



**Universidade Federal do Paraná**  
**Setor de Tecnologia**  
**Departamento de Engenharia Mecânica**

# TMEC034

## Seleção de Materiais

Seleção por propriedades:  
Rigidez

*Prof. Rodrigo Perito Cardoso*



Favor desligar o celular ou passá-lo para o modo silencioso

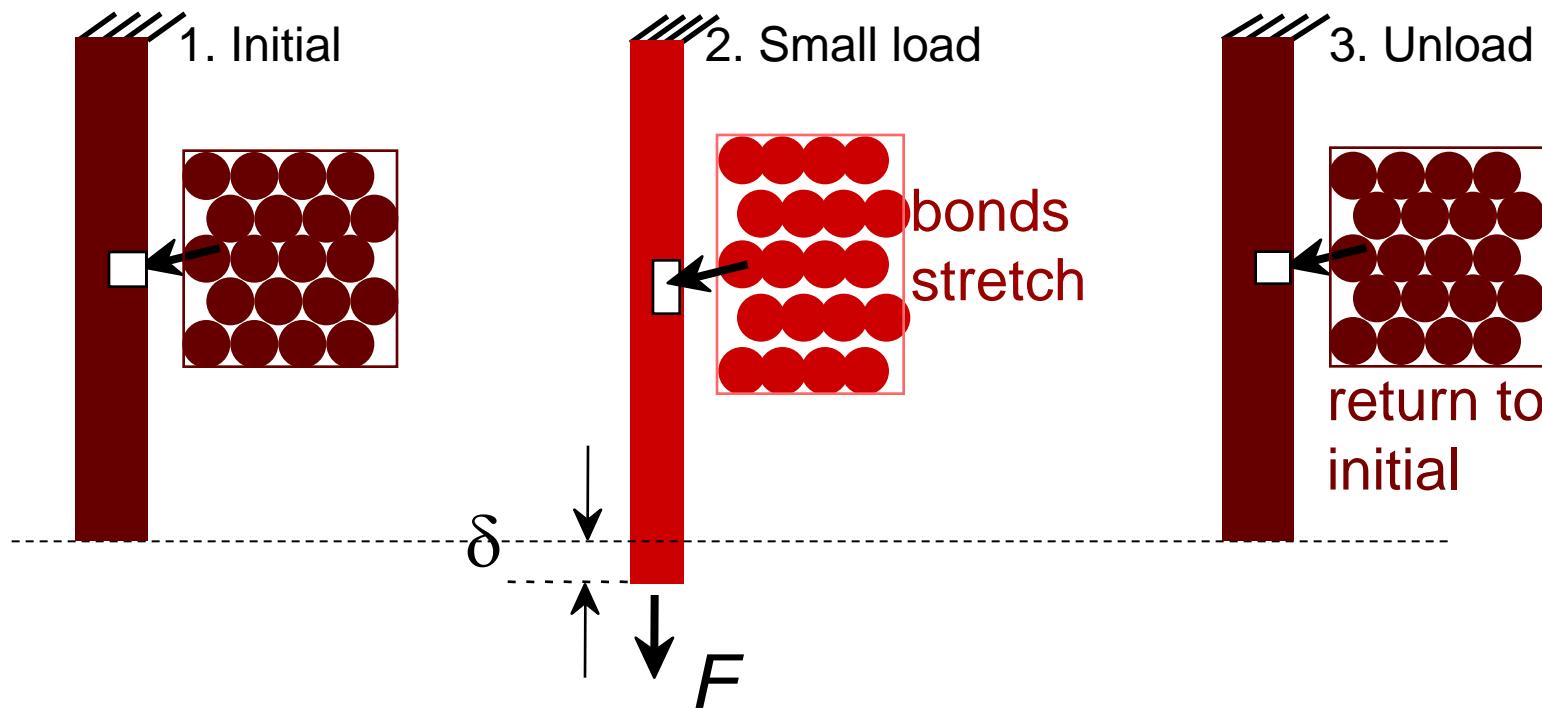
Em caso de ligação favor não atender durante a aula

