

TRANSFERÊNCIA DE CALOR

Cap. 1: Conceitos

- Calor ?

Energia em trânsito provocada unicamente por uma diferença de temperatura

- Energia térmica (energia interna)?

A energia térmica esta associada com a translação, rotação, vibração e estado atômico dos átomos e moléculas que compões a matéria. Ela representa os efeitos microscópios acumulados e está diretamente associada com a temperatura da matéria

Unidade SI de energia

A energia que é cedida ou recebida em cada unidade de tempo chama-se **potência**:

$$Potência = \frac{Energia}{Tempo}$$

Potência

$$q = P = \frac{dE}{dt}$$

Energia

$$E = \int_0^{t'} P(t) dt$$

Unidade SI de energia



A unidade SI de **energia** chama-se **Joule**, símbolo **J**, em homenagem ao físico inglês James Prescott Joule.

A unidade SI de **potência** chama-se **Watt**, símbolo **W**, em homenagem ao inventor James Watt.



Unidade SI de energia

No sistema internacional de unidades:

$$E = P \times t$$

J W s

$$1J = 1W \times 1s$$

Outras unidades de energia

Quando queremos falar de **energia eléctrica** utilizamos a unidade **quilowatt-hora, kWh**.



$$E = P \times t$$

kWh kW h

Quantos joules corresponde 1 quilowatt-hora?

$$1 \text{ kWh} = 1 \text{ kW} \times 1 \text{ h}$$

$$1 \text{ kWh} = 1000 \text{ W} \times 3600 \text{ s}$$

$$\mathbf{1 \text{ kWh} = 3\,600\,000 \text{ J}}$$

Outras unidades de energia

Quando queremos falar em **valores energéticos** de alimentos utilizamos a **caloria**.

Sobremesa	Quantidade	Caloria
Gelado	2 bolas	199 cal
Gelatina	dose individual	97 cal
Leite Creme	dose individual	140 cal
Mousse Chocolate	dose individual	193 cal
Pudim Flan	dose individual	142 cal
Salada de Frutas	dose individual	98 cal
Tarte de Maçã	fatia média	112 cal

A caloria relaciona-se com o Joule da seguinte forma:

$$1 \text{ cal} = 4,18 \text{ J}$$

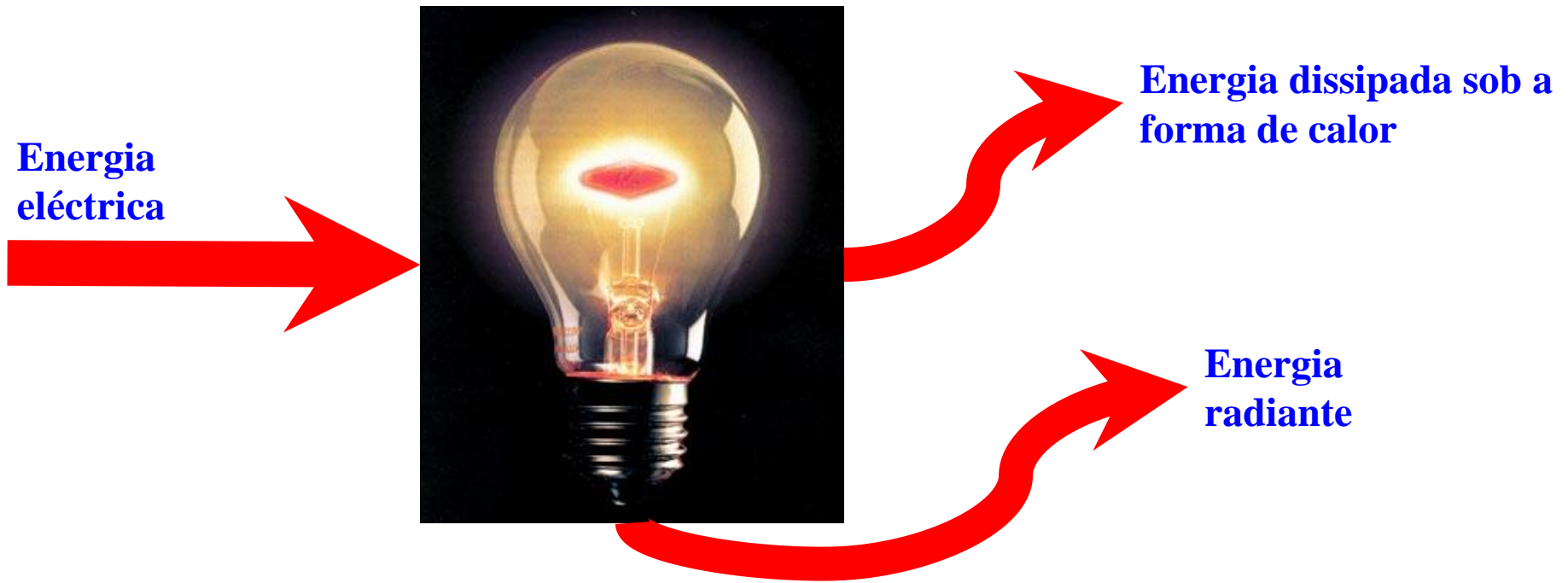
$$1 \text{ kcal} = 4 \text{ 180 J}$$

$$1 \text{ kcal} = 4,18 \text{ kJ}$$

- Aquecer uma lata de refrigerante:
- $Q = m c \Delta T$
- $Q = 0,35 \text{ [kg]} 4200 \text{ [J/(kgK)] } 36 \text{ [K]}$
- $Q = 52,9 \text{ kJ} = 12,66 \text{ kcal}$

