***Laboratório de Ciências Térmicas***

*Transferência de calor em superfícies estendidas - Teoria*

*por*

*Christian Strobel*

*“A TV nos dá tanto e pede tão pouco”*

*- Homer J. Simpson*

# Introdução

 São freqüentes as situações em que se procuram meios para aumentar a quantidade de calor transferido, por convecção, de uma superfície.

A lei de Newton: *q = h.A.(Tsup-T∞)* sugere que se pode aumentar “q” mediante o aumento de h, (Tsup-T∞) ou de A. Conforme já verificamos, h é função da geometria, das propriedades do fluido e do escoamento. A modulação de h mediante o controle destes fatores oferece um procedimento pelo qual “q” pode ser aumentado ou diminuído. No que se refere ao efeito de (Tsup-T∞) sobre “q” encontram-se freqüentemente dificuldades, por exemplo, nos sistemas de refrigeração de motores de automóveis, em dias muito quentes, pois T∞ será muito elevada. Em relação à área da superfície que se expõe ao fluido, esta pode ser, muitas vezes, “estendida”, mediante o uso de aletas.

Constituem aplicações familiares destes dispositivos de transferência de calor com superfícies aletadas os radiadores de automóveis, as montagens de transistores de potência e dos transformadores elétricos de alta tensão.

Tendo como referência a extensão de uma parede plana o calor passa da parede para a aleta mediante condução e sai da superfície da aleta por efeito convectivo. Portanto, a diminuição da resistência superficial convectiva Rconv provocada por um aumento na área superficial é acompanhada por um aumento da resistência condutiva Rcond. Para que se eleve o fluxo de transferência de calor da parede, mediante a extensão da superfície, a diminuição de Rconv deve ser maior que o aumento em Rcond. Na verdade, a resistência superficial deve ser o fator controlador nas aplicações práticas de aletas (Rcond<Rconv ou, preferivelmente, Rcond<<<<Rconv).

Calculo do fluxo de calor em aletas com seção uniforme

A aleta desenhada a seguir está fixada em uma superfície com temperatura Tb e em contato com um fluido com temperatura T.

dx

qx+dx

 qx

dqconv= h.P.dx (Tb-T∞)

e

BASE

Tb

Z

L

Fazendo um balanço de energia em um elemento diferencial da aleta. Sob as condições de regime permanente a partir das quantidades de energia:

Energia entrando pela face esquerda

Energia saindo pela face direita

Energia perdida por convecção

Obtém-se a equação:

onde P é o perímetro da aleta, Asr área da seção transversal da aleta e (P.dx) a área entre as seções x e (x+dx) em contato com o fluido. Considerando h e k constantes a equação pode ser simplificada:

Chamando

Temos

Onde

 🡪 é o coeficiente da Aleta (1/m)

A equação diferencial linear de segunda ordem, acima, tem solução geral:

onde C1 e C2 são constantes de integração e determinadas por meio das seguintes condições de contorno:

1º) que a temperatura da base da barra seja igual à temperatura da parede na qual ela está afixada, ou seja:

 (Eq. 01)

2º) depende das hipóteses adotadas:

**Caso (a): Barra infinitamente longa**

Sua temperatura na extremidade se aproxima da temperatura do fluido: T = T∞

 Se o segundo termo da equação é zero, a condição de contorno é satisfeita apenas se C1=0. Substituindo C1 por 0:

A distribuição de temperatura fica:

 (Eq. 02)

Como o calor transferido por condução através da base da aleta deve ser transferido por convecção da superfície para o fluido, tem-se:

 (Eq. 03)

Diferenciando a Eq. 02 e substituindo o resultado para x=0 na Eq. 03, obtem-se:

A equação calcula o calor transferido aproximado, na unidade de tempo, em uma aleta finita, se seu comprimento for muito grande em comparação com a área de sua seção transversal.

A distribuição de temperatura fica:

**Caso (b): barra de comprimento finito, com q = 0 pela extremidade**

A segunda condição de contorno exigirá que o gradiente de temperatura em x = L seja zero. Com as seguintes condições:

Dividindo tudo por m, temos:

 (Eq. 04)

Utilizando em conjunto com a Equação 01, temos:

Substituindo as constantes de integração na equação da temperatura:

Obtém-se :

Considerando que o co-seno hiperbólico é definido como:

a equação anterior pode ser escrita na forma adimensional simplificada:

A transferência de calor pode ser obtida por meio da Eq. 03, substituindo o gradiente de temperatura na base:

Considerando que o seno hiperbólico é definido como:

E considerando ainda que a tangente hiperbólica é:

temos

O calor transferido, na unidade de tempo é:

 E a distribuição de temperatura fica:

**Caso (c): barra de comprimento finito, com qconv pela extremidade**

A segunda condição de contorno exigirá que o calor dissipado pela extremidade da aleta seja igual ao calor por convecção em x = L. Com as seguintes condições:

 (Eq. 05)

A perda de calor por convecção na ponta é igual ao recebido por condução:

 (Eq. 06)

E derivando a Eq. 05, tem-se

 (Eq. 07)

 Da Eq. 05 ainda, temos que, para x=L,

 (Eq. 08)

 Substituindo as Equações 07 e 08 na Equação 06, temos:

 Após uma grande manipulação algébrica, chega-se a:

 E a distribuição de temperatura:

**Caso (d): Barra de comprimento finito, com temperatura especificada**

Da mesma forma, podemos obter a distribuição de temperatura e a taxa de transferência de calor da aleta para o fluido, onde a temperatura na extremidade da aleta é especificada. Assim, temos uma condição de contorno que diz que, para x=L, T = T(L). As expressões resultantes são:

E a distribuição de termperatura:

**Desempenho de uma aleta**

Aletas são utilizadas para aumentar a transferência de calor em uma superfície através do aumento da área superfícial efetiva para a troca térmica. O desempenho de uma aleta então é definida como a razão entre a taxa de transferência de calor da aleta e a taxa de transferência de calor que existiria sem a presença da aleta. Desta forma, tem-se: