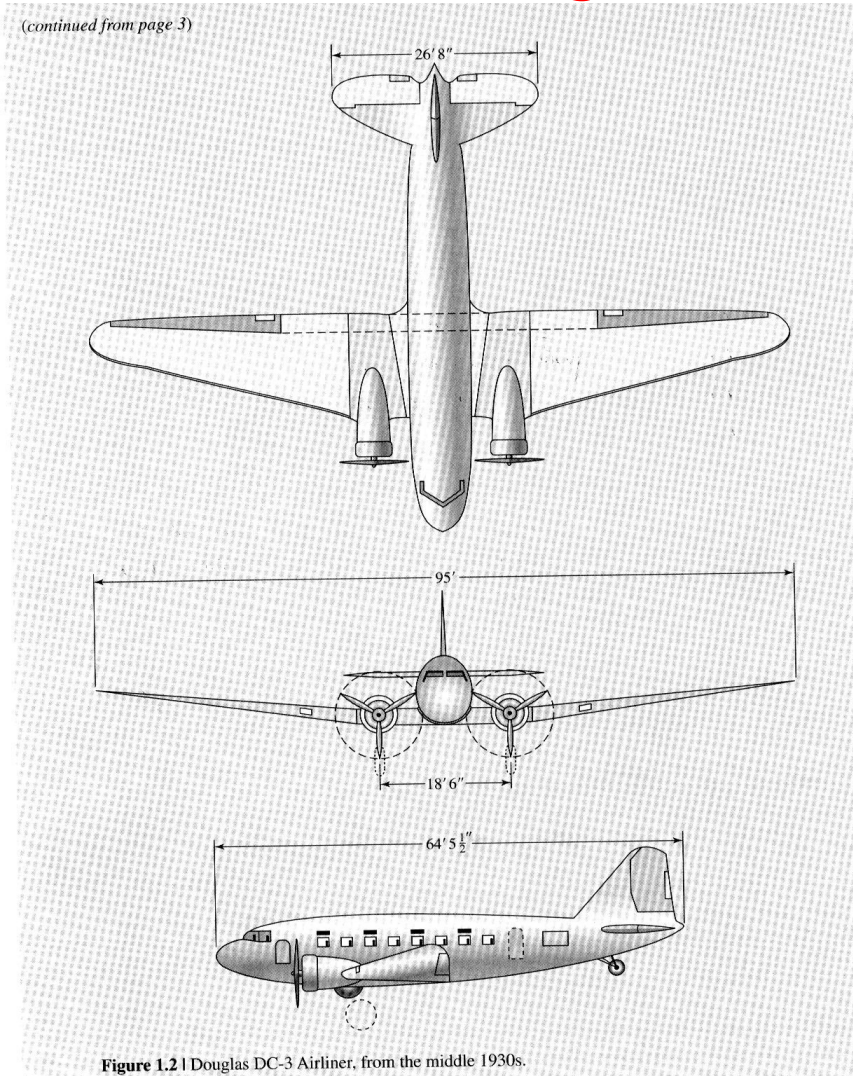
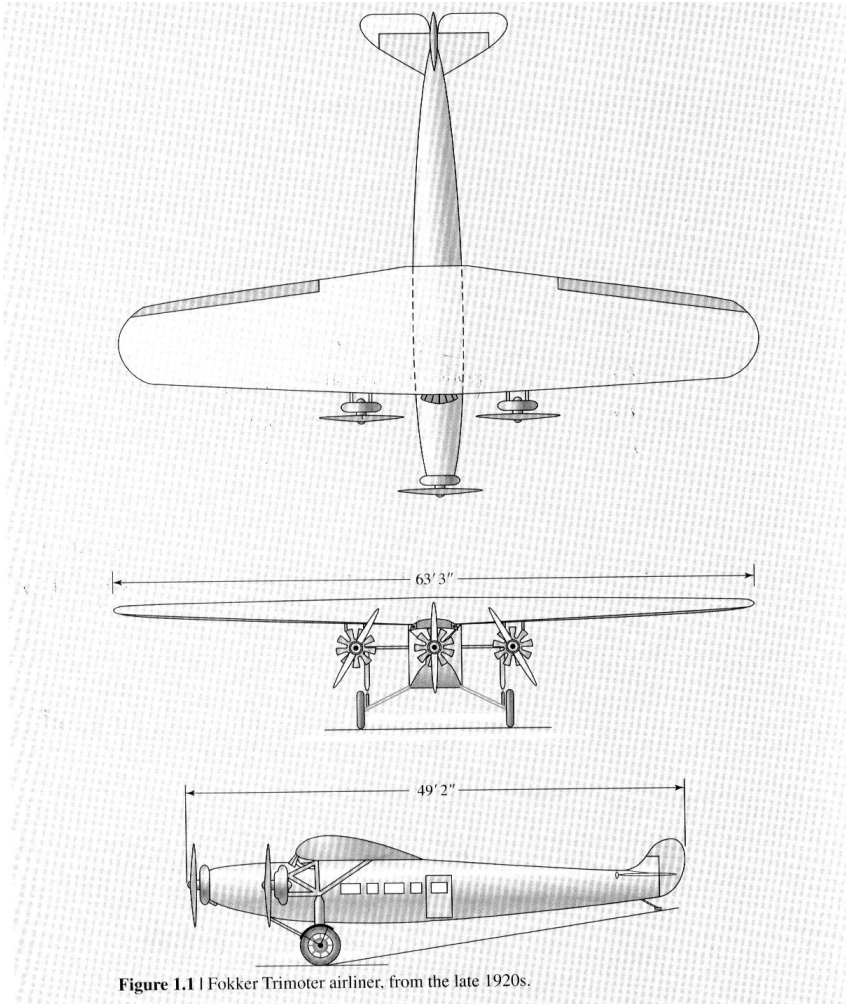
Fonte: [www.boeing.com](http://www.boeing.com)