- Cerveja = 160 kcal
- Coca-cola = 137 kcal

Completa o diagrama de energia para uma lâmpada de incandescência em funcionamento:

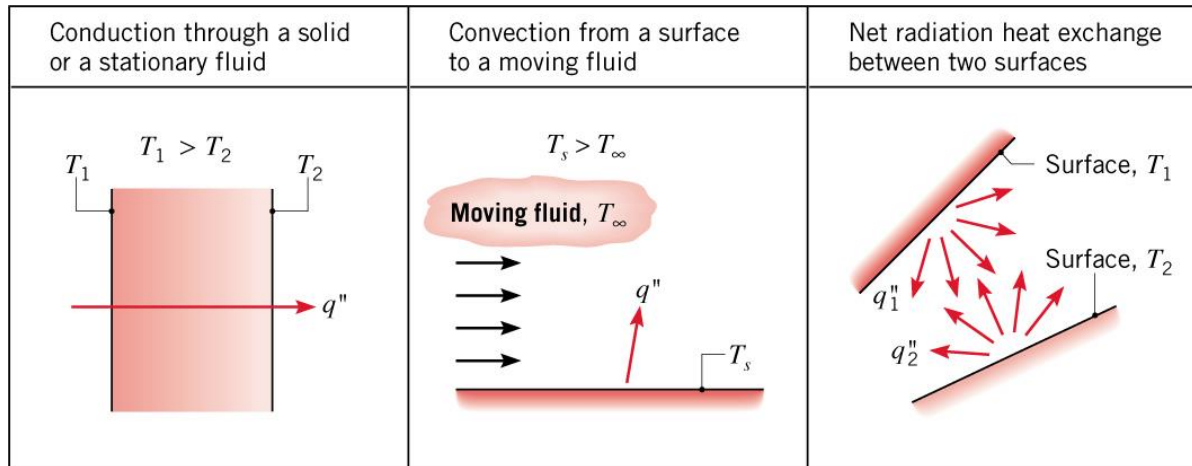


Eficiência da lâmpada :

$$\eta = \frac{\text{Energia útil (radiação visível)}}{\text{Energia fornecida}}$$

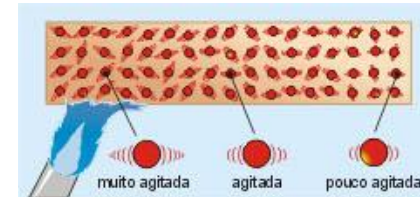
Quantidade	Significado	Simbolo	Unidade
Energia interna	Energia associada com o comportamento microscópico da matéria	U ou u	J ou J/kg
Temperatura	Efeito macroscópico médio da quantidade de energia interna da matéria	T	K ou °C
Calor	Energia térmica transferida devido unicamente a diferença de temperatura	Q	J
Taxa transferida de calor	Calor transferido por unidade de tempo	q	W
Fluxo de Calor	Calor transferido por unidade de tempo e unidade de área	q''	W/m ²
Fluxo de Calor linear	Calor transferido por unidade de tempo e unidade de comprimento	q'	W/m
Geração de calor	Calor gerado por unidade de volume	q''' ou g'''	W/m ³

Modos de transferência de Calor



Condução: Calor transferido em um sólido ou em fluido estacionário (gás ou líquido) devido a agitação randômica de seus átomos /moléculas/ elétrons.

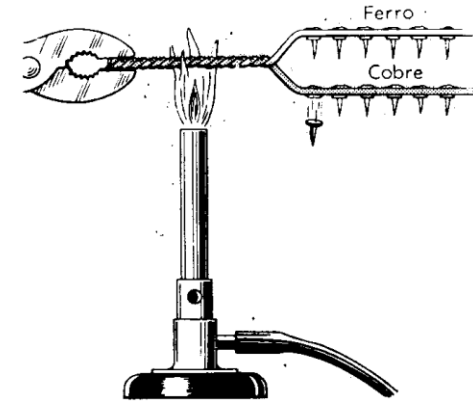
Convecção: Calor transferido devido ao efeito combinado da condução e o movimento macroscópico do meio (advecção).



Radiação: Energia emitida pela matéria proporcional a sua temperatura e provocada pela alterações de níveis dos elétrons, emitindo onda eletromagnéticas ou fótons. Não necessita um meio para que ocorra seu transporte.

Transferência de Massa: Similar a Condução e/ou convecção.