# Introdução

- Rigidez: habilidade do material em manter sua forma sob carga
  - Tração ou compressão -> E (lei de Hooke)
  - Cisalhamento -> G

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

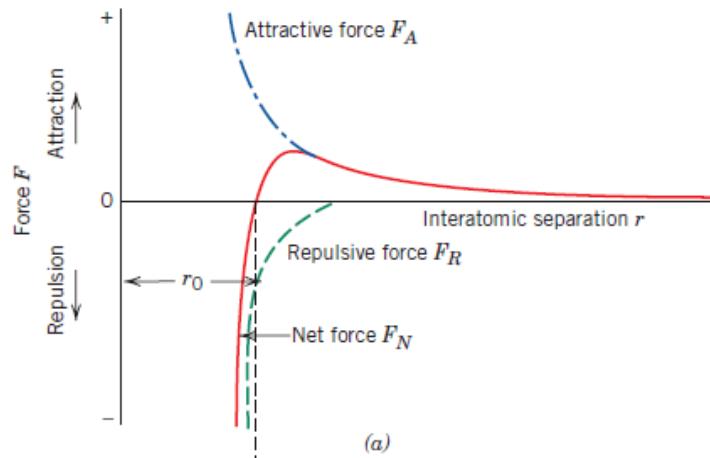
Relacionados pelo coeficiente de Poisson



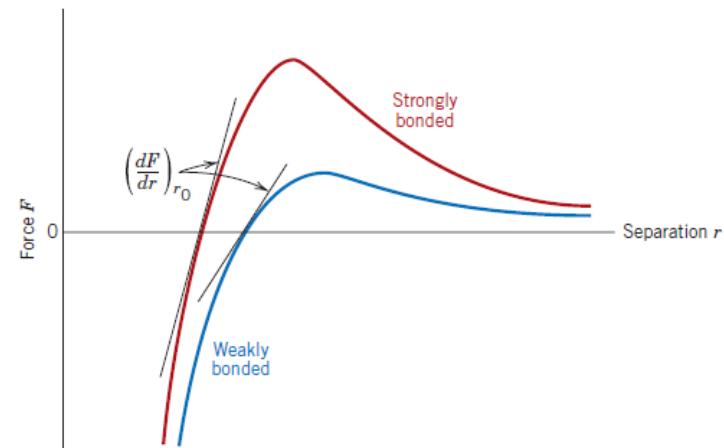
# Deformação Elástica

- Depende da inclinação da curva de separação inter-atômica

$$E \propto \left( \frac{dF}{dr} \right)_{r_0}$$



**Figure 6.7** Force versus interatomic separation for weakly and strongly bonded atoms. The magnitude of the modulus of elasticity is proportional to the slope of each curve at the equilibrium interatomic separation  $r_0$ .



# Importância da rigidez

- Importância da rigidez está relacionada à:
  - Deflexão
  - Absorção/armazenamento de energia
  - Falha por instabilidades elásticas

# Importância da rigidez

- Deflexão:

- Aumenta com a redução de rigidez

$$\delta = \frac{Pl^3}{3EI}$$

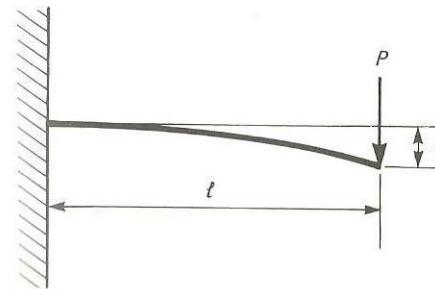


Figure 8.

- Módulo de elasticidade é difícil de variar mais que 10% para um dado material (insensível à microestrutura)
- Rigidez é então normalmente aumentada com I (momento de inércia)
- Deformação não é necessariamente ruim (topo de prédios altos podem ter deflexão de 40 cm)
- Tacoma Narrows -> falta de rigidez à torção
- Deformação pode causar problemas se existirem muitas peças (em especial móveis)
- Máquinas de precisão (usinagem e metrologia)
- Uso de partes com E diferente pode causar tensões locais
- Uso de materiais de levada resistência tendem a reduzir I ( $\uparrow$ deflexão)

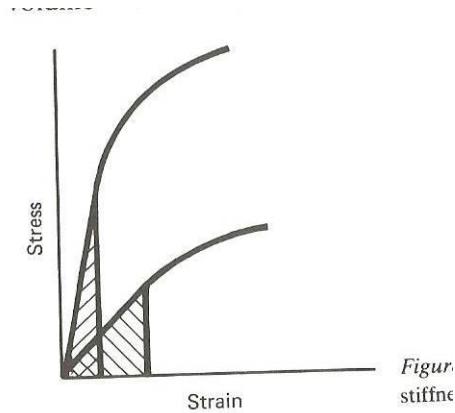


# Importância da rigidez

- Absorção de energia
  - Energia absorvida por unidade de volume (resiliência) -> área sob a curva tensão x def.

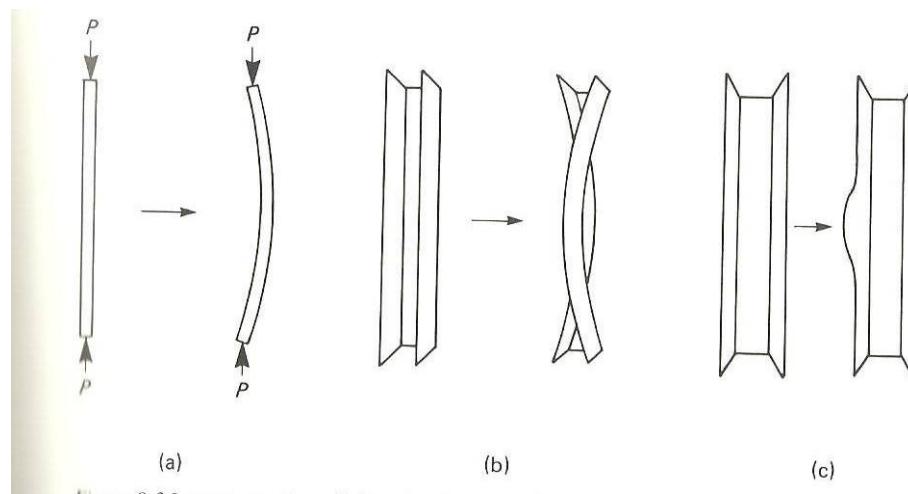
$$\frac{1}{2}\sigma\varepsilon = \frac{1}{2}\sigma \frac{\sigma}{E} = \frac{\sigma^2}{2E}$$

- Ex: barreiras em alto estradas
- Barras de proteção (absorção lenta)
- Em veículos normalmente causa desconforto

Figur  
stiffne

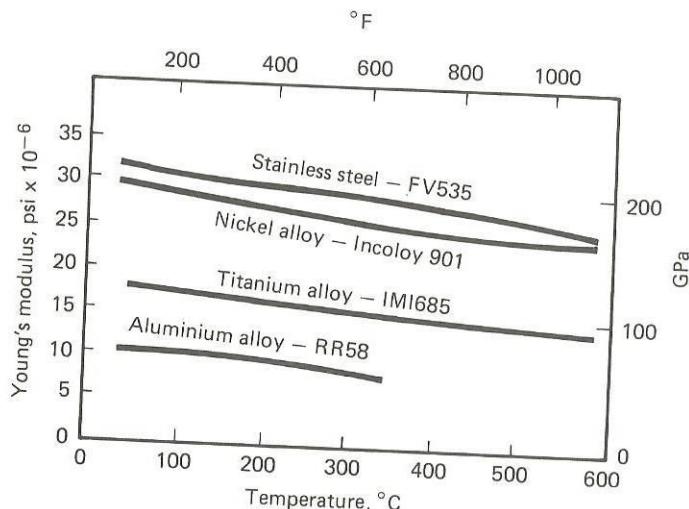
# Importância da rigidez

- Falha por instabilidades elásticas
  - Métodos simples de análise de tensão desconsideram alterações significativas na forma do corpo devido à aplicação de carga
  - Para estruturas esbeltas isso não é válido -> em compressão a falha ocorre com carga muito inferior ao previsto



# A rigidez de materiais

- Diamante é o material mais rígido conhecido  
 $E=1000\text{GPa}$  (borracha 0,01GPa (5 ordens))
- Aços  $\sim 200\text{GPa}$  (bom para estruturas), Al  $\sim 70\text{GPa}$
- Depende da temperatura:



Para polímeros, devido ao comportamento viscoelástico, a rigidez é dependente do tempo e taxa de carregamento (sensibilidade a temperatura -> muitos sofrem fluência à temperatura ambiente)  
Ao contrário dos metais sua rigidez depende da microestrutura  
Aumento de rigidez -> compósitos

# A rigidez de secções

- Caso típico – Viga

$$\delta = \frac{Pl^3}{3EI}$$

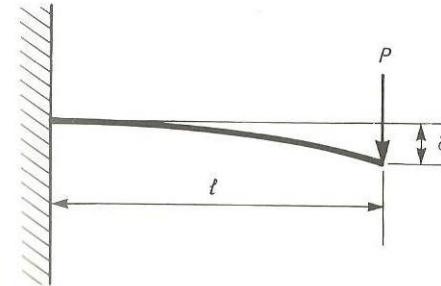
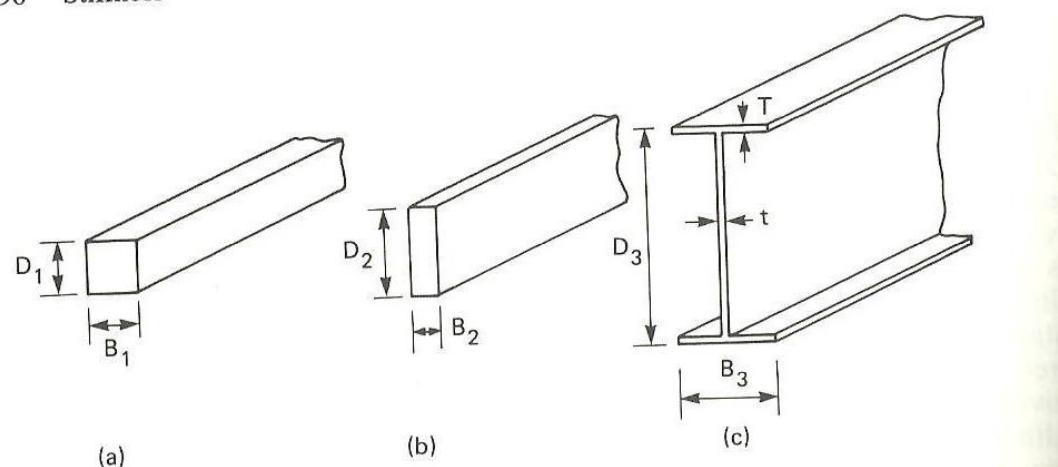


Figure 8.

- E (material) e I (geometria) são importantes -> um pode compensar o outro
- Material rígido (E) x Projeto rígido (I)

Ex:

Área da secção transversal fixas -> mesma quantidade de material



Variação de I de 50X

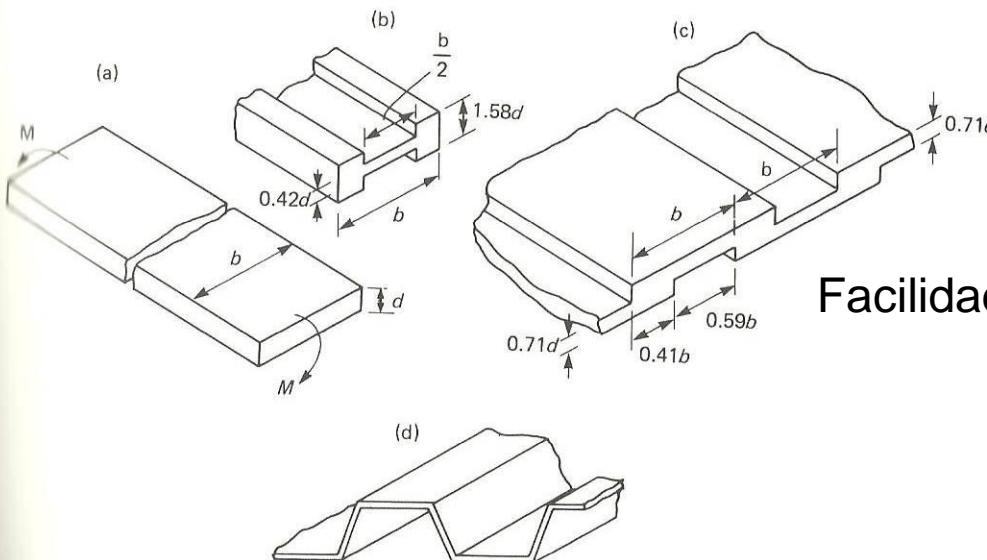
Figure 8.5 Three beams of equal cross-sectional areas (area =  $31.40 \text{ cm}^2$ ): (a)  $D_1 = B_1$ ,  $I_1 = 82.16 \text{ cm}^4$ ; (b)  $D_2 = 3B_2$ ,  $I_2 = 246.5 \text{ cm}^4$ ; (c)  $D_3 = 3B_3$ ,  $I_3 = 4381 \text{ cm}^4$

# A rigidez de secções

- Ex: Piso sobre vigas

Mais simples

Duas vezes mais rígida



Facilidade de fabricação

Figure 8.6 (a), (b) and (c): Planks of equal cross-sectional area; (d) decking material.

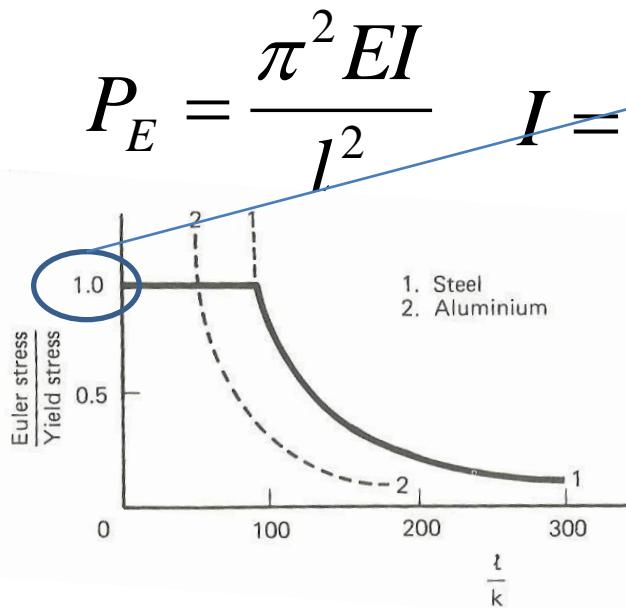
Solução comum para telhados (aumenta I e reduz A)

# A rigidez de secções

- Outra solução comum é a utilização de tubos de seção quadrada ou cilíndrica:
  - Mais material longe da linha neutra ( $\uparrow I$ )
  - Aumento de rigidez com redução de seção transversal
  - Paredes muito finas podem trazer problemas de flambagem das paredes do tubo

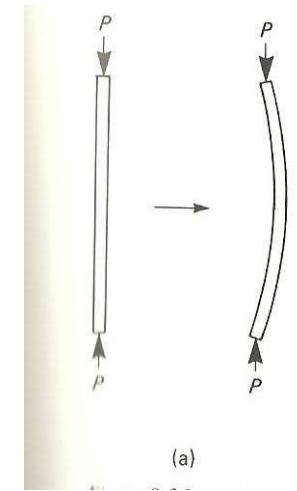
# A rigidez de secções

- Falha de uma escora: Barra em compressão
  - Flambagem : Quanto mais longa e delgada menor a carga para flambagem
  - Formula de Euler (valida para escorras esbeltas):



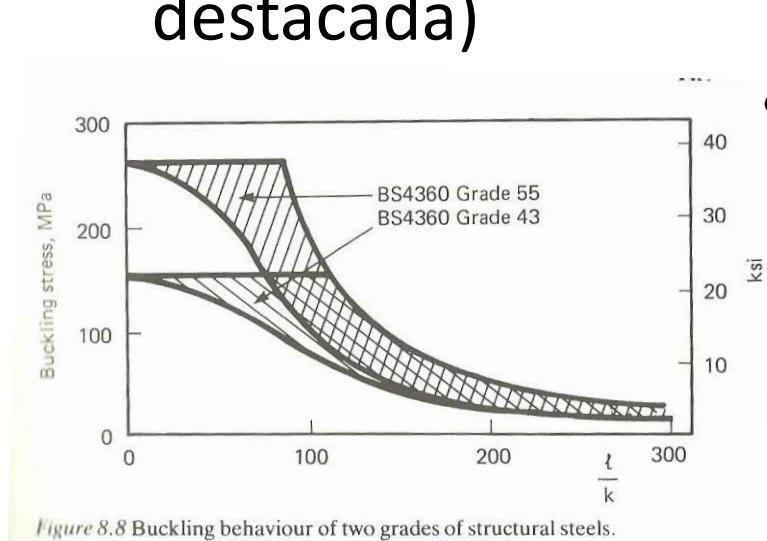
$$\sigma_E = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{l}{k}\right)^2}$$

Índice de esbeltez



# A rigidez de secções

- Falha de uma escora: Barra em compressão
  - A Formula de Euler considera caso ideal e na prática sobre-estima a tensão de flambagem
  - Norma britânica, empírica (fala na área destacada)

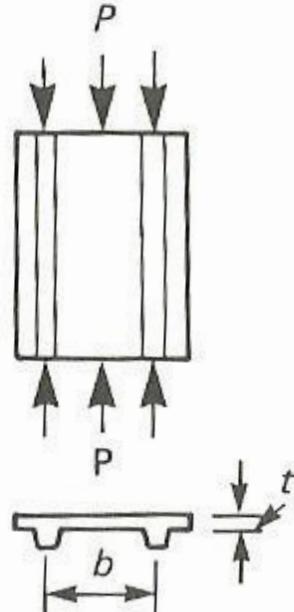


$$\sigma_{BS} = \frac{\sigma_e + (\eta + 1)\sigma_E}{2} - \left\{ \left[ \frac{\sigma_e + (\eta + 1)\sigma_E}{2} \right]^2 - \sigma_e \sigma_E \right\}^{1/2}$$

Para escoras esbeltas a tensão limite de escoamento é pouco importante no projeto