## 1.2 Motivação e Introdução

- Trajeto aéreo Nova Iorque – Los Angeles (distância aproximada de 2450 mi, ou 3940 km):
  - 1930: Fokker trimotor: 100 mph (160 km/h), 36 horas, 11 paradas.
  - 1936: Douglas DC-3: 180 mph (290 km/h), 17 h 40 min, 3 paradas.
  - 1955: Douglas DC-7: 8 horas, sem paradas.
  - 2000: Boeing 777: 5 horas, sem paradas (Mach: 0,83).



# 1.2 Motivação e Introdução





# 1.2 Motivação e Introdução

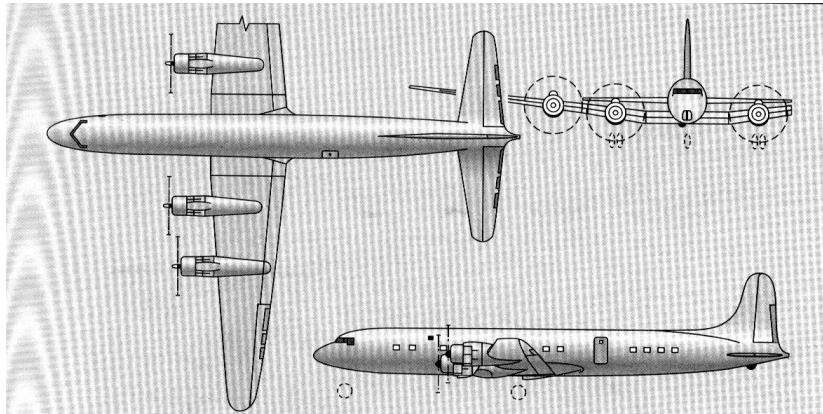


Figure 1.3 | Douglas DC-7 airliner, from the middle 1950s.

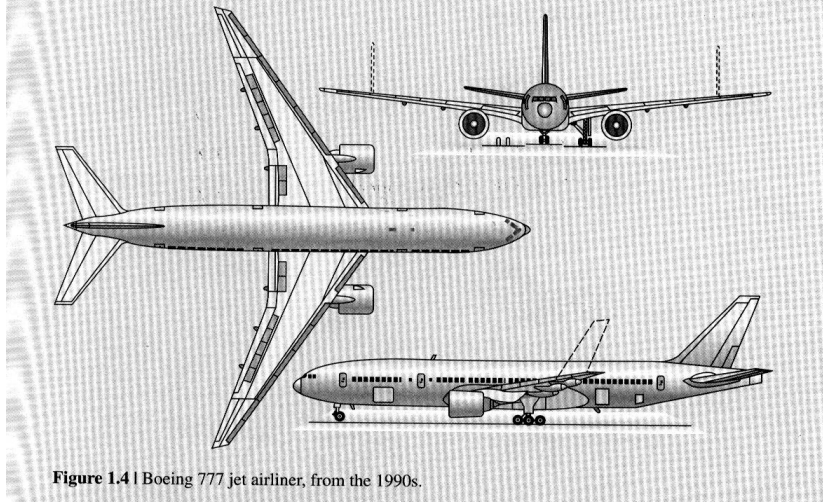


Figure 1.4 | Boeing 777 jet airliner, from the 1990s.

