

EXEMPLO 11-1 (Mabie) - Síntese para geração de função

Projetar um mecanismo de quatro elos para gerar $y = x^{1.5}$ onde x varia entre 1,0 e 4,0.
Utilizar espaçamento de Chebyshev e considerar:

função	$f(x) := x^{1.5}$
ângulo inicial na entrada	$\varphi_s := 30\text{deg}$
ângulo inicial na saída	$\psi_s := 90\text{deg}$
variação na entrada	$\Delta\varphi := 90\text{deg}$
variação na saída	$\Delta\psi := 90\text{deg}$
comprimento do elo fixo	$d := 1$

1 - Variação da função

início:	$x_s := 1$	$y_s := f(x_s)$	$y_s = 1$
final:	$x_f := 4$	$y_f := f(x_f)$	$y_f = 8$

2 - Definição dos pontos de precisão:

ponto médio do intervalo: $a := \frac{x_f + x_s}{2}$ $a = 2.5$

número de pontos de precisão: $n := 3$

metade do intervalo: $h := \frac{x_f - x_s}{2}$ $h = 1.5$

pontos de Chebyshev: $j := 1..n$

$$x := \begin{pmatrix} 1 \\ 2.5 \\ 4 \end{pmatrix} \quad x_j := a - h \cdot \cos \left[\frac{\pi \cdot \left(j - \frac{1}{2} \right)}{n} \right] \quad y_j := f(x_j)$$

$$x_1 = 1 \quad y_1 = 1$$

$$x_2 = 2.5 \quad y_2 = 3.9528$$

$$x_3 = 4 \quad y_3 = 8$$

3 - Transformação dos pontos para ângulos

$$\varphi_j := \varphi_s + (x_j - x_s) \cdot \frac{\Delta\varphi}{(x_f - x_s)}$$

$$\psi_j := \psi_s + (y_j - y_s) \cdot \frac{\Delta\psi}{(y_f - y_s)}$$

ponto 1: $\varphi_1 = 30 \cdot \text{deg}$

$$\psi_1 = 90 \cdot \text{deg}$$

ponto 2: $\varphi_2 = 75 \cdot \text{deg}$

$$\psi_2 = 127.9652 \cdot \text{deg}$$

ponto 3: $\varphi_3 = 120 \cdot \text{deg}$

$$\psi_3 = 180 \cdot \text{deg}$$

4 - variáveis auxiliares

$$w_1 := \cos(\varphi_1) - \cos(\varphi_2)$$

$$w_1 = 0.6072$$

$$w_2 := \cos(\varphi_1) - \cos(\varphi_3)$$

$$w_2 = 1.366$$

$$w_3 := \cos(\psi_1) - \cos(\psi_2)$$

$$w_3 = 0.6152$$

$$w_4 := \cos(\psi_1) - \cos(\psi_3)$$

$$w_4 = 1$$

$$w_5 := \cos(\varphi_1 - \psi_1) - \cos(\varphi_2 - \psi_2)$$

$$w_5 = -0.1023$$

$$w_6 := \cos(\varphi_1 - \psi_1) - \cos(\varphi_3 - \psi_3)$$

$$w_6 = 0$$

5 - Relações de comprimentos

$$R_1 := \frac{w_3 \cdot w_6 - w_4 \cdot w_5}{w_2 \cdot w_3 - w_1 \cdot w_4}$$

$$R_1 = 0.4388$$

$$R_2 := \frac{w_1 \cdot w_6 - w_2 \cdot w_5}{w_2 \cdot w_3 - w_1 \cdot w_4}$$

$$R_2 = 0.5994$$

$$R_3 := \cos(\varphi_1 - \psi_1) + R_2 \cdot \cos(\psi_1) - R_1 \cdot \cos(\varphi_1)$$

$$R_3 = 0.12$$

6 - Comprimentos

$$d = 1$$

$$a := \frac{d}{R_2}$$

$$a = 1.6684$$

$$c := \frac{d}{R_1}$$

$$c = 2.2791$$

$$b := \sqrt{(a^2 + c^2 + d^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot R_3)}$$

$$b = 2.8399$$

7 - Representação gráfica da cadeia:

Comprimentos dos elos a, b e c em relação ao elo d:

$$\overset{\text{mm}}{A} := \frac{a}{d} \quad B := \frac{b}{d} \quad \overset{\text{mm}}{C} := \frac{c}{d} \quad D := \frac{d}{d}$$

