

Mecanismos

Prof. Jorge Luiz Erthal

Engrenagens

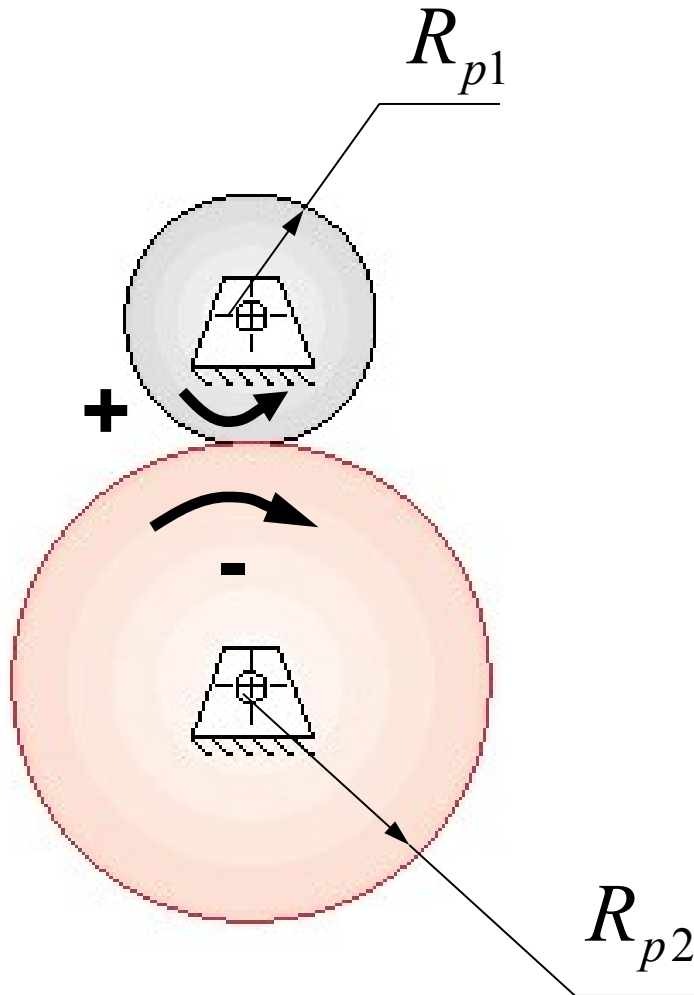
Projeto de Trens de Engrenagens

Nesta aula



- Ferramentas auxiliares
 - Aproximação por fração continuada
 - Tabela de Brocot
 - Fatoração
- Exemplo

Relação de transmissão



$$A_1 \cdot R_{p1} = - A_2 \cdot R_{p2}$$

$$\frac{A_2}{A_1} = - \frac{R_{p1}}{R_{p2}} = - \frac{N_1}{N_2} = i$$


ou

$$\frac{A_1}{A_2} = - \frac{R_{p2}}{R_{p1}} = - \frac{N_2}{N_1} = i$$

- Máximo recomendável: **10:1**

Problema

- **Compatibilização** do número de dentes com a relação exigida.

$$i = - \frac{N_1}{N_2}$$


NÚMEROS INTEIROS

- O número de dentes varia na faixa entre **18 a 20 (pinhão)** e **100 a 120 (coroa)**.
- Existe uma **variedade muito grande de combinações**, principalmente em transmissões com mais de um estágio de redução.
- **Fatores comuns** aos números de dentes levam ao desgaste prematuro. (ex.: 20/40).
- **Qual a combinação de número de dentes que satisfaz a relação de velocidades?**

Métodos

- Aproximação por fração continuada.
 - Obtenção de combinações de números inteiros que reproduzem aproximadamente a relação exigida.
- Tabela de Brocot
 - Organização das frações continuadas em uma tabela, obedecendo as exigências do projeto
- Fatoração de números primos
 - Fatoração de números para aumentar a escolha do número de dentes e evitar fatores comuns.

Método

- Aproximação por fração continuada.
 - Obtenção de combinações de números inteiros que reproduzem aproximadamente a relação exigida.
- Tabela de Brocot
 - Organização das frações continuadas em uma tabela, obedecendo as exigências do projeto
- Fatoração de números primos
 - Fatoração de números para aumentar a escolha do número de dentes e evitar fatores comuns.