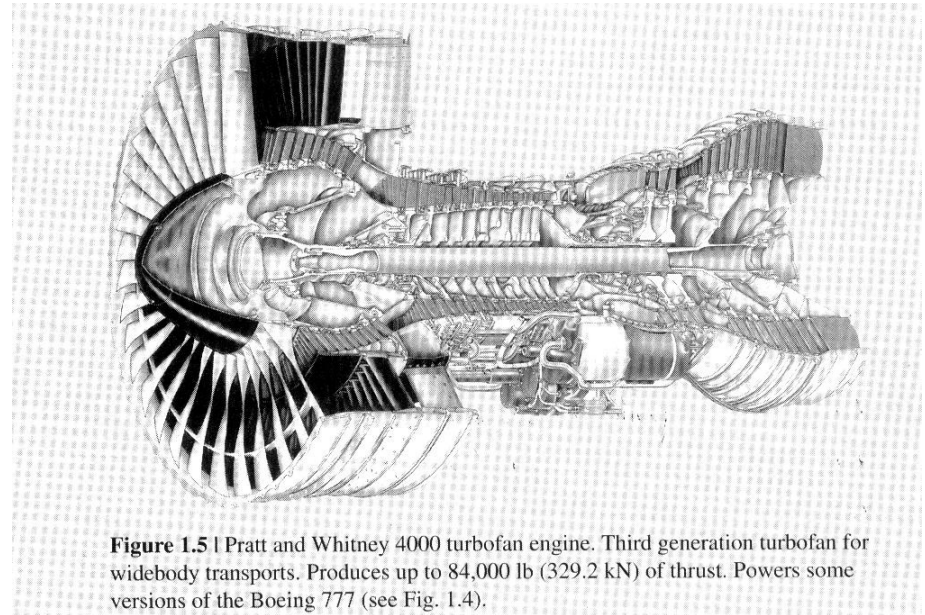


Figure 1.5 | Pratt and Whitney 4000 turbofan engine. Third generation turbofan for widebody transports. Produces up to 84,000 lb (329.2 kN) of thrust. Powers some versions of the Boeing 777 (see Fig. 1.4).



## 1.2 Motivação e Introdução

- Trajeto aéreo Londres – Nova Iorque (distância aproximada de 3470 mi, ou 5580 km):
  - Concorde: 3 h 15 min; velocidade de cruzeiro: 1320 mph (2120 km/h), Mach: 2,0.

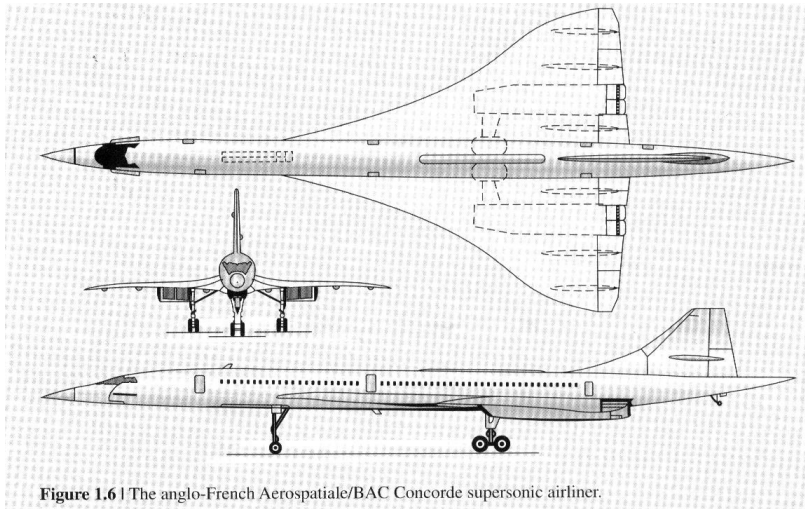


Figure 1.6 | The anglo-French Aerospatiale/BAC Concorde supersonic airliner.



Photo (C) Mike Vallentin

flugzeuginfo.net - das Flugzeuglexikon / the Aircraft Encyclopedia

## 1.2 Motivação e Introdução

- Fatos históricos importantes:
  - 1893, Chicago: o engenheiro sueco Carl G. P. de Laval apresenta uma turbina a vapor de estágio único, composto por bocais do tipo convergente-divergente. Função: converter a energia interna de vapor superaquecido em energia cinética, impulsionando uma turbina a mais de 30.000 rpm.

## 1.2 Motivação e Introdução

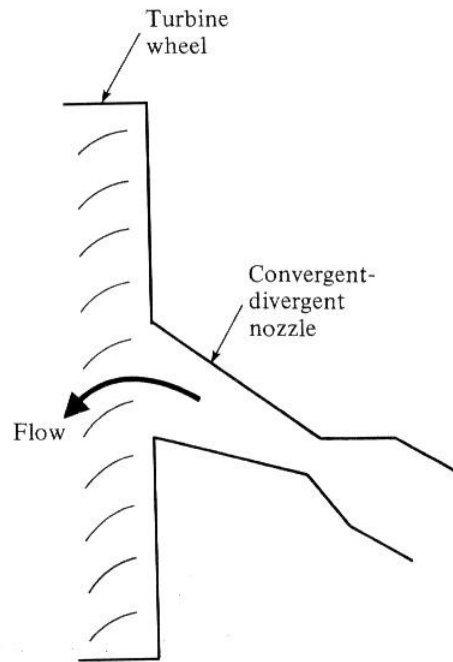
- Fatos históricos importantes:
  - 1935, Roma: 5th Volta Conference – vários especialistas em aerodinâmica reuniram-se para discutir as “altas velocidades em aviação”. Diversos trabalhos e conceitos fundamentais de voos em alta velocidade foram discutidos e apresentados.

