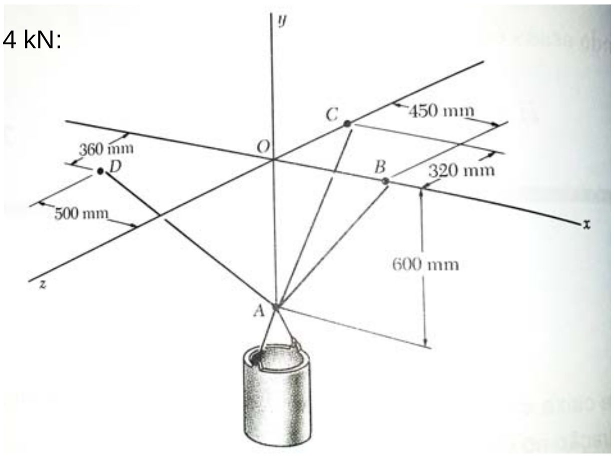
Exercício 2.76
Determine o Peso do recipiente quando a tração no cabo AB é 4 kN:



Dados do coletados do enunciado

$$AB := \begin{pmatrix} .45 \\ .6 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot m$$ Vetor do cabo AB

$$|AB| = 0.75\,m$$ Comprimento do cabo AB

$$\lambda_{AB} := \frac{AB}{|AB|} = \begin{pmatrix} 0.6 \\ 0.8 \\ 0 \end{pmatrix}$$ Vetor diretor AB

$$f_{AB} := 4 \cdot kN$$ Módulo da força AB

$$F_{AB} := \lambda_{AB} \cdot f_{AB} = \begin{pmatrix} 2.4 \\ 3.2 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot kN$$ Vetor da força AB

$$AC := \begin{pmatrix} 0 \\ .6 \\ -.32 \end{pmatrix} \cdot m \qquad |AC| = 0.68\,m \qquad \lambda_{AC} := \frac{AC}{|AC|} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.882 \\ -0.471 \end{pmatrix}$$ Dados do cabo AC

$$AD := \begin{pmatrix} -0.5 \\ .6 \\ .36 \end{pmatrix} \cdot m \qquad |AD| = 0.86\,m \qquad \lambda_{AD} := \frac{AD}{|AD|} = \begin{pmatrix} -0.581 \\ 0.698 \\ 0.419 \end{pmatrix}$$ Dados do cabo AD

$$\lambda_P := \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$ Vetor Diretor da força Peso

As incógnitas a serem determinadas são as intensidades das forças no cabo AC, no cabo AD e a força peso.
Como conhecemos todas as direções das forças então temos um sistema de 3 dimensões que produzem 3 equações para resolver o problema de forma determinada.

Na condição de equilibrio as forças somadas se anulam

$$F_{AB} + \lambda_{AC} \cdot f_{AC} + \lambda_{AD} \cdot f_{AD} + \lambda_P \cdot p = 0$$ Escrevemos as forças a serem determinadas com a intensidade como incógnita e usamos o vetor diretor já informado no problema

$$\lambda_{AC} \cdot f_{AC} + \lambda_{AD} \cdot f_{AD} + \lambda_P \cdot p = -F_{AB}$$

$$\begin{pmatrix} \lambda_{AC_1} & \lambda_{AD_1} & \lambda_{P_1} \\ \lambda_{AC_2} & \lambda_{AD_2} & \lambda_{P_2} \\ \lambda_{AC_3} & \lambda_{AD_3} & \lambda_{P_3} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} f_{AC} \\ f_{AD} \\ p \end{pmatrix} = -F_{AB}$$ Escrevendo o sistema na forma matricial para resolver por álgera linear

$$\begin{pmatrix} \lambda_{AC_1} & \lambda_{AD_1} & \lambda_{P_1} \\ \lambda_{AC_2} & \lambda_{AD_2} & \lambda_{P_2} \\ \lambda_{AC_3} & \lambda_{AD_3} & \lambda_{P_3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -0.581 & 0 \\ 0.882 & 0.698 & -1 \\ -0.471 & 0.419 & 0 \end{pmatrix}$$ Elementos da matriz para que for resoler de maneira algébrica explicita

$$V_{s276} = \begin{pmatrix} f_{AC} \\ f_{AD} \\ p \end{pmatrix} \qquad V_{s276} := \begin{pmatrix} \lambda_{AC_1} & \lambda_{AD_1} & \lambda_{P_1} \\ \lambda_{AC_2} & \lambda_{AD_2} & \lambda_{P_2} \\ \lambda_{AC_3} & \lambda_{AD_3} & \lambda_{P_3} \end{pmatrix}^{-1} \cdot -F_{AB} = \begin{pmatrix} 3.672 \\ 4.128 \\ 9.32 \end{pmatrix} \cdot kN$$

