CAPÍTULO 3 – CONDUÇÃO UNIDIMENSIONAL DE CALOR EM REGIME ESTACIONÁRIO

3.4.3. Desempenho de Aletas

- **Efetividade da aleta**

$$\varepsilon_a = \frac{\text{Taxa de transferência de calor da aleta}}{\text{Taxa de transferência de calor sem a presença da aleta}} \qquad (3.14)$$

- **Calor Transferido**

$$\varepsilon_a = \frac{q_a}{q_b} = \frac{q_a}{h\,A_{tr,b}\,\theta_b} \qquad (3.15)$$

onde $A_{tr,b}$ é a área da seção transversal da aleta na base

Obs.: Quando $\varepsilon_a \geq 2$ justifica-se o uso de aletas.

3.4.3. Desempenho de Aletas

Considerando o caso de aleta infinita, resulta:

$$\varepsilon_a = \frac{\sqrt{h P \kappa A_{tr}}\,\cancel{\theta_b}}{h A_{tr,b}\cancel{\theta_b}} = \sqrt{\frac{\cancel{h} P \kappa \cancel{A_{tr}}}{h^{\cancel{2}} A_{tr,b}^{\cancel{2}}}}$$

$$\boxed{\varepsilon_a = \sqrt{\frac{P \kappa}{h A_{tr,b}}}} \qquad (3.16)$$

CAPÍTULO 3 – CONDUÇÃO UNIDIMENSIONAL DE CALOR EM REGIME ESTACIONÁRIO

3.4.3. Desempenho de Aletas

Considerando o caso de aleta infinita, resulta:

$$\varepsilon_a = \sqrt{\frac{P\,\kappa}{h\,A_{tr,b}}}$$

Observações:

– ε_a aumenta com o uso de materiais com κ elevado;

– ε_a aumenta com o aumento da relação P/A;

– Aletas devem ser usadas onde h é pequeno;

– Para $\varepsilon_a \geq 2 \;\; \Rightarrow \left(P\,\kappa / h\,A_{tr,b}\right) \geq 4$

– Não é necessário o uso de aletas muito longas pois para L=2,65/m obtém-se 99% da transferência de calor de uma aleta infinita (ver exercício proposto).

3.4.3. Desempenho de Aletas

- ε_a pode ser quantificado em termos de resistência térmica

- Na a aleta $$q_a = \frac{\theta_b}{R_{t,a}}$$

- Na base exposta $$q_b = \frac{\theta_b}{R_{t,b}}$$

Logo $$\varepsilon_a = \frac{q_a}{q_b} = \frac{\dfrac{\cancel{\theta_b}}{R_{t,a}}}{\dfrac{\cancel{\theta_b}}{R_{t,b}}} \Rightarrow \boxed{\varepsilon_a = \frac{R_{t,b}}{R_{t,a}}} \qquad (3.17)$$

3.4.3. Desempenho de Aletas

- **Eficiência da aleta**

$$\eta_a = \frac{\text{Taxa real de transferência de calor através da aleta}}{\begin{array}{c}\text{Taxa ideal de transferência de calor através da aleta}\\ \text{para toda a superficie da aleta a temperatura da base}\end{array}} \qquad (3.18)$$

$$\eta_a = \frac{q_a}{h\,A_a\,\theta_b} \qquad (3.19)$$

onde A_a é a área superficial da aleta

3.4.3. Desempenho de Aletas

- **Para aleta plana, seção uniforme e extremidade adiabática**

$$\eta_a = \frac{\sqrt{h\,P\,\kappa\,A_{tr}}\;\cancel{\theta_b}}{h\,P\,L\,\cancel{\theta_b}}\tanh mL = \sqrt{\frac{h\,P\,\kappa\,A_{tr}}{h^{\cancel{2}}\,P^{\cancel{2}}}}\;\frac{\tanh mL}{L}$$

$$\eta_a = \frac{1}{\sqrt{\dfrac{h^{\cancel{2}}\,P^{\cancel{2}}}{\cancel{h}\,\cancel{P}\,\kappa\,A_{tr}}}}\;\frac{\tanh mL}{L} = \frac{1}{\sqrt{\dfrac{h\,P}{\kappa\,A_{tr}}}}\;\frac{\tanh mL}{L}$$

logo

$$\boxed{\eta_a = \frac{\tanh mL}{mL}} \qquad (3.20)$$

3.4.3. Desempenho de Aletas

Um artifício utilizado para se trabalhar com a equação da aleta com convecção desprezível no topo, que é mais simples, consiste em se trabalhar com um comprimento adicional da aleta de forma a compensar a convecção desprezada no topo, ou seja:

$L_c = L + t/2$ para aleta retangular

$L_c = L + D/4$ para aleta piniforme

Assim: $q_a = \sqrt{h P \kappa A_{tr}}\, \theta_b \tanh mL_c$ e $\eta_a = \dfrac{\tanh mL_c}{mL_c}$ (3.21)

Erros associados a essa aproximação são desprezíveis se

$$(ht/\kappa) \text{ ou } (hD/2\kappa) \le 0{,}0625$$

3.4.3. Desempenho de Aletas

Para uma aleta retangular com a largura w muito maior que a altura t o perímetro pode ser aproximado por P=2w e:

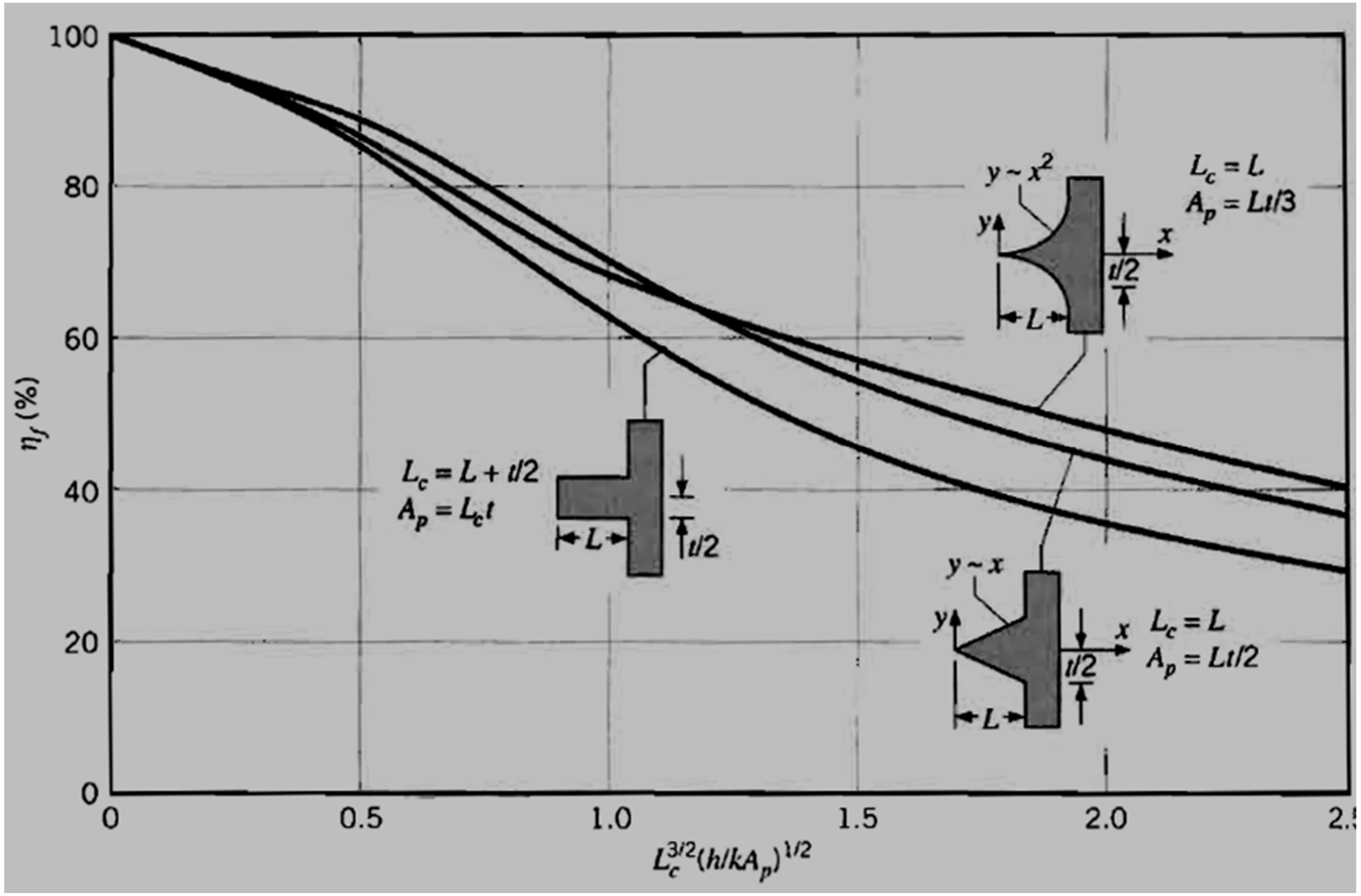
$$mL_c = \sqrt{\frac{hP}{\kappa A_{tr}}}\,L_c = \sqrt{\frac{h2w}{\kappa w t}}\,L_c = \sqrt{\frac{2h}{\kappa\, t}}\,L_c$$

multiplicando o numerador e o denominador por $L_c^{1/2}$ e introduzindo uma área corrigida do perfil da aleta $A_p = L_c.t$, resulta (ver figuras a seguir):

$$mL_c = \sqrt{\frac{2h}{\kappa t}}\,L_c\,\frac{L_c^{1/2}}{L_c^{1/2}} = \sqrt{\frac{2h}{\kappa t L_c}}\,L_c^{3/2} = \boxed{\sqrt{\frac{2h}{\kappa A_p}}\,L_c^{3/2}}$$

CAPÍTULO 3 – CONDUÇÃO UNIDIMENSIONAL DE CALOR EM REGIME ESTACIONÁRIO

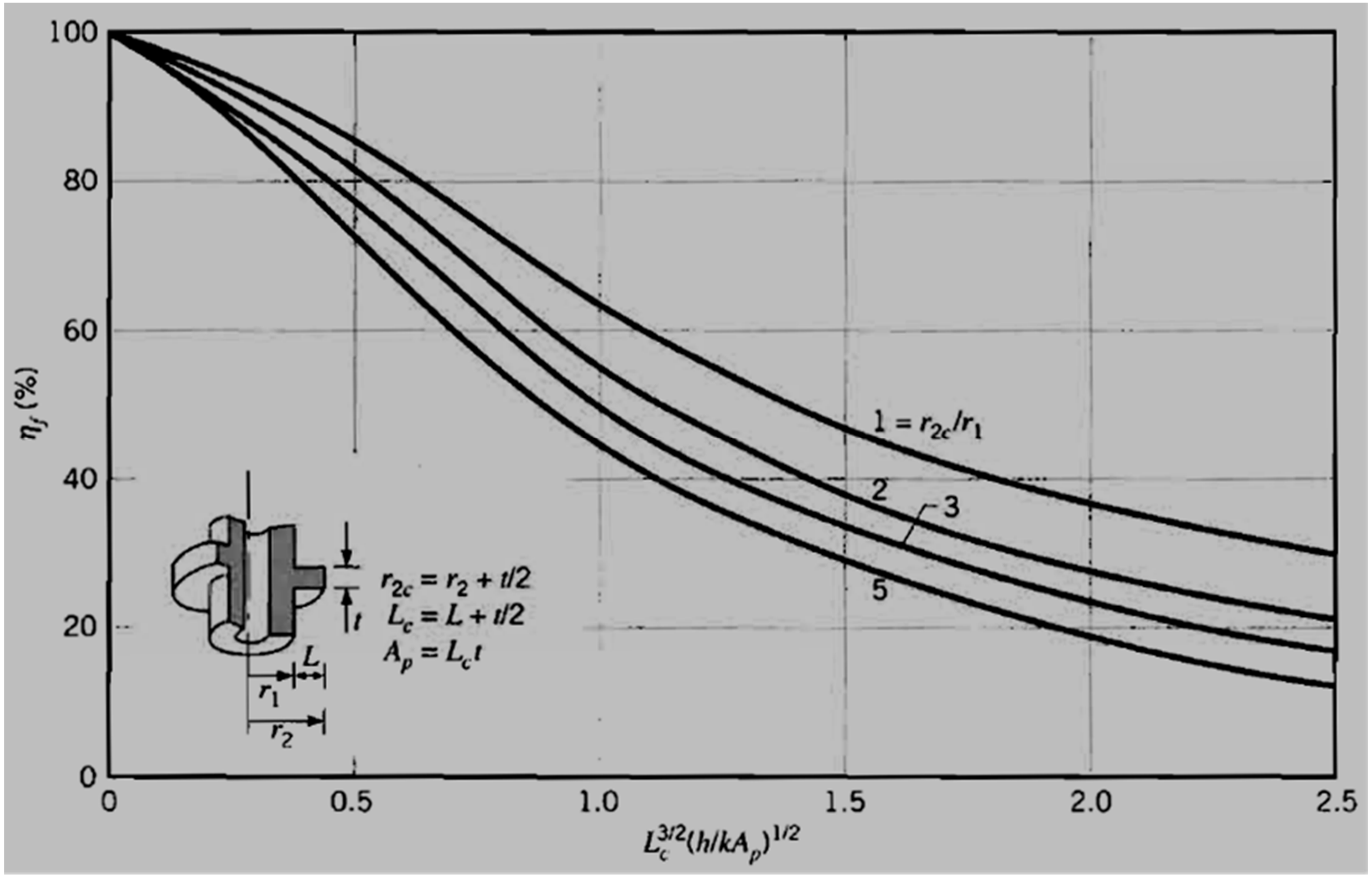
3.4.3. Desempenho de Aletas



Eficiência de aleta plana de perfis retangular, triangular e parabólico

CAPÍTULO 3 – CONDUÇÃO UNIDIMENSIONAL DE CALOR EM REGIME ESTACIONÁRIO

3.4.3. Desempenho de Aletas

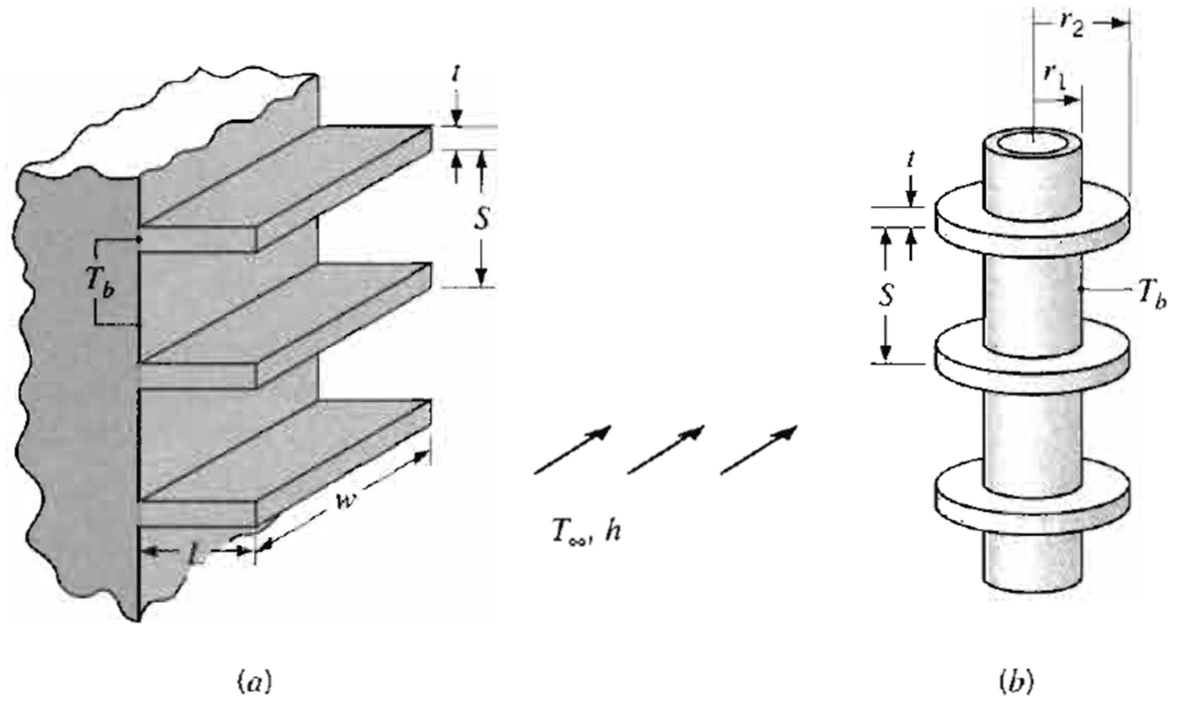


Eficiência de aleta anular de perfil retangular

CAPÍTULO 3 – CONDUÇÃO UNIDIMENSIONAL DE CALOR EM REGIME ESTACIONÁRIO

3.4.4. Eficiência Global de Superfície

Caracteriza um conjunto de aletas e a superfície base na qual está fixado.



(a) Aletas retangulares **(b) Aletas anulares**

3.4.4. Eficiência Global de Superfície

$$\eta_o = \frac{q_t}{q_{max}} = \frac{q_t}{h\,A_t\,\theta_b} \qquad (3.22)$$

Onde:

A_t → Área total, área das aletas somada a fração exposta da base (chamada de superfície primária)

q_t → Taxa total de transferência de calor na área A_t

Considerando N aletas de área A_a e a área da superfície primária A_b, a área superficial resulta:

$$A_t = N\,A_a + A_b$$

CAPÍTULO 3 – CONDUÇÃO UNIDIMENSIONAL DE CALOR EM REGIME ESTACIONÁRIO

3.4.4. Eficiência Global de Superfície

Taxa total de transferência de calor por convecção das aletas e da superfície primária

$$q_t = N\, q_a + q_{sp}$$

mas $\eta_a = \dfrac{q_a}{h\, A_a\, \theta_b}$ **ou** $q_a = \eta_a\, h\, A_a\, \theta_b$ **e** $q_{sp} = h\, A_b\, \theta_b$

logo $$\boxed{q_t = N\, \eta_a h\, A_a \theta_b + h\, A_b\, \theta_b} \qquad (3.23)$$

onde: $h \rightarrow$ **considerado equivalente em toda a superfície**

$\eta_a \rightarrow$ **eficiência de uma aleta isolada**

3.4.4. Eficiência Global de Superfície

$$q_t = N\,\eta_a h\,A_a\theta_b + h\,A_b\,\theta_b$$

$$q_t = N\,\eta_a h\,A_a\theta_b + h\,A_b\,\theta_b$$

Colocando h e θ_b em evidência

$$q_t = h\,\theta_b\left(N\,\eta_a\,A_a + A_b\right)$$

$$q_t = h\,\theta_b\left[N\,\eta_a\,A_a + \left(A_t - N\,A_a\right)\right]$$

$$q_t = h\,\theta_b\left(A_t - N\,A_a + N\,\eta_a\,A_a\right)$$

$$q_t = h\,\theta_b\left[A_t - N\,A_a\left(1-\eta_a\right)\right]$$

$$q_t = h\,\theta_b A_t\left[1 - \frac{N\,A_a}{A_t}\left(1-\eta_a\right)\right] \qquad (3.24)$$

3.4.4. Eficiência Global de Superfície

Substituindo (3.24) em (3.22), resulta:

$$\eta_o = \frac{q_t}{q_{max}} = \frac{q_t}{h\,A_t\,\theta_b}$$

$$\eta_o = \frac{1}{h\,A_t\,\theta_b}\,h\,\theta_b A_t\left[1 - \frac{N\,A_a}{A_t}\left(1 - \eta_a\right)\right]$$

$$\boxed{\eta_o = 1 - \frac{N\,A_a}{A_t}\left(1 - \eta_a\right)} \qquad (3.25)$$

CAPÍTULO 3 – CONDUÇÃO UNIDIMENSIONAL DE CALOR EM REGIME ESTACIONÁRIO

3.4.4. Eficiência Global de Superfície

Da definição de eficiência global de superfície, considerando aleta como parte integrante da parede, tem-se:

$$\eta_o = \frac{q_t}{q_{max}} = \frac{q_t}{h\,A_t\,\theta_b} \quad \text{ou} \quad \eta_o = 1 - \frac{N\,A_a}{A_t}\left(1-\eta_a\right)$$

Isolando q_t, resulta

$$q_t = \eta_o h\,A_t\,\theta_b$$

Na forma de resistência térmica, tem-se:

$$\boxed{q_t = \frac{\theta_b}{R_{t,o}}} \quad \text{onde} \quad \boxed{R_{t,o} = \frac{\theta_b}{q_t} = \frac{1}{\eta_o\,h\,A_t}}$$

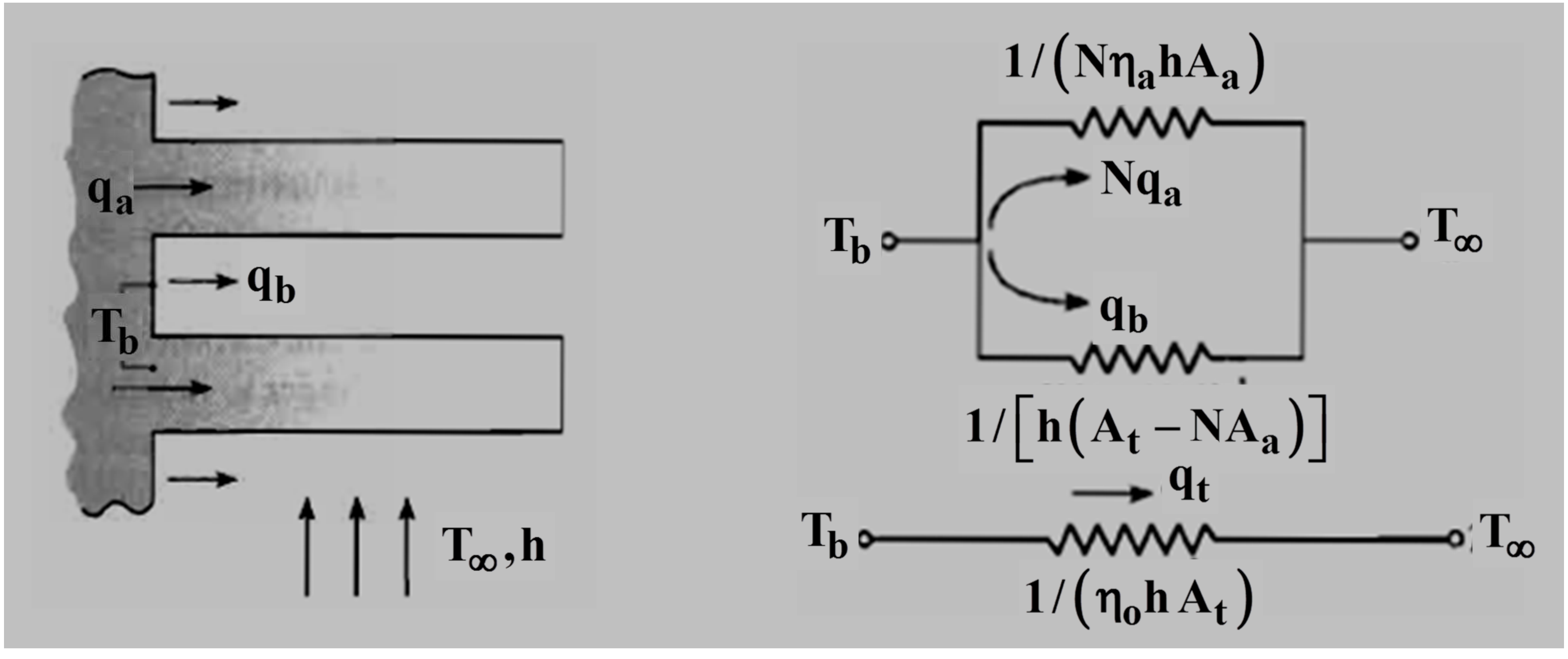
3.4.4. Eficiência Global de Superfície

Para aleta integrante a parede

$$\eta_o = 1 - \frac{N A_a}{A_t}\left(1 - \eta_a\right)$$

e

$$R_{t,o} = \frac{\theta_b}{q_t} = \frac{1}{\eta_o\, h\, A_t}$$



3.4.4. Eficiência Global de Superfície

Para aleta não integrante a parede

$$\eta_{o(c)} = 1 - \frac{N A_a}{A_t}\left(1 - \frac{\eta_a}{C_1}\right)$$

onde $C_1 = 1 + \eta_a h A_a \dfrac{R''_{t,c}}{A_{c,b}}$

$R''_{t,c}$ é a resistência térmica de contato

$$R_{t,o(c)} = \frac{\theta_b}{q_t} = \frac{1}{\eta_{o(c)}\, h\, A_t}$$

3.4.4. Eficiência Global de Superfície

Para aleta não integrante a parede

$$\eta_{o(c)} = 1 - \frac{N\,A_a}{A_t}\left(1 - \frac{\eta_a}{C_1}\right)$$

e

$$R_{t,o(c)} = \frac{\theta_b}{q_t} = \frac{1}{\eta_{o(c)}\,h\,A_t}$$