Condução



Forma Geral **lei de Fourier**:

$$q'' = -k \nabla T$$

Fluxo de calor W/m^2 Condutividade térmica $\text{W/m} \cdot \text{K}$ Gradiente de Temperatura K/m



Jean Baptiste Joseph Fourier, nasceu em 21 de março de 1768, e morreu em 16 de maio de 1830. Foi um matemático francês conhecido principalmente pela sua contribuição à análise matemática do fluxo de calor. Treinado para o sacerdócio, Fourier não fez os seus votos. Ao contrário, dirigiu-se em direção a matemática. Ele estudou primeiro (1794) e depois ensinou matemática na recentemente criada [Escola Normal](#). Ele se uniu (1798) ao exército de Napoleão em sua invasão do Egito como conselheiro científico.

Ao longo de sua vida Fourier demonstrou o seu interesse em matemática e físicas [matemáticas](#). Ele ficou [famoso](#) pela sua **Theorie analytique de la Chaleur** (1822), um tratamento matemático da teoria de calor. Ele estabeleceu a equação diferencial parcial administrando a difusão de calor e resolveu isto usando série infinita de funções trigonométricas. Embora estas série terem sido usadas antes, Fourier as investigou em detalhe muito maior.

THÉORIE
ANALYTIQUE
DE LA CHALEUR,
PAR M. FOURIER.



CHEZ FIRMIN DIDOT, PÈRE ET FILS,
IMPRIMERIE POUR LES MATHÉMATIQUES, L'ASTRONOMIE, L'ÉCRITURE, L'ÉCRITURE
ET LA MARQUE, RUE SAINTE, N° 54

1822

<http://fisicomaluco.com/experimentos/jean-baptiste-joseph-fourier/>

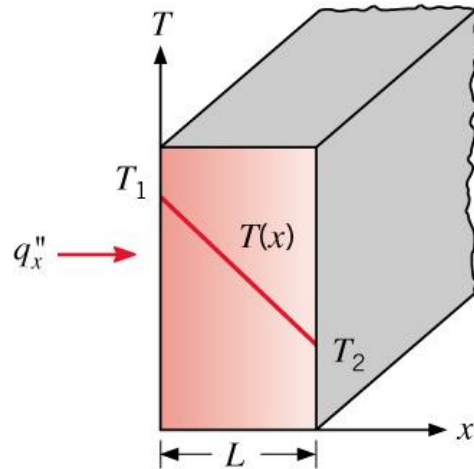
Lei de Fourier:

$$q'' = -k \nabla T$$

Fluxo de calor W/m^2 Condutividade térmica $\text{W/m} \cdot \text{K}$ Gradiente de Temperatura K/m



Aplicado a um problema unidimensional, regime permanente numa parede plana e com propriedades constantes:



$$q_x'' = -k \frac{dT}{dx} = -k \frac{T_2 - T_1}{L}$$

$$q_x'' = k \frac{T_1 - T_2}{L}$$

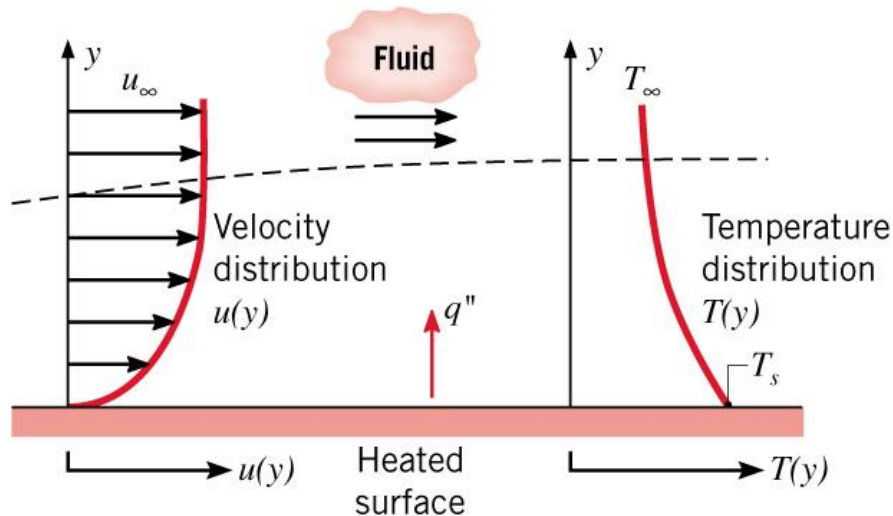
(1.2)

Taxa transferida de calor

$$q_x = q_x'' \cdot A \quad (\text{W})$$

Convecção

Calor transferido devido ao efeito combinado da condução e o movimento macroscópico do meio (advecção).



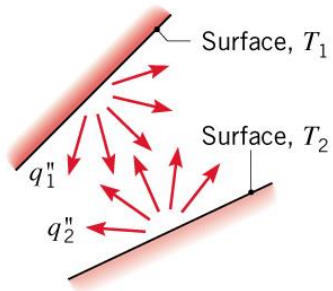
Isaac Newton nasceu em Londres, no ano de 1643, e viveu até o ano de 1727. Cientista, químico, físico, mecânico e matemático, trabalhou junto com Leibniz na elaboração do cálculo infinitesimal. Durante sua trajetória, ele descobriu várias leis da física, entre elas, a lei da gravidade.

Lei de Newton do resfriamento:

$$q'' = h(T_s - T_\infty)$$

h : Coeficiente de convecção local ou coeficiente de película ($\text{W}/[\text{m}^2\text{K}]$)

Net radiation heat exchange
between two surfaces



Radiação

A transferência de calor por radiação depende do poder Emissivo da superfície (E), bem como da radiação incidente na superfície (Irradiação – G)

Energia emitida:

$$\text{Poder Emissivo: } E = \varepsilon E_h = \varepsilon \sigma T_s^4 \quad [\text{W} / \text{m}^2]$$

ε : Emissividade ($0 \leq \varepsilon \leq 1$)

Poder emissivo de um corpo negro (emissor perfeito)

$$\sigma : \text{Stefan-Boltzmann constant } (5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4)$$

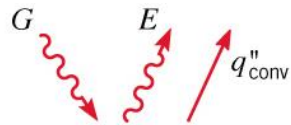
Energia absorvida - Irradiação:

$$G_{\text{abs}} = \alpha G$$

G_{abs} : Radiação incidente absorvida (W / m^2)

α : Absortividade da superfície ($0 \leq \alpha \leq 1$)

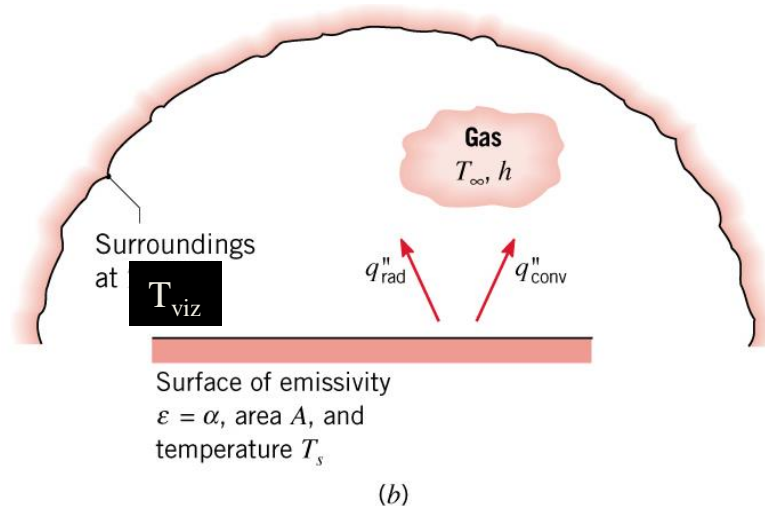
G : Irradiação (W / m^2)



Surface of emissivity ε , absorptivity α , and temperature T_s

Radiação

Caso especial: uma superfície pequena envolvida por uma vizinhança muito maior com temperatura uniforme.



$$G = \sigma T_{viz}^4$$

$$G_{abs} = \alpha G = \alpha \sigma T_{viz}^4$$

$$E = \epsilon \sigma T_s^4$$

$$q''_{rad} = \pm(E - G_{abs}) = \pm(\epsilon \sigma T_s^4 - \alpha \sigma T_{viz}^4)$$

Lei de Kirchhoff: $\alpha = \epsilon$, logo

$$q''_{rad} = \pm \epsilon \sigma (T_s^4 - T_{viz}^4)$$



Gustav Robert Kirchhoff (1824, 1887) foi um [físico alemão](#), com contribuições [científicas](#) principalmente no campo dos circuitos elétricos, na [espectroscopia](#), na emissão de radiação dos corpos negros e na teoria da elasticidade (modelo de placas de Kirchhoff). Kirchhoff propôs o nome de "radiação do corpo negro" em 1862. É o autor de duas leis fundamentais da teoria clássica dos circuitos elétricos e da emissão térmica.

Radiação

Alternativamente a $q''_{rad} = \pm \varepsilon \sigma (T_s^4 - T_{viz}^4)$,

$$q''_{rad} = h_r (T_s - T_{sur}) \quad (1.8)$$

h_r : **Radiation heat transfer coefficient** ($\text{W/m}^2 \cdot \text{K}$)

$$h_r = \varepsilon \sigma (T_s + T_{sur}) (T_s^2 + T_{sur}^2) \quad (1.9)$$

Transferência de calor mista: (convecção + radiação), (1.10)

$$q'' = q''_{conv} + q''_{rad} = h(T_s - T_\infty) + h_r (T_s - T_{sur})$$

EX. 1.2

EXEMPLO 1.2

Uma tubulação de vapor sem isolamento térmico passa através de uma sala onde o ar e as paredes se encontram a 25°C . O diâmetro externo do tubo é de 70 mm, e a temperatura da superfície e a emissividade são, respectivamente, 200°C e 0,8. Quais são o poder emissivo e a irradiação da superfície? Se o coeficiente associado à transferência de calor por convecção natural da superfície para o ar é de $15 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$, qual a taxa de calor perdida pela superfície do tubo por unidade de comprimento?