Solução do problema 276, resolvendo o sistema pela inversão da matriz

$$P := V_{s276_3} \cdot \lambda_P = \begin{pmatrix} 0 \\ -9.32 \\ 0 \end{pmatrix} kN$$

Resultado do problema é o Vetor P: $|P| = 9.32\,kN$

2.78 Caso o recepiente tenha um peso de 1,165 N qual é a tração em todos os cabos

$$p := 1165 \cdot N \qquad P := \lambda_P \cdot p = \begin{pmatrix} 0 \\ -1.165 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot kN$$

Usando os mesmos dados organizados do problema 2.76

$$\lambda_{AB} \cdot f_{AB} + \lambda_{AC} \cdot f_{AC} + \lambda_{AD} \cdot f_{AD} + P = 0$$

Agora resolvemos o sistema para as incógnitas fAB,fAC e fAD

$$\lambda_{AB} \cdot f_{AB} + \lambda_{AC} \cdot f_{AC} + \lambda_{AD} \cdot f_{AD} = -P$$

$$\begin{pmatrix} \lambda_{AB_1} & \lambda_{AC_1} & \lambda_{AD_1} \\ \lambda_{AB_2} & \lambda_{AC_2} & \lambda_{AD_2} \\ \lambda_{AB_3} & \lambda_{AC_3} & \lambda_{AD_3} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} f_{AB} \\ f_{AC} \\ f_{AD} \end{pmatrix} = -P$$

$$\begin{pmatrix} \lambda_{AB_1} & \lambda_{AC_1} & \lambda_{AD_1} \\ \lambda_{AB_2} & \lambda_{AC_2} & \lambda_{AD_2} \\ \lambda_{AB_3} & \lambda_{AC_3} & \lambda_{AD_3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.6 & 0 & -0.581 \\ 0.8 & 0.882 & 0.698 \\ 0 & -0.471 & 0.419 \end{pmatrix}$$

Coeficientes para quem for resolver de maneira lgébrica explicita

$$V_s = \begin{pmatrix} f_{AB} \\ f_{AC} \\ f_{AD} \end{pmatrix} \qquad V_{s278} := \begin{pmatrix} \lambda_{AB_1} & \lambda_{AC_1} & \lambda_{AD_1} \\ \lambda_{AB_2} & \lambda_{AC_2} & \lambda_{AD_2} \\ \lambda_{AB_3} & \lambda_{AC_3} & \lambda_{AD_3} \end{pmatrix}^{-1} \cdot -P = \begin{pmatrix} 500 \\ 459 \\ 516 \end{pmatrix} N$$

$$F_{AB} := \lambda_{AB} \cdot V_{s278_1} = \begin{pmatrix} 300 \\ 400 \\ 0 \end{pmatrix} N \qquad |F_{AB}| = 500\,N$$

Força no cabo AB

$$F_{AC} := \lambda_{AC} \cdot V_{s278_2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 405 \\ -216 \end{pmatrix} N \qquad |F_{AC}| = 459\,N$$

Força no cabo AC

$$F_{AD} := \lambda_{AD} \cdot V_{s278_3} = \begin{pmatrix} -300 \\ 360 \\ 216 \end{pmatrix} N \qquad |F_{AD}| = 516\,N$$

Força no cabo AD

3.28 Determine os ângulos entre os cabos AB e AD

$$\theta_{BAD} := \operatorname{acos}(\lambda_{AB} \cdot \lambda_{AD}) = 77.919 \cdot deg$$

3.29 Determine os ângulos entre os cabos AC e AD

$$\theta_{CAD} := \mathrm{acos}\left(\lambda_{AC} \cdot \lambda_{AD}\right) = 65.253 \cdot \mathrm{deg}$$