## 1.2 Motivação e Introdução

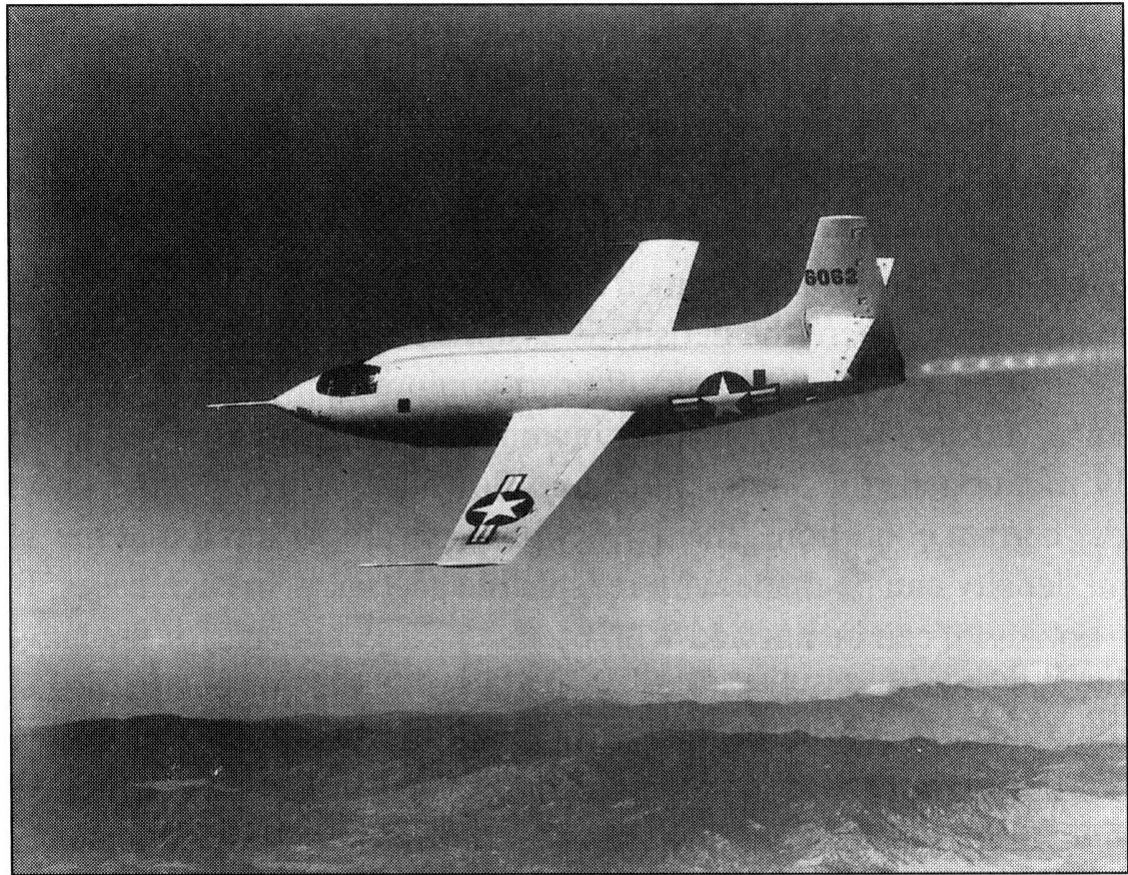
- Fatos históricos importantes:
  - 1947, Deserto de Mojave (Califórnia): o capitão Charles (Chuck) Yeager se torna o primeiro piloto a voar a uma velocidade superior à velocidade do som, com o avião Bell XS-1. Velocidade: 700 mph (1120 km/h), altitude de 43.000 ft (13.100 m), Mach 1,06.



# 1.2 Motivação e Introdução



**Figure 1.8** | Schematic of de Laval's turbine incorporating a convergent-divergent nozzle.



**Figure 1.9** | The Bell XS-1, first manned supersonic aircraft. (*Courtesy of the National Air and Space Museum.*)

## 1.2 Motivação e Introdução

- Características fundamentais dos escoamentos compressíveis:
  - A massa específica (densidade) é variável.
  - São escoamentos de elevada energia: o escoamento de ar, ao nível do mar em condições padrão, movendo-se a Mach 2, apresenta energia interna de  $2,07 \times 10^5$  J/kg, enquanto a energia cinética é de  $2,31 \times 10^5$  J/kg.

