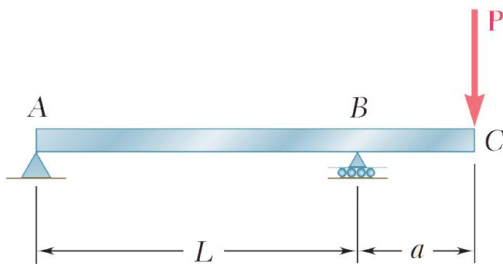


Seção 4 (Deflexões de vigas) - Lista de exercícios

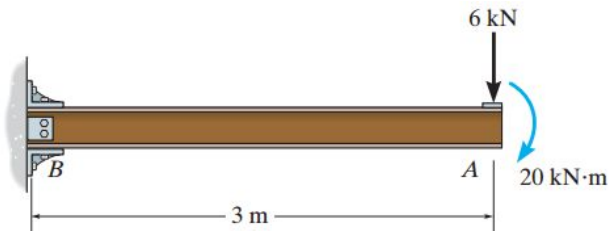
Prof. Marcos S. Lenzi

March 9, 2016

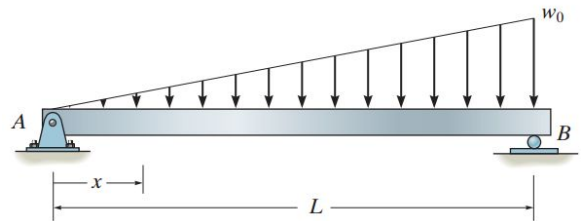
Exercício 4.1 - A viga em balanço ABC está submetida a um carregamento P na extremidade C. Para o segmento AB da viga, (a) determine a expressão da linha elástica e (b) determine a máxima deflexão. [Resposta: $M_{AB} = -\frac{Pax_1}{L}$; $M_{BC} = P(x_2 - a - L)$; $C_1 = \frac{PaL}{6}$, $C_2 = 0$; (a) $v_{AB}(x) = -\frac{Pax^3}{6EI} + \frac{PaLx}{6EI}$; (b) $x_{\max} = \frac{L}{\sqrt{3}}$, $v_{\max} = 0.0642 \frac{PaL^2}{EI}$]



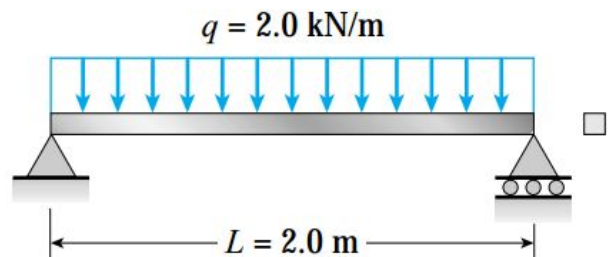
Exercício 4.2 - Determine a inclinação e deflexão na extremidade A da viga engastada-livre. Considere $E = 200$ GPa e $I = 65 \times 10^{-6} \text{ m}^4$. [Resposta: (a) $\theta_A = 0.00669$ rad; (b) $v_A = 11.1$ mm]



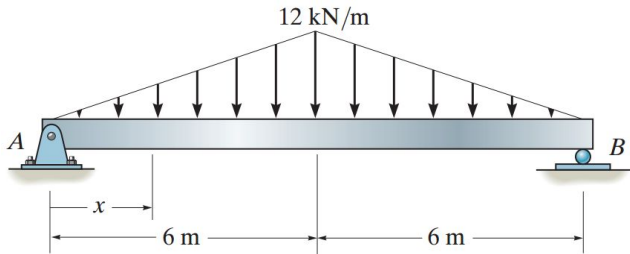
Exercício 4.3 - A viga simplesmente apoiada AB está submetida a um carregamento distribuído linear w_0 conforme indicado na figura. Determine (a) a expressão da linha elástica e (b) a máxima deflexão. [Resposta: (a) $v(x) = \frac{w_0 x}{360EI} (10L^2 x^2 - 3x^4 - 7L^4)$; (b) $v_{\max} = -0.00652 \frac{w_0 L^4}{EI}$]



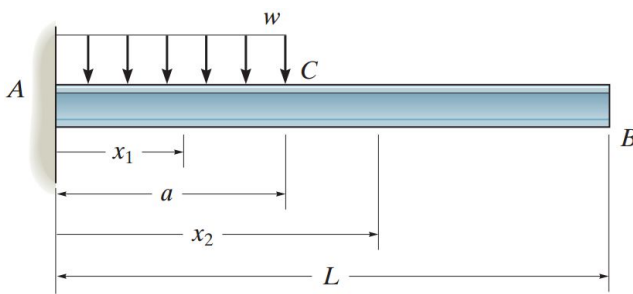
Exercício 4.4 - Calcule a máxima deflexão de uma viga simples uniformemente carregada com comprimento $L = 2$ m, carregamento uniforme $q = 2$ kN/m e com tensão de flexão máxima $\sigma = 60$ MPa. A seção transversal da viga é quadrada e o material é alumínio ($E = 70$ GPa) [Resposta: $v_{\max} = 15.4$ mm]