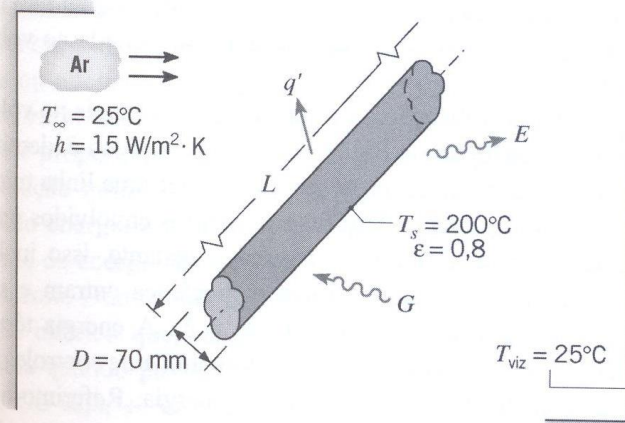
SOLUÇÃO

Dados: Tubo sem isolamento, com diâmetro, emissividade e temperatura da superfície conhecidos, em uma sala com temperaturas fixas do ar e das paredes.

Achar:

1. Poder emissivo e irradiação da superfície.
2. Perda de calor do tubo por unidade de comprimento, q' .

Esquema:



Considerações:

1. Condições de regime estacionário.
2. A troca de radiação entre o tubo e a sala é semelhante àquela que existe entre uma superfície pequena que se encontra no interior de um espaço fechado muito maior.
3. A emissividade e a absorvidade da superfície são iguais.

Exercício : **Análise de uma piscina com aquecimento solar (para 16/03)**

Descrição: Balanço de energia envolvendo radiação e convecção.

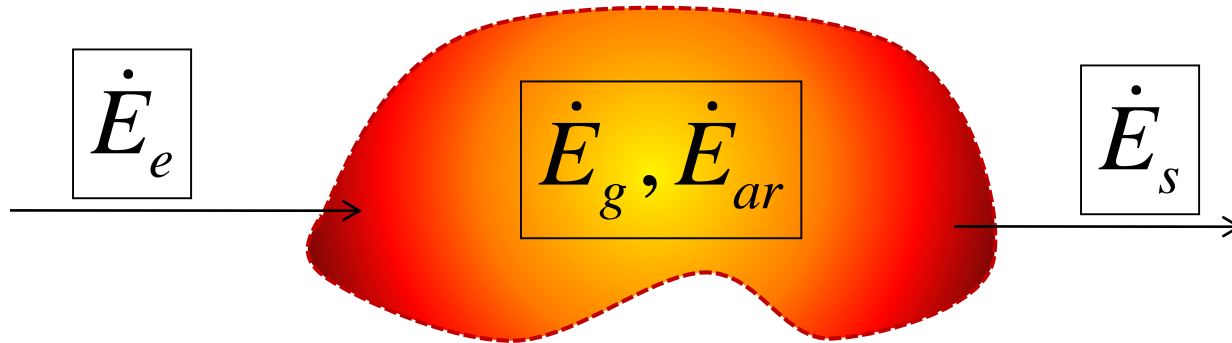
OBS: Trabalho INDIVIDUAL

Trabalho: Em uma piscina mantida a 30°C com aquecimento solar realizado por tubos flexíveis dispostos na cobertura da piscina. Estes tubos possuem uma emissividade de 0.9. Assumindo uma irradiação solar da ordem de 500 W/m^2 , diâmetro do tubo de 25 mm e a temperatura da vizinhança igual a temperatura do ar calcule:

- 1) A temperatura do ar para qual este sistema começa a perder calor para o exterior, considerando o coeficiente de convecção como sendo $30 \text{ W/(m}^2\text{K)}$.
- 2) Assuma 10 valores do coeficiente de convecção entre 1 e $200 \text{ W/(m}^2\text{K)}$ e trace a temperatura externa pelo coeficiente de convecção para a condição onde a troca térmica seria nula (emissividade de 0.85).
- 3) Assuma 10 valores para a emissividade entre 0.1 e 1 e trace a temperatura externa em função deste parâmetro para a condição onde a troca térmica seria nula coeficiente de convecção como sendo $30 \text{ W/(m}^2\text{K)}$.



Conservação de Energia



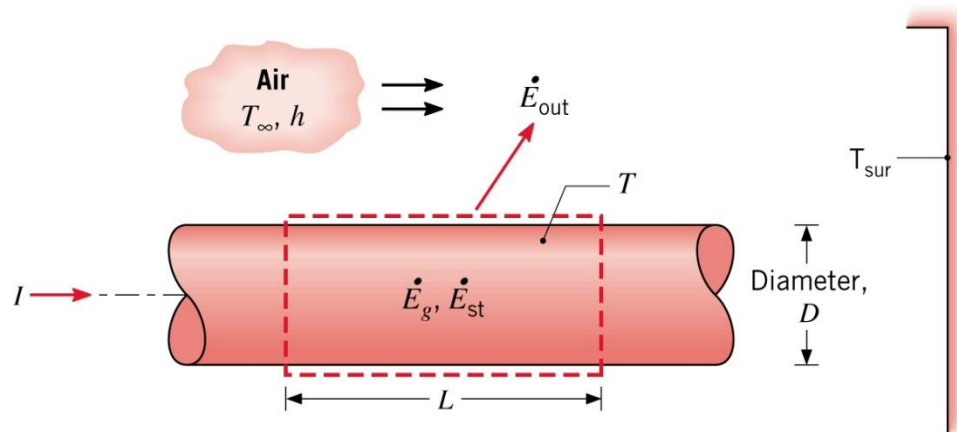
Conservação de energia para um Volume de Controle. Aplicado em um determinado instante de tempo.