## 1.3 Definição de escoamento compressível

- Padrão: escoamento com massa específica variável.
- Realidade: todo fluido é compressível em maior ou menor grau.
- Para vários casos, contudo, a variação de densidade é tão pequena que ao se assumir que ela é constante, não há prejuízo para a solução final.

## 1.3 Definição de escoamento compressível

- De um modo geral, grandes pressões exercidas sobre líquidos em um reservatório causam pequenas variações em seu volume. Por exemplo, para uma pressão de 200 atm exercida sobre a água líquida, há um aumento de cerca de 1% na massa específica (densidade), em relação às condições ambiente.



## 1.3 Definição de escoamento compressível

- Definição de compressibilidade de um fluido:

$$\tau = -\frac{1}{v} \frac{dv}{dp}$$

- Compressibilidade isotérmica:

$$\tau = -\frac{1}{v} \left( \frac{\partial v}{\partial p} \right)_T$$

## 1.3 Definição de escoamento compressível

- A compressibilidade é uma propriedade do fluido:
  - Líquidos: valores muito reduzidos. Ex.: água, a 1 atm:  $\tau_T = 5 \times 10^{-10} \text{ m}^2 / \text{N}$
  - Gases: valores elevados. Ex.: ar, a 1 atm:  $\tau_T = 10^{-5} \text{ m}^2 / \text{N}$
- Considerando-se a densidade:

$$\tau = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dp}$$

## 1.3 Definição de escoamento compressível

- Considera-se um compressível um dado escoamento no qual :

$$\frac{d\rho}{d p} \geq 0,05$$

- Isto equivale a um escoamento com velocidades iguais ou superiores a 0,3 vez a velocidade do som (Mach 0,3).

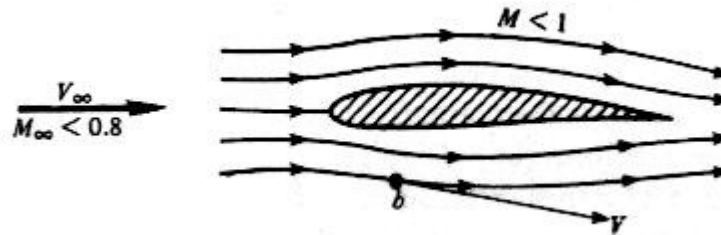
## 1.4 Regimes de escoamento

- Número de Mach: razão entre a velocidade do escoamento e a velocidade local do som.

$$M = \frac{V}{a}$$

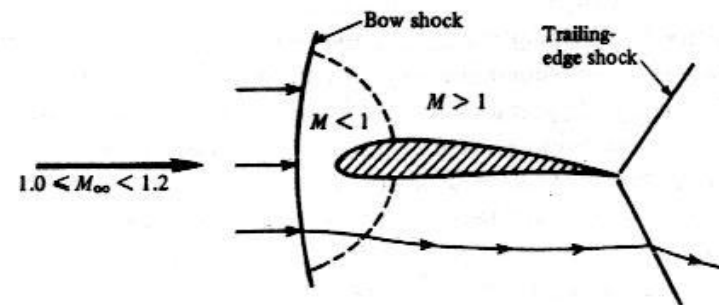
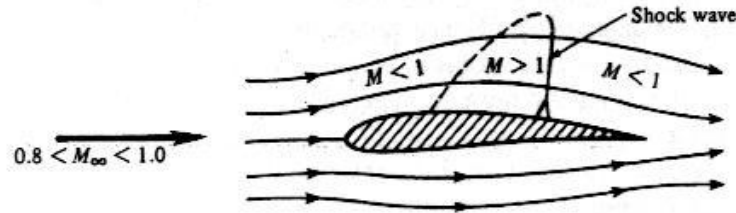
# 1.4 Regimes de escoamento

- Escoamento subsônico:
  - $M_\infty \leq 0,8$  ou  $M < 1$ .
  - Linhas de corrente suaves.
  - Variação contínua das propriedades.
  - Para aerofólios comumente utilizados, o escoamento, normalmente, é inteiramente subsônico caso  $M_\infty \leq 0,8$



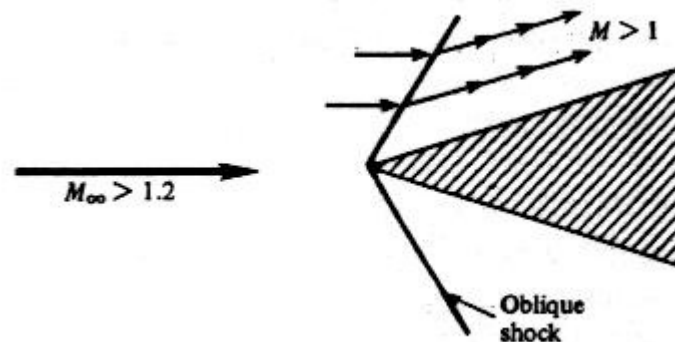
# 1.4 Regimes de escoamento

- Escoamento transônico:
  - $0,8 < M_{\infty} < 1,2$ .
  - Regiões de escoamento sub e supersônico.
  - Formação de ondas de choque.