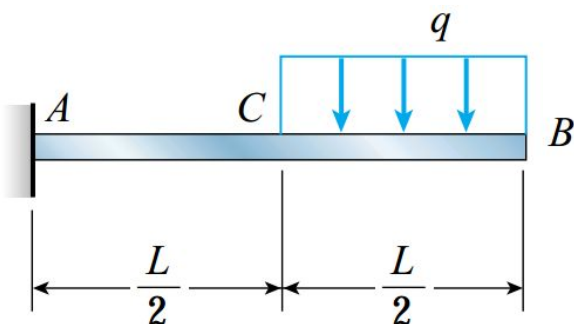
Exercício 4.5 - (a) Determine a equação da linha elástica no trecho entre o ponto A e $x = 6$ m, utilizando a coordenada x . (b) Determine a inclinação no ponto A, e (c) a máxima deflexão ao longo da viga. Considere EI constante ao longo de x . [Resposta: (a) $v = \frac{1}{EI} (6x^3 - \frac{1}{60}x^5 - 540x)$ kN·m³; (b) $\theta_A = \frac{540}{EI}$ kN·m²; (c) $v_{\max} = \frac{2074}{EI}$ kN·m³, para baixo]



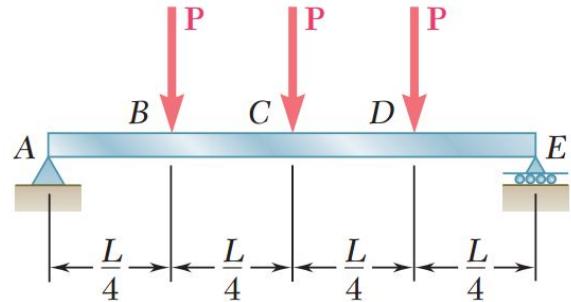
Exercício 4.6 - Determine as equações da linha elástica utilizando as coordenadas x_1 e x_2 , e especifique a inclinação e deflexão na extremidade B. [Resposta: $C_1 = 0, C_2 = 0, C_3 = -\frac{wa^3}{6}, C_4 = \frac{wa^4}{24}$; $v_1 = \frac{w}{24EI} (-x_1^4 + 4ax_1^3 - 6a^2x_1^2)$; $v_2 = \frac{wa^3}{24EI} (-4x_2 + a)$; $\theta_B = -\frac{wa^3}{6EI}$; $v_B = \frac{wa^3}{24EI} (-4L + a)$]



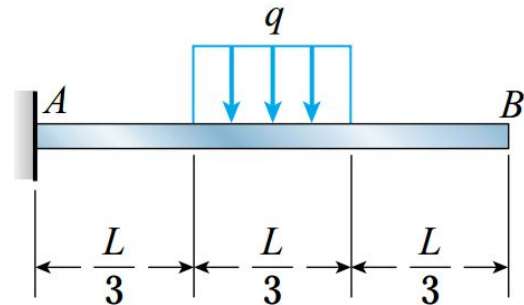
Exercício 4.7 - Utilizando o método da área do momento, encontre a inclinação θ_B e a deflexão v_B da viga engastada-livre ABC abaixo. A viga tem comprimento L e rigidez à flexão EI constante. [Resposta: $R_{AY} = \frac{qL}{2}$; $M_A = \frac{3qL^2}{8}$; $M_{AC} = -\frac{3qL^2}{8} + \frac{qLx_1}{2}$; $M_{CB} = -\frac{qx_2^2}{2} + qLx_2 - \frac{qL^2}{2}$ (considerando x_1 e x_2 partindo do ponto A); $\theta_B = \frac{7qL^3}{48EI}$; $v_B = \frac{41qL^4}{384EI}$ (lembrando que a área de um arco de parábola $y = kx^2$ é $\frac{ab}{3}$ e que o centróide \bar{x} está em $\frac{3a}{4}$)]



Exercício 4.8 - Utilizando o método da área do momento, determine a inclinação θ_A e a deflexão v_C no centro da viga com comprimento L e rigidez à flexão EI constante. [Resposta: $M_{AB} = \frac{3Px_1}{2}$; $M_{BC} = \frac{Px_2}{2} + \frac{PL}{4}$; $M_{CD} = -\frac{Px_3}{2} + \frac{3PL}{4}$; $M_{DE} = -\frac{3Px_4}{2} + \frac{3PL}{2}$ (considerando as coordenadas x_1, x_2, x_3 e x_4 partindo do ponto A); $\theta_A = \frac{5PL^2}{32EI}$; $v_C = \frac{19PL^3}{384EI}$]



Exercício 4.9 - Utilizando o método da área do momento, determine a inclinação θ_B e a deflexão v_B na extremidade B da viga abaixo. A viga tem comprimento L e rigidez à flexão EI constante. [Resposta: $M_1 = \frac{qLx_1}{3} - \frac{qL^2}{6}$; $M_2 = -\frac{q}{2} (x_2 - \frac{L}{3})^2 + \frac{qLx_2}{3} - \frac{qL^2}{6}$; $M_3 = 0$ (considerando as coordenadas x_1 e x_2 partindo do ponto A); $\theta_B = \frac{7qL^3}{162EI}$; $v_B = \frac{23qL^4}{648EI}$ (lembrando que a área de um arco de parábola $y = kx^2$ é $\frac{ab}{3}$ e que o centróide \bar{x} está em $\frac{3a}{4}$)]



Exercício 4.10 - Utilizando o método da área do momento, calcule as deflexões nos pontos B e C. Assuma $M_0 = 4$ kN.m, $P = 16$ kN, $L = 2.4$ m e $EI = 6$ MN.m². [Resposta: $M_{AC} = Px_1 - PL + M_0$; $M_{CB} = Px_2 - PL$ (considerando as coordenadas x_1 e x_2 partindo do ponto A); $v_B = 10.85$ mm; $v_C = 3.36$ mm]