$$1^a \text{ lei:} \quad q - \dot{W} = \frac{dU}{dt}$$

$$\text{taxa:} \quad \dot{E}_e + \dot{E}_g - \dot{E}_s = \frac{dE_{ar}}{dt} = \dot{E}_{ac}$$

$$\text{em um intervalo } \Delta t: \quad E_e + E_g - E_s = \Delta E_{ar}$$

Exemplo 1.3: Aquecimento de um fio com geração:



- Variação do estado de energia de uma substância incompressível.

$$\frac{dU_t}{dt} = Mc \frac{dT}{dt}$$

Exercício proposto (para 23/03)

Descrição: A partir do exercício 1.3 do Incropera, realize uma análise numérica do comportamento transiente do aquecimento de um fio elétrico considerando os valores de corrente, coeficiente de convecção e emissividades listadas abaixo.

Para todos os cálculos obtenha sempre a solução da temperatura em regime permanente (T_{rp}).

Dados gerais:

$$i=5A$$

$$R'=100 \text{ Ohm/m}$$

$$h= 100W/(m^2K)$$

$$D=0.010 \text{ m}$$

$$T_{inf}=20^{\circ}C$$

$$T_{viz}=20^{\circ}C$$

$$T_{ini}=20^{\circ}C$$

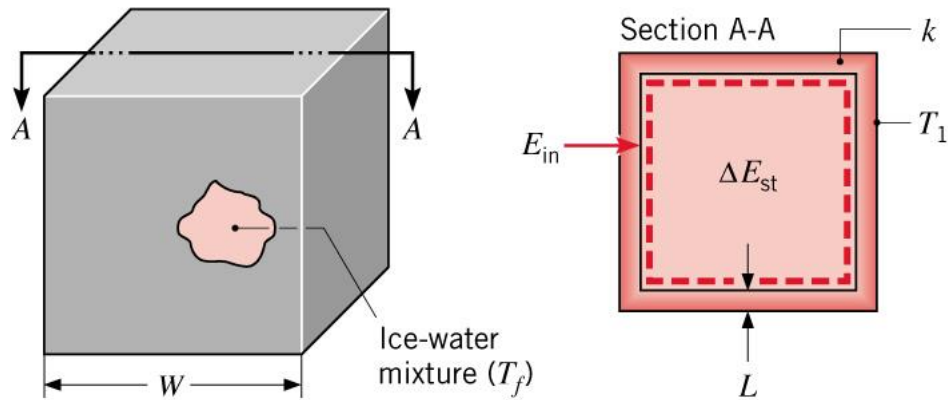
$$\text{Emissividade}=0.8$$

Propriedades térmicas do cobre listadas no fim do livro texto

- 1) Apresente o gráfico da temperatura em função do tempo utilizando três intervalos de tempo distintos: 0.1s, 1s e 10s. As curvas devem ser geradas até condições próximas de regime permanente. Escolha três tempos distintos igualmente espaçados e analise para os três resultados obtidos o erro porcentual entre estes valores. Considere a curva com intervalo de 0.1s como referência para estes cálculos.
- 2) Utilizando um intervalo de tempo de 1s, obtenha as curvas de temperatura em função do tempo considerando os coeficientes de convecção como sendo $h= 10, 100$ e 1000 W/m^2K .
- 3) Utilizando um intervalo de tempo de 1s, obtenha as curvas de temperatura em função do tempo considerando emissividades como sendo 0.1, 0.8 e 1.
- 4) Utilizando um intervalo de tempo de 1s, obtenha as curvas de temperatura em função do tempo considerando valores de corrente elétrica como sendo 1, 5 e 20A.

OBS: trabalho individual ou em dupla.

Exemplo 1.4: Mudança de fase:



Latent Heat
of Fusion

$$\Delta U_t = \Delta U_{lat} = M h_{sf}$$

EXEMPLO 1.4

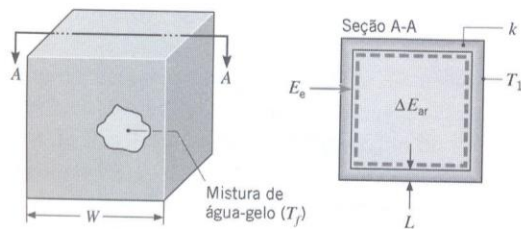
Uma massa de gelo M na temperatura de fusão ($T_f = 0^\circ\text{C}$) encontra-se no interior de uma cavidade cúbica de aresta W . A parede da cavidade possui espessura L e condutividade térmica k . Se a temperatura T_1 , da superfície externa da parede, é maior do que T_f ($T_1 > T_f$), obtenha uma expressão para o tempo necessário para que a fusão do gelo seja completa.

SOLUÇÃO

Dados: Massa e temperatura do gelo. Dimensões, condutividade térmica e temperatura da superfície externa da parede que contém o gelo.

Achar: Expressão para o tempo necessário para fundir o gelo completamente.