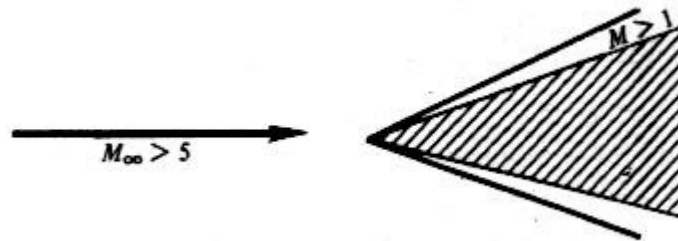
## 1.4 Regimes de escoamento

- Escoamento supersônico:
  - Para todos os pontos:  $M > 1$  ou  $M_\infty > 1,2$ .
  - Formação de choques oblíquos – variação abrupta de propriedades.



# 1.4 Regimes de escoamento

- Escoamento hipersônico:
  - $M_\infty > 5$ .
  - A onda de choque ocorre próxima à superfície do corpo.
  - Pode haver dissociação ou mesmo ionização do gás.





# 1.5 Revisão de termodinâmica

- Gás perfeito:
  - Gás: conjunto de partículas (moléculas, átomos, íons, elétrons...) que se encontram em movimento mais ou menos aleatório.
  - Um gás é considerado perfeito se as forças intermoleculares são desprezíveis.
  - Expressões derivadas das leis de Charles e de Boyle.

# 1.5 Revisão de termodinâmica

- Gás perfeito (formas de apresentação):
  - Volume total, massa, constante do gás:

$$p \mathcal{V} = m R T$$

- Volume específico, constante do gás:

$$p v = R T$$

- Massa específica, constante do gás:

$$p = \rho R T$$

- Volume total, número de moles, constante universal dos gases:

$$p \mathcal{V} = N \Re T$$

# 1.5 Revisão de termodinâmica

- Constante universal dos gases:

$$\mathfrak{R} = 8314 \text{ J/kmol} \cdot \text{K}$$

$$\mathfrak{R} = 4,97 \times 10^4 \text{ ft} \cdot \text{lb/slug} \cdot \text{mol} \cdot ^\circ \text{R}$$

- Constante do gás (  $M$ : massa molecular):

$$R = \mathfrak{R} / M$$

# 1.5 Revisão de termodinâmica

- Ar, condições padrão:

$$M = 28.97 \text{ kg/kmol}$$

$$R = \frac{8314,3 \left( \frac{\text{J}}{\text{kmol} \cdot \text{K}} \right)}{28,97 \left( \frac{\text{kg}}{\text{kmol}} \right)}$$

$$R = 287 \text{ J/kg} \cdot \text{K} = 1716 \text{ ft} \cdot \text{lb/slug} \cdot ^\circ \text{R}$$

## 1.5 Revisão de termodinâmica

- Embora as forças intermoleculares sejam desprezíveis apenas para pequenas pressões, mesmo para casos de pressões relativamente elevadas a equação de estado dos gases perfeitos é válida, desde que a temperatura do gás seja alta o suficiente. Por exemplo, para o vapor de água, a 6 MPa e 500°C, o desvio do comportamento em relação a um gás perfeito é de cerca de 5%.

## 1.5 Revisão de termodinâmica

- Equações de estado mais exatas foram obtidas levando-se em consideração os volumes moleculares (equação de estado de Clausius) e as forças intermoleculares (equação de estado de Van der Waals). Tais equações, contudo, são mais complexas que a equação de estado dos gases perfeitos e criam complicações para a solução das equações de escoamento.

# 1.5 Revisão de termodinâmica

- Energia interna ( $u'$ ):
  - Energia cinética (movimento aleatório) + energia rotacional + energia vibratória + energia eletrônica.
  - O sistema está em equilíbrio quando as partículas se encontrarem em seu estado de “maior desordem”.

$$u' = u'(T, v)$$

# 1.5 Revisão de termodinâmica

- Entalpia (  $h$  ):

$$h = u' + p v$$

- Gás termicamente perfeito: não reativo; forças intramoleculares desprezíveis.

$$u' = u'(T); \quad h = h(T)$$

$$du = c_v dT; \quad dh = c_p dT$$

- Gás caloricamente perfeito: calores específicos constantes.

$$u' = c_v T; \quad h = c_p T$$



# 1.5 Revisão de termodinâmica

- Normalmente:
  - Gases submetidos a temperaturas e pressões moderados podem ser considerados caloricamente perfeitos.
  - Gases a temperaturas entre 1000 e 2500 K podem ser considerados termicamente perfeitos.
  - Acima de 2500 K há dissociação de moléculas e o sistema é quimicamente reativo.

# 1.5 Revisão de termodinâmica

- Relações envolvendo calores específicos:
  - Gases calóricos ou termicamente perfeitos:

$$c_p - c_v = R$$

- Definições de calores específicos:

$$c_p = \left( \frac{\partial h}{\partial T} \right)_p ; \quad c_v = \left( \frac{\partial u'}{\partial T} \right)_v$$

# 1.5 Revisão de termodinâmica

- Relações envolvendo calores específicos:
  - Razão entre calores específicos:

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v}$$

- Relações auxiliares:

$$c_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}; \quad c_v = \frac{R}{\gamma - 1}$$

# 1.5 Revisão de termodinâmica

- Primeira Lei da Termodinâmica:
  - Calor fornecido ao sistema através de suas fronteiras:  $\delta q$  ou  $\delta Q$ .
  - Trabalho efetuado sobre o sistema por suas vizinhanças:  $\delta w$  ou  $\delta W$ .
  - Variação de energia interna:  $du'$  ou  $dU$ .
  - Variação de energia total:  $de$  ou  $dE$ .

$$\delta q + \delta w = de$$

$$\delta Q + \delta W = dE$$

$$\delta q + \delta w = du'$$

$$\delta Q + \delta W = dU$$

# 1.5 Revisão de termodinâmica

- Primeira Lei da Termodinâmica:
  - Tipos de processos:
    - Qualquer.
    - Adiabático: sem trocas térmicas.
    - Reversível: sem fenômenos dissipativos.
    - Isentrópico: processo adiabático e reversível.
  - Fenômenos dissipativos:
    - Atrito.
    - Trocas térmicas através de uma diferença finita de temperaturas.

# 1.5 Revisão de termodinâmica

- Primeira Lei da Termodinâmica:
  - Fenômenos dissipativos:
    - Expansão repentina.
    - Magnetização com histerese.
    - Aquecimento por resistência elétrica (efeito Joule).
    - Mistura de diversos gases.
  - Processo reversível:

$$\delta w = -p dv$$

$$\delta q - p dv = du'$$

# 1.5 Revisão de termodinâmica

- Segunda Lei da Termodinâmica:
  - Impõe restrições a respeito da direção na qual os processos termodinâmicos podem ocorrer: mesmo processos que satisfaçam à primeira lei da termodinâmica podem não ocorrerem na natureza.
  - A segunda lei da termodinâmica é essencial para a análise de ondas de choque.

# 1.5 Revisão de termodinâmica

- Segunda Lei da Termodinâmica

$$d s = \left( \frac{\delta q}{T} \right)_{rev}$$

$$d s = \frac{\delta q}{T} + d s_{irrev}; \quad d s_{irrev} \geq 0$$

– Para um processo reversível:

$$T d s = d u' + p d v$$

$$T d s = d h - v d p$$

$$T d s = d h - \frac{d p}{\rho}$$



# 1.5 Revisão de termodinâmica

- Segunda Lei da Termodinâmica
  - Gases termicamente perfeitos:

$$s_2 - s_1 = \int_{T_1}^{T_2} c_p \frac{dT}{T} - R \ln \left( \frac{p_2}{p_1} \right)$$

- Gases caloricamente perfeitos:

$$s_2 - s_1 = c_p \ln \left( \frac{T_2}{T_1} \right) - R \ln \left( \frac{p_2}{p_1} \right)$$

# 1.5 Revisão de termodinâmica

– Gases caloricamente perfeitos:

$$s_2 - s_1 = c_v \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + R \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right)$$

– Gases termicamente perfeitos, processo isentrópico:

$$0 = c_p \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - R \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) \quad \frac{c_p}{R} \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$$

# 1.5 Revisão de termodinâmica

– Lembrando que:

$$\begin{cases} \gamma = \frac{c_p}{c_v} \\ c_p - c_v = R \end{cases} \quad \frac{c_p}{R} = \frac{\gamma}{\gamma-1} \quad \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$$