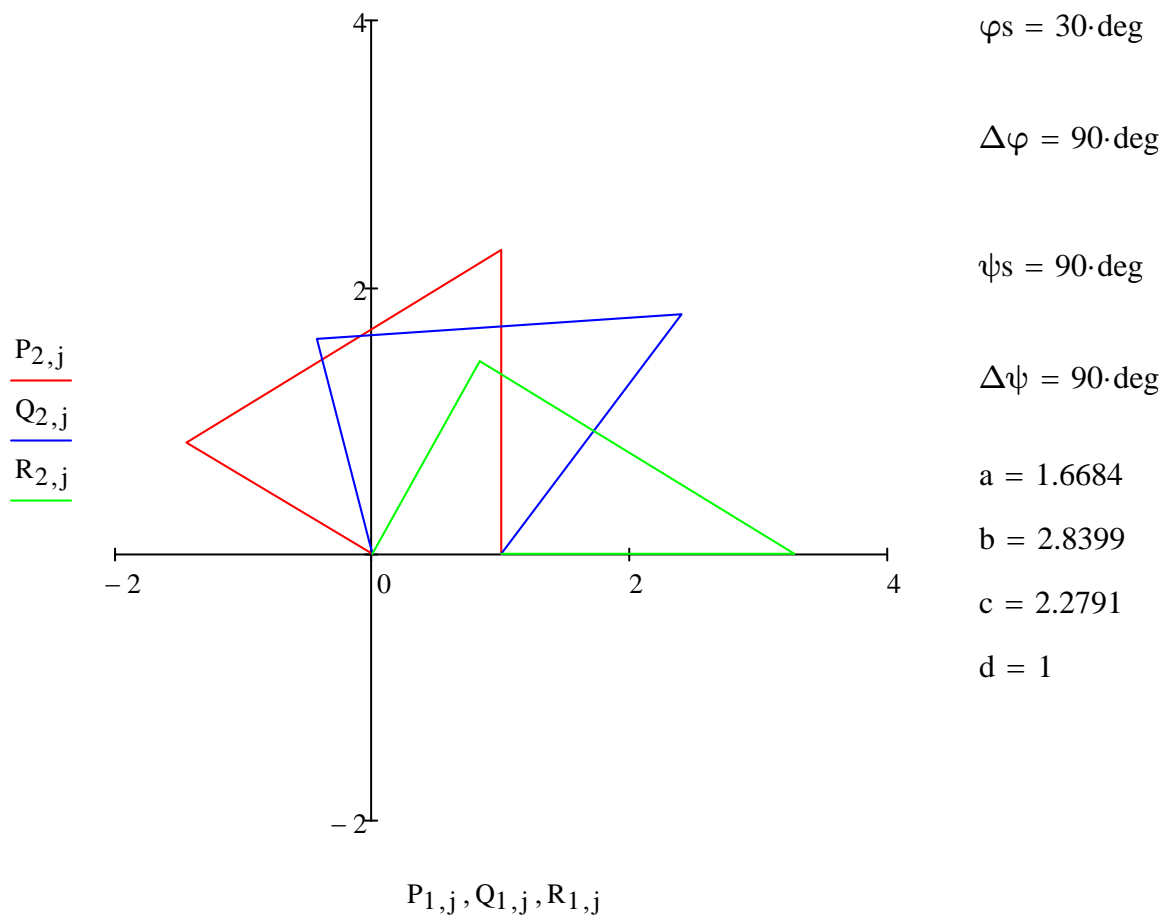
Coordenadas das articulações em cada ponto de precisão:

posição $i := 1$ $P := \begin{pmatrix} 0 & -A \cdot \cos(\varphi_i) & D - C \cdot \cos(\psi_i) & D \\ 0 & A \cdot \sin(\varphi_i) & C \cdot \sin(\psi_i) & 0 \end{pmatrix}$

posição $\overset{\text{mm}}{i} := 2$ $Q := \begin{pmatrix} 0 & -A \cdot \cos(\varphi_i) & D - C \cdot \cos(\psi_i) & D \\ 0 & A \cdot \sin(\varphi_i) & C \cdot \sin(\psi_i) & 0 \end{pmatrix}$

posição $\overset{\text{mm}}{i} := 3$ $\overset{\text{mm}}{R} := \begin{pmatrix} 0 & -A \cdot \cos(\varphi_i) & D - C \cdot \cos(\psi_i) & D \\ 0 & A \cdot \sin(\varphi_i) & C \cdot \sin(\psi_i) & 0 \end{pmatrix}$

tamanho do gráfico: $\lambda := 4 \quad j := 1..4$



8 - Verificação do mecanismo

Dados do mecanismo:

$$\varphi_s = 30 \cdot \text{deg}$$

$$\Delta\varphi = 90 \cdot \text{deg}$$

$$\psi_s = 90 \cdot \text{deg}$$

$$\Delta\psi = 90 \cdot \text{deg}$$

$$\varphi_f := \varphi_s + \Delta\varphi$$

$$\varphi_f = 120 \cdot \text{deg}$$

$$\psi_f := \psi_s + \Delta\psi$$

$$\psi_f = 180 \cdot \text{deg}$$

Incremento de φ :

$$\varphi_{\text{incr}} := 1 \text{deg}$$

Solução numérica da posição

variação de φ : $\varphi := \varphi_s, \varphi_s + \varphi_{\text{incr}} \dots \varphi_f$ valores iniciais das variáveis secundárias: $\theta := 20 \text{deg}$ $\psi := 100 \text{deg}$

solução numérica:

Given

$$-a \cdot \cos(\varphi) + b \cdot \cos(\theta) + c \cdot \cos(\psi) - d = 0$$

$$a \cdot \sin(\varphi) + b \cdot \sin(\theta) - c \cdot \sin(\psi) = 0$$

$$\text{sol}(\varphi) := \text{Find}(\theta, \psi)$$

Elo intermediário: $\Theta(\varphi) := \text{sol}(\varphi)_1$ Elo de saída: $\Psi(\varphi) := \text{sol}(\varphi)_2$

Correspondência dos ângulos com as ecalas x e y:

$$X(\varphi) := \frac{\varphi - \varphi_s}{\varphi_f - \varphi_s} \cdot (x_f - x_s) + x_s$$

$$Y(\varphi) := \frac{\Psi(\varphi) - \psi_s}{\psi_f - \psi_s} \cdot (y_f - y_s) + y_s$$

Correspondência de $X(\varphi)$ com a função $x^{1.5}$ $Y_f(\varphi) := f(X(\varphi))$ Erro entre o mecanismo e a função: $\text{erro}(\varphi) := Y(\varphi) - Y_f(\varphi)$ 