# A rigidez de secções

- Flambagem de um painel



$$\sigma_F = \frac{\pi^2 E}{3(1 - \nu^2) \left(\frac{b}{t}\right)^2}$$

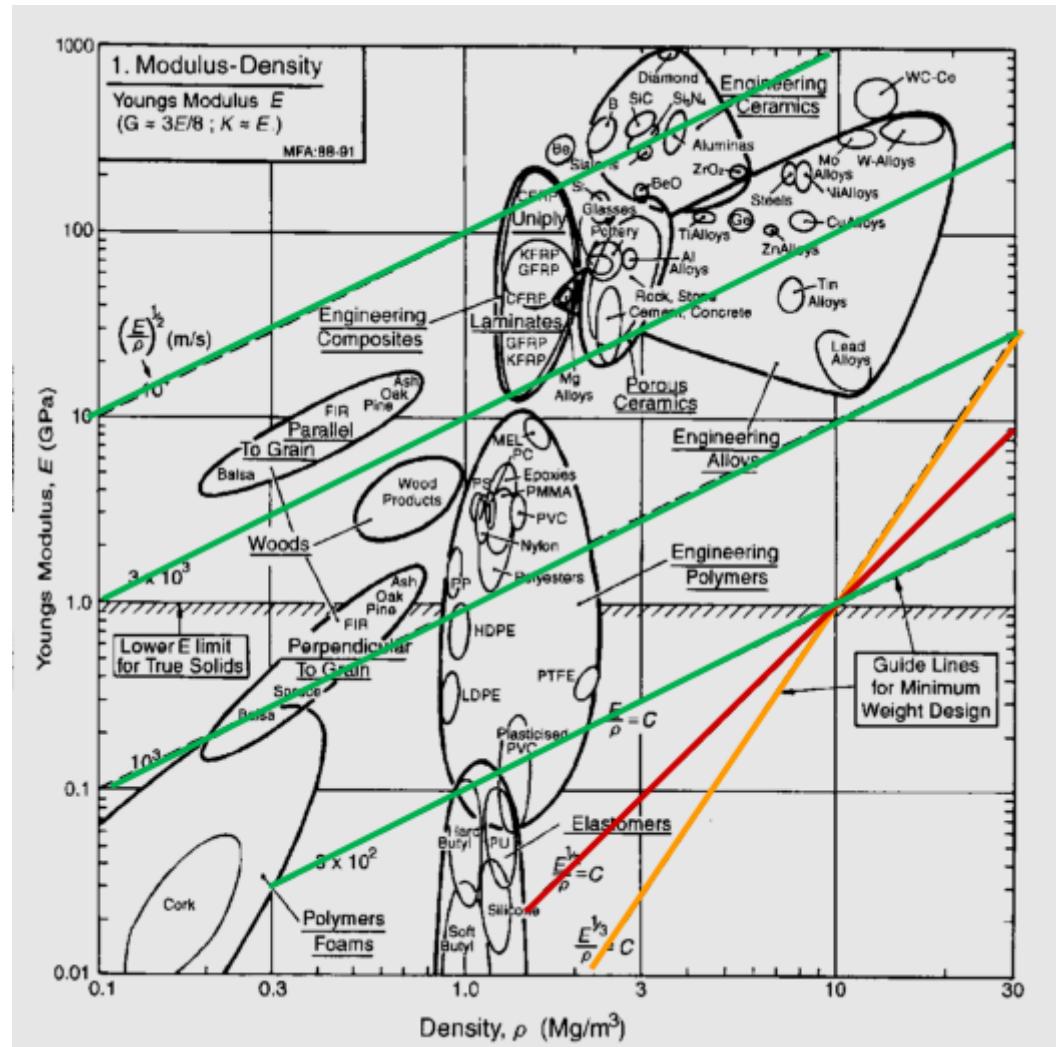
Utilização de reforços aumenta a resistência à flambagem e melhora a eficiência de utilização do material

# Critérios de seleção de materiais para rigidez

- Redução de peso

Modo de Carregamento	Forma	Índice de Mérito	
		Rigidez	Resistência
Flexão	Barra, Tubo	$E^{1/2} / \rho$	$\sigma^{2/3} / \rho$
	Chapa	$E^{1/3} / \rho$	$\sigma^{1/2} / \rho$
Tração	Barra	$E / \rho$	$\sigma / \rho$
Flambagem	Coluna, tubo	$E^{1/2} / \rho$	-
	Chapa	$E^{1/3} / \rho$	-
Torção	Barra, Tubo	$G / \rho$	$\sigma / \rho$
Pressão interna	Vaso de pressão cilíndrico	$E / \rho$	$\sigma / \rho$
	Vaso de pressão esférico	$E / (1 - \nu)$	$\sigma / \rho$

- ❖ Tração  $E/\rho$
- ❖ Flexão  $E^{1/2}/\rho$
- ❖ Compressão  $E^{1/3}/\rho$



Posso desconsiderar tensão limite de escoamento e flambagem?

# É importante lembrar

- Em que casos a rigidez é importante no projeto
  - Deformação máxima
  - Instabilidade
- Como se pode variar a rigidez
  - Material ( $E$ )
  - Projeto ( $I$ )
- Índices de mérito