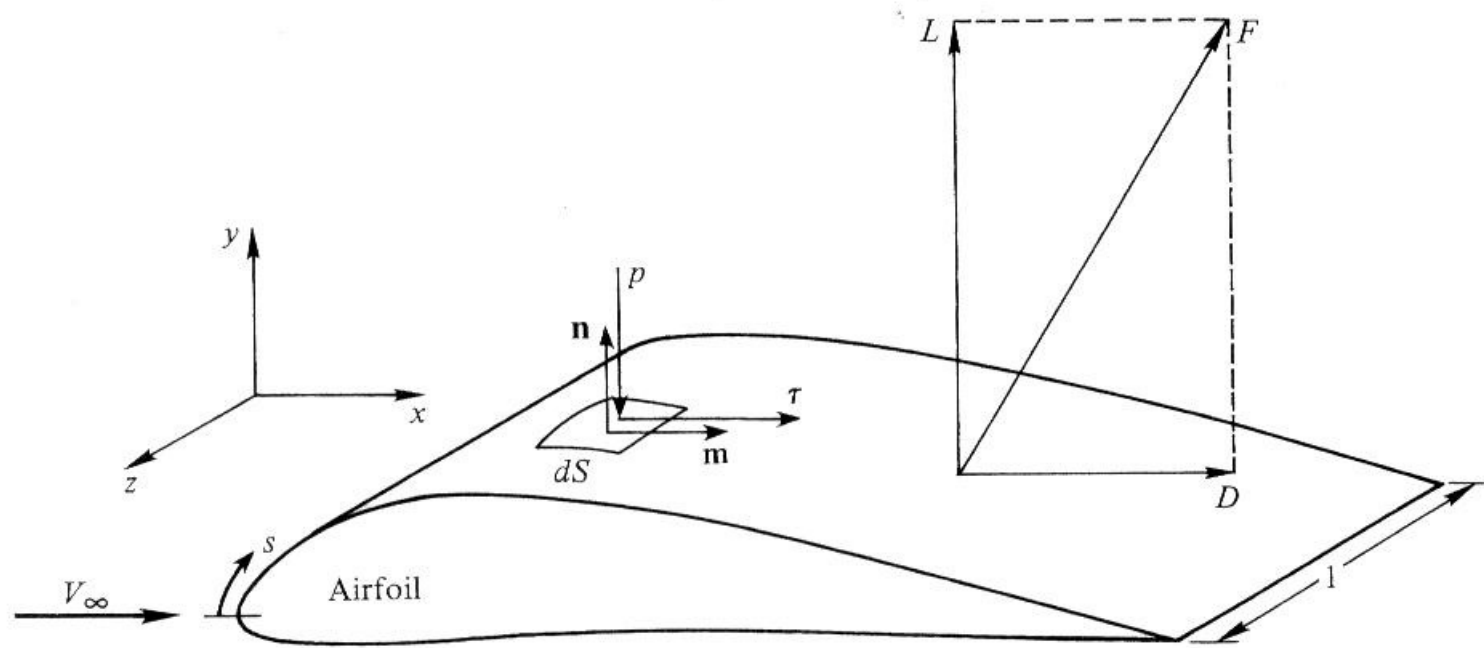
- Relações isentrópicas:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)^\gamma = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\gamma/(\gamma-1)}$$

## 1.6 Forças aerodinâmicas sobre um corpo

- Mecanismos básicos: pressão superficial e tensão cisalhante superficial.
- Considerar um aerofólio de profundidade unitária:

## 1.6 Forças aerodinâmicas sobre um corpo



**Figure 1.11** | Sources of aerodynamic force; resultant force and its resolution into lift and drag.

## 1.6 Forças aerodinâmicas sobre um corpo

- Força sobre um elemento de área:

$$d\vec{F} = -p \hat{n} dS + \tau \hat{m} dS = -p d\vec{S} + \tau \vec{m} dS$$

- Soma sobre todos os elementos de área:

$$\vec{F} = \oiint d\vec{F} = -\oiint p d\vec{S} + \oiint \tau \hat{m} dS$$

## 1.6 Forças aerodinâmicas sobre um corpo

- Sustentação (  $L$  ):

$$L \approx \text{componente y de } \left\{ - \oint p \, d\vec{S} \right\}$$

- Arrasto (  $D$  ):

$$D = \text{componente x de } \left\{ - \oint p \, d\vec{S} \right\} \\ + \text{componente y de } \left\{ \oint \tau \, \hat{n} \, dS \right\}$$

## 1.7 Escoamentos compressíveis modernos

- Entre 1945 e 1960: fundamentos e aplicações “clássicos” de escoamentos compressíveis.
  - Tratamento de um gás caloricamente perfeito.
  - Soluções exatas para escoamentos unidimensionais; soluções aproximadas para escoamentos bi e tridimensionais.



# 1.7 Escoamentos compressíveis modernos

- A partir de 1960: período “moderno”.
  - Necessidade de lidar com gases quimicamente reativos a altas temperaturas (voos hipersônicos e motores-foguete).
  - Crescimento da Dinâmica de Fluidos Computacional (CFD), complementando o conhecimento adquirido pela experimentação e teoria puras.