Esquema:



Considerações:

1. A superfície interna da parede se encontra à temperatura T_f durante todo o processo.
2. Propriedades constantes.
3. Condução unidimensional, em regime estacionário, através de cada parede.
4. A área de condução de calor de uma parede é aproximadamente W^2 ($L \ll W$).

Análise: Uma vez que desejamos determinar o tempo t_f , a primeira lei deve ser aplicada durante um intervalo de tempo $\Delta t = t_f$. Logo, aplicando a Eq. 1.11b a um volume de controle que englobe a mistura água-gelo, segue que

$$E_e = \Delta E_{ar} = \Delta U_{lat}$$

onde o aumento na energia armazenada no interior do volume de controle é devido, exclusivamente, à variação da energia latente associada à conversão do estado sólido para o líquido. Por condução, o calor é transferido ao gelo, através das paredes do re-

cipiente, e, uma vez que a diferença de temperatura através da parede é considerada constante e igual a $(T_1 - T_f)$ durante todo o processo de fusão, a taxa de condução de calor é uma constante

$$q_{cond} = k(6W^2) \frac{T_1 - T_f}{L}$$

e a quantidade de energia que entra é

$$E_e = \left[k(6W^2) \frac{T_1 - T_f}{L} \right] t_f$$

A quantidade de energia necessária para efetuar tal mudança de fase por unidade de massa do sólido é denominada *calor latente de fusão* h_s . Logo, o aumento de energia armazenada é

$$\Delta E_{ar} = Mh_s$$

Substituindo na expressão da primeira lei, temos

$$t_f = \frac{Mh_s L}{6W^2 k (T_1 - T_f)} \quad \triangleleft$$

Comentários:

1. Iriam surgir várias complicações se o gelo estivesse inicialmente sub-resfriado. O termo referente à energia armazenada deveria incluir a variação na energia sensível (interna térmica) necessária para elevar a temperatura do gelo sub-resfriado à temperatura de fusão. Durante esse processo, os gradientes de temperatura se desenvolveriam no gelo.
2. Considere uma cavidade de aresta $W = 200$ mm, espessura da parede $L = 10$ mm e condutividade térmica $k = 0,05$ W/m · K. A massa de gelo na cavidade é

$$M = \rho_s (W - 2L)^3 = 920 \text{ kg/m}^3 (0,200 - 0,020)^3 \text{ m}^3 = 5,37 \text{ kg}$$

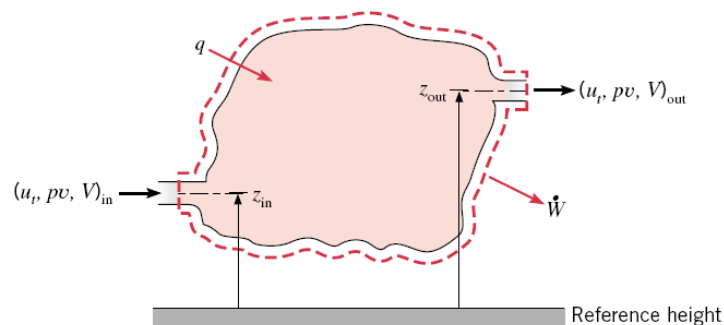
Se a temperatura da superfície externa for $T_1 = 20^\circ\text{C}$, o tempo necessário para a fusão do gelo é

$$t_f = \frac{5,37 \text{ kg} \times 334.000 \text{ J/kg} \times 0,01 \text{ m}}{6(0,200 \text{ m})^2 \times 0,05 \text{ W/m} \cdot \text{K} (20 - 0)^\circ\text{C}} = 74.730 \text{ s} = 20,8 \text{ h}$$

A densidade e o calor latente de fusão do gelo são $\rho_s = 920$ kg/m³ e $h_s = 334$ kJ/kg, respectivamente.

3. Observe que unidades de K e $^\circ\text{C}$ cancelam uma à outra na expressão para t_f . Esse cancelamento ocorre frequentemente na análise de transferência de calor e é devido a ambas as unidades aparecerem na forma de *diferença de temperatura*.

(ii) Em regime permanente e sem mudança de fase:



Para um instante de tempo:

$$\dot{m} \left(u_t + pv + \frac{V^2}{2} + gz \right)_{in} + q$$

- $(u_t + pv) \equiv i \rightarrow$ entalpia

$$-\dot{m} \left(u_t + pv + \frac{V^2}{2} + gz \right)_{out} - \dot{W} = 0$$

- Gás ideal com calor específico constante

$$i_{in} - i_{out} = c_p (T_{in} - T_{out})$$

- Líquido incompressível

$$u_{in} - u_{out} = c (T_{in} - T_{out})$$

$$(pv)_{in} - (pv)_{out} \approx 0$$

Para um sistema com significativa transferência de calor

$$\left(\frac{V^2}{2} \right)_{in} - \left(\frac{V^2}{2} \right)_{out} \approx 0$$

$$(gz)_{in} - (gz)_{out} \approx 0$$

Balanço de Energia em Superfícies

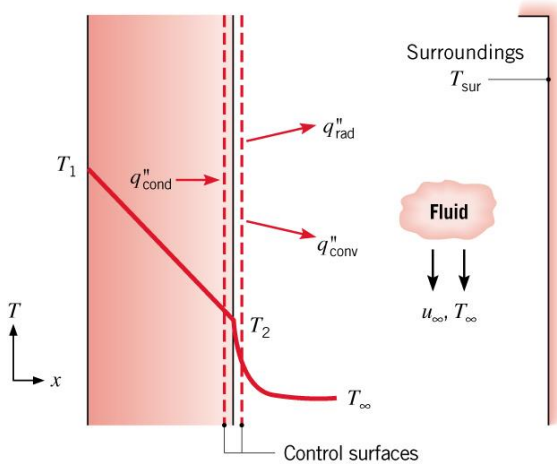
Neste caso não há massa no volume de controle.