Projetar uma transmissão para uma relação total $i = 0,457$

Aproximação por fração continuada

A relação deve ser representada entre $0 < i < 1$

$$i = \frac{Z}{10^n}$$

$$\frac{Z}{10^n} = \frac{1}{Q_1 + \frac{R_1}{N_1}} \Rightarrow \frac{1}{Q_1} = \frac{N_1}{D_1}$$

$$\frac{Z}{10^n} = \frac{1}{Q_1 + \frac{1}{Q_2 + \frac{R_2}{R_1}}} \Rightarrow \frac{1}{Q_1 + \frac{1}{Q_2}}$$

$$\frac{Z}{10^n} = \frac{1}{Q_1 + \frac{1}{Q_2 + \frac{1}{Q_2 + \frac{R_3}{R_2}}}} \Rightarrow \frac{1}{Q_1 + \frac{1}{Q_2 + \frac{1}{Q_3}}}$$

Exemplo: $i = 0,457$

$$i = \frac{Z}{10^n} = \frac{457}{1000}$$

$$\frac{457}{1000} = \frac{1}{2 + \frac{86}{457}} \Rightarrow \frac{1}{2} = 0,5$$

$$\frac{457}{1000} = \frac{1}{2 + \frac{1}{5 + \frac{27}{86}}} \Rightarrow \frac{1}{2 + \frac{1}{5}} = \frac{5}{11} = 0,454545455$$

$$\frac{457}{1000} = \frac{1}{2 + \frac{1}{5 + \frac{1}{3 + \frac{5}{27}}}} \Rightarrow \frac{1}{2 + \frac{1}{5 + \frac{1}{3}}} = \frac{16}{35} = 0,457142857$$

Aproximação por fração continuada

$$\frac{457}{1000} = \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{5 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{5}{27}}}} \Rightarrow \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{5 + \cfrac{1}{3}}} = \frac{16}{35} = 0,457142857$$

$$\frac{457}{1000} = \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{5 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{5 + \cfrac{2}{5}}}}} \Rightarrow \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{5 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{5}}}} = \frac{85}{186} = 0,456989247$$

$$\frac{457}{1000} = \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{5 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{5 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2}}}}}} \Rightarrow \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{5 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{5 + \cfrac{1}{2}}}}} = \frac{186}{407} = 0,457002457$$

Aproximação por fração continuada

$$\frac{457}{1000} = \frac{1}{2 + \frac{1}{5 + \frac{1}{3 + \frac{1}{5 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}}}} \Rightarrow \frac{1}{2 + \frac{1}{5 + \frac{1}{3 + \frac{1}{5 + \frac{1}{2}}}}} = \frac{186}{407} = 0,457002457$$

$$\frac{457}{1000} = \frac{1}{2 + \frac{1}{5 + \frac{1}{3 + \frac{1}{5 + \frac{1}{2 + \frac{0}{2 + \frac{1}{1}}}}}}} \Rightarrow \frac{1}{2 + \frac{1}{5 + \frac{1}{3 + \frac{1}{5 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}}} = \frac{457}{1000} = 0,457$$

Aproximação por fração continuada

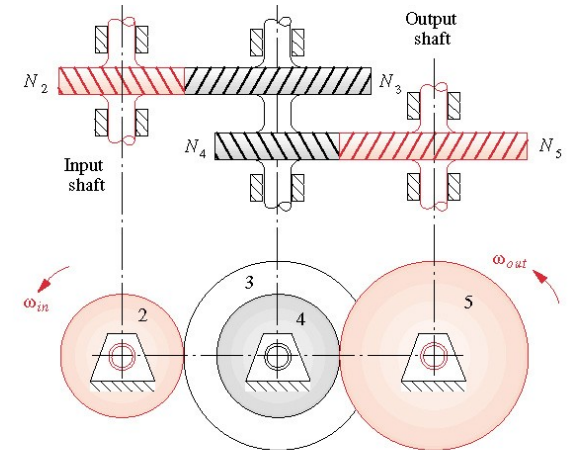
Resultados

NUMERADOR	DENOMINADOR	i	ERRO PERCENTUAL
1	2	0,5	9,4092 %
5	11	0,454545	0,5371 %
16	35	0,457143	0,0313 %
85	186	0,456989	0,0024 %
186	407	0,457002	0,0004 %
457	1000	0,457000	0 %

Transmissão em 2 estágios

Frações continuadas

N	D	<i>relação</i>
1	2	0,5
5	11	0,454545455
16	35	0,457142857
85	186	0,456989247
186	407	0,457002457
457	1000	0,457



Para uma **transmissão em 2 estágios**, serão verificadas as duas possibilidades marcadas.

$$i = \frac{A_4}{A_1} = \frac{N_3}{N_4} \times \frac{N_1}{N_2}$$

Aproximação por fração continuada e fatoração

$$\frac{85}{186} = \frac{5 \times 17}{2 \times 3 \times 31} = \frac{5}{6} \times \frac{17}{31} = \frac{17}{30} \times \frac{25}{31} = 0,456989247$$

- Erro de $1,075 \cdot 10^{-5}$
- Ignorado o questionável uso de 17 dentes.
- Incluído um fator de ajuste de 5/5.

$$\frac{186}{407} = \frac{2 \times 3 \times 31}{11 \times 37} = \frac{6}{11} \times \frac{31}{37} = \frac{24}{37} \times \frac{31}{44} = 0,45700245$$

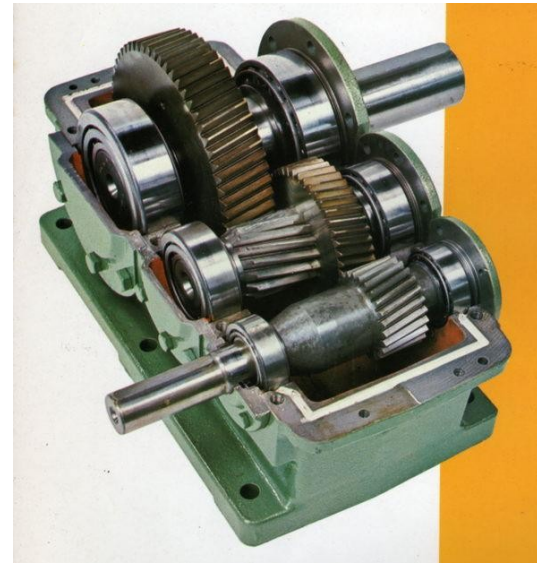
- Erro de $2,457 \cdot 10^{-6}$ (menor do que no primeiro caso)
- Número de dentes adequado.
- Incluído um fator de ajuste de 4/4

Os fatores foram distribuídos nos dois estágios para evitar fator comum no mesmo engrenamento.

Projeto de Transmissão

Comentários

- Existem outras possibilidades que podem ser exploradas.
- As possibilidades são imensas, mesmo na faixa entre 20 e 120 dentes.
- Necessita da habilidade do projetista.
- Importância do uso das ferramentas para orientar no projeto e na escolha da solução mais adequada.



Referência

Doughty, S.. **Mechanics of Machines**. New York: John Wiley, 1988.

Capítulo 5

Norton, R. L.. **Cinemática e Dinâmica dos Mecanismos**. Porto Alegre: Bookman, 2010.

Capítulo 9

Textos relacionados

Part 1: Use of Tables for Simplified Change Gear Calculations

<http://www.globalspec.com/reference/68675/203279/part-1-use-of-tables-for-simplified-change-gear-calculations>

Part 2: Tables of Consecutive Factorable Numbers by 97 or Less 10,000 40,000

<http://www.globalspec.com/reference/68676/203279/part-2-tables-of-consecutive-factorable-numbers-by-97-or-less-10-000-40-000>

Part 3: Brocot's Tables of Gear Ratios.

<http://www.globalspec.com/reference/68677/203279/part-3-brocot-s-tables-of-gear-ratios>

Part 4: Important Considerations in Designing Gear Trains

<http://www.globalspec.com/reference/68678/203279/html-head-part-4-important-considerations-in-designing-gear-trains>

Using Continued Fractions to Find the Best Gear Ratio

<http://www.globalspec.com/reference/68679/203279/using-continued-fractions-to-find-the-best-gear-ratio>

Calculation of Gear Trains by Approximation

<http://www.hsn161.com/HSN/BrocotByKirk.pdf>