Conservação da Energia:

$$\dot{E}_{in} - \dot{E}_{out} = 0$$

- Em condição de regime permanente

$$q''_{cond} - q''_{conv} - q''_{rad} = 0$$



$$k \frac{T_1 - T_2}{L} - h(T_2 - T_\infty) - \varepsilon_2 \sigma (T_2^4 - T_{sur}^4) = 0$$

EXEMPLO 1.5

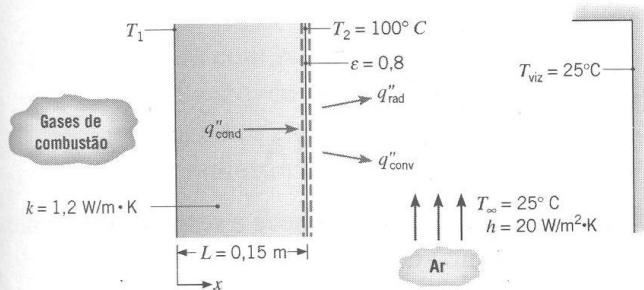
Os gases quentes da combustão de uma fornalha são separados do ar ambiente e de sua vizinhança, que estão a 25°C , por uma parede de tijolos de espessura $0,15\text{ m}$. O tijolo tem condutividade térmica de $1,2\text{ W/m}\cdot\text{K}$ e emissividade superficial de $0,8$. Em condições de regime estacionário, a temperatura da superfície externa vale 100°C . A transferência de calor por convecção livre para o ar adjacente à superfície é caracterizada pelo coeficiente de convecção $h = 20\text{ W/m}^2\cdot\text{K}$. Qual a temperatura da superfície interna do tijolo?

SOLUÇÃO

Dados: Temperatura da superfície externa da parede da fornalha, com espessura, condutividade térmica e emissividade conhecidas. Condições ambientes.

Achar: Temperatura da superfície interna da parede.

Esquema:



Considerações:

1. Condições de regime estacionário.
2. Transferência de calor por condução unidimensional através da parede.
3. Troca por radiação entre a superfície externa e a vizinhança da parede, do tipo entre uma pequena superfície envolta por uma grande.

Análise: A temperatura da superfície interna pode ser obtida pelo balanço de energia da superfície externa. Da Eq. 1.12,

$$\dot{E}_e - \dot{E}_s = 0$$

segue-se que, com base em uma unidade de área,

$$q'_{\text{cond}} - q'_{\text{conv}} - q''_{\text{rad}} = 0$$

ou, rearrumando e substituindo as Eqs. 1.2, 1.3a e 1.7,

$$k \frac{T_1 - T_2}{L} = h(T_2 - T_\infty) + \varepsilon\sigma(T_2^4 - T_{\text{viz}}^4)$$

Substituindo os valores numéricos apropriados, encontramos

$$\begin{aligned} 1,2\text{ W/m}\cdot\text{K} \frac{(T_1 - 373)\text{ K}}{0,15\text{ m}} &= 20\text{ W/m}^2\cdot\text{K} (373 - 298)\text{ K} \\ &\quad + 0,8(5,67 \times 10^{-8}\text{ W/m}^2\cdot\text{K}^4) \\ &\quad (373^4 - 298^4)\text{ K}^4 \\ &= 1500\text{ W/m}^2 + 520\text{ W/m}^2 + 2020\text{ W/m}^2 \end{aligned}$$

Resolvendo para T_1 ,

$$T_1 = 373\text{ K} + \frac{0,15\text{ m}}{1,2\text{ W/m}\cdot\text{K}} (2020\text{ W/m}^2) = 625\text{ K} = 352^\circ\text{C}$$

Comentários:

1. Quando utilizamos balanço de energia envolvendo troca por radiação e outros modos de transferência de calor, é bom nos acostumarmos a expressar todas as temperaturas em kelvin. Essa prática se tornará *necessária* quando trabalharmos com temperaturas desconhecidas que aparecem no termo da radiação ε ou em mais termos.
2. A contribuição relativa do fluxo de calor por radiação, q''_{rad} , ao fluxo total de calor, $q''_{\text{tot}} = q''_{\text{conv}} + q''_{\text{rad}}$, na superfície externa depende fortemente da temperatura da superfície, bem como de sua emissividade ε e do coeficiente de convecção h . A dependência de $q''_{\text{rad}}/q''_{\text{tot}}$ em T_2 é ilustrada no gráfico a seguir para $\varepsilon = 0,8$ e três valores de h variando de 10 a $40\text{ W/m}^2\cdot\text{K}$.

