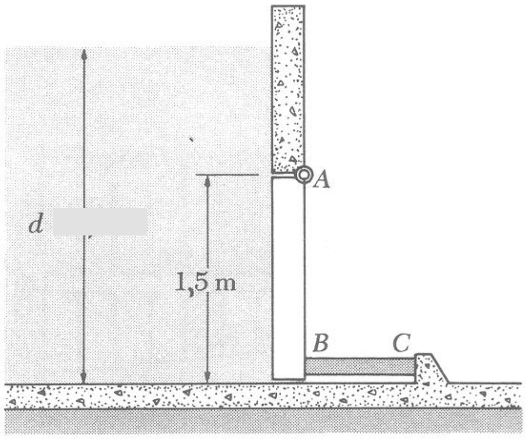
Gabarito da prova 2 de 2016 capitulos 4 e 5

$GRR201 := (5\ \ 2\ \ 2\ \ 5\ \ 1)$

$M_a := 72 \cdot kg$



1. Uma comporta de 1,5 m x 1,5 m está localizada em uma barragem, abaixo do nível da água, conforme a figura ao lado:

$$d := \left(2 + GRR201_{1,1} + \frac{GRR201_{1,2}}{10}\right) m = 7.2\,m$$

a) Pressão máxima na soleira da barragem

$\rho := 1000 \cdot \frac{kg}{3}$ Massa especifica da água

$\gamma := \rho \cdot g = 9.81 \cdot \frac{kN}{m^3}$ Peso específico da água

$p_{max} := d \cdot \gamma = 70.6 \cdot kPa$ Pressão máxima na soleira

b) Intensidade e localização da da pressão exercida na comporta

$h_c := 1.5m$ Altura da comporta

$l_c := 1.5 \cdot m$ Largura da comporta

$p_{min} := (d - 1.5m) \cdot \gamma = 55.9 \cdot kPa$

$A_c := h_c \cdot l_c = 2.25\,m^2$ Área da comporta

$R_p := \frac{(p_{max} + p_{min})}{2} \cdot h_c \cdot l_c = 142.3 \cdot kN$ Intensidade força aplicada na comporta

$$y_{Rp} := \frac{d \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{p_{max} \cdot d}{2} - \left[l_c + \frac{1}{3} \cdot (d - l_c)\right] \cdot \frac{p_{min} \cdot (d - l_c)}{2}}{\frac{p_{max} \cdot d}{2} - \frac{p_{min} \cdot (d - l_c)}{2}} = 0.721\,m$$ do fundo da barragem

$d - y_{Rp} = 6.479\,m$ da superfície

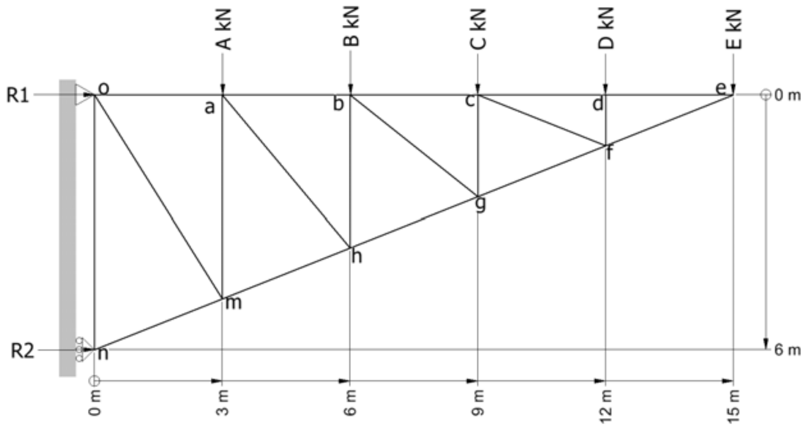
$y_{Rp} - h_c = -0.779\,m$ da rótula A

c) Força na escora BC:

$$F_B := (h_c - y_{Rp}) \cdot R_p + h_c \cdot F_B = 0 \ \left| \begin{array}{l} \text{explicit} \\ \text{solve}, F_B \end{array} \right. \rightarrow -\frac{R_p \cdot (h_c - y_{Rp})}{h_c} = -73.9 \cdot kN$$

2. Para a treliça da figura abaixo, considere as forças conforme os algarismos de seu GRR

a) Determine as reações R1 e R2



$A := GRR201_{1,1} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot kN = \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot kN$

$B := GRR201_{1,2} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot kN = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot kN$

$C := GRR201_{1,3} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot kN = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot kN$

$D := GRR201_{1,4} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot kN = \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot kN$

$E := GRR201_{1,5} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} kN = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot kN$

$dA := 3m \quad dB := 6m \quad dC := 9m \quad dD := 12m \quad dE := 15m \quad pR2 := -6m$ Posições dos nós

Somatório dos momentos em torno de R1

$$r2_x := dA \cdot A_2 + dB \cdot B_2 + dC \cdot C_2 + dD \cdot D_2 + dE \cdot E_2 + -pR2 \cdot R2 = 0 \;\left|\begin{matrix} \text{explicit} \\ \text{solve}, R2 \end{matrix}\right. \rightarrow \frac{dA \cdot A_2 + dB \cdot B_2 + dC \cdot C_2 + dD \cdot D_2 + dE \cdot E_2}{pR2} = 20 \cdot kN$$

$R2 := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot r2_x = \begin{pmatrix} 20 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot kN$ Vetor R2

Reação R2

Somatório das forças em X:

$$r1_x := r1_x + r2_x = 0 \;\left|\begin{matrix} \text{explicit} \\ \text{solve}, r1_x \end{matrix}\right. \rightarrow -r2_x = -20 \cdot kN$$

Somatório das forças em Y

$$r1_y := r1_y + A_2 + B_2 + C_2 + D_2 + E_2 = 0 \;\left|\begin{matrix} \text{explicit} \\ \text{solve}, r1_y \end{matrix}\right. \rightarrow -A_2 - B_2 - C_2 - D_2 - E_2 = 15 \cdot kN \qquad R1 := \begin{pmatrix} r1_x \\ r1_y \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -20 \\ 15 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot kN$$

$|R1| = 25 \cdot kN$ Reação R1

b) Determine as cargas nas barras ab, ah, mn ou mh

$ba := \begin{pmatrix} dA - dB \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} m \qquad \lambda_{ba} := \frac{ba}{|ba|} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ Vetor da barra ab puxando o nó b

$ha := \begin{bmatrix} dA - dB \\ -pR2 \cdot \left(1 - \frac{dB}{dE}\right) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 3.6 \\ 0 \end{pmatrix} m \qquad \lambda_{ha} := \frac{ha}{|ha|} = \begin{pmatrix} -0.64 \\ 0.768 \\ 0 \end{pmatrix}$ Vetor da barra ah puxando o nó h

$$mh := \begin{bmatrix} (dB - dA) \\ -pR2\cdot\left(\frac{dB - dA}{dE}\right) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1.2 \\ 0 \end{pmatrix} m \qquad \lambda_{mh} := \frac{mh}{|mh|} = \begin{pmatrix} 0.928 \\ 0.371 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Vetor da barra mh empurrando o nó h

$$mn := \begin{bmatrix} -dA \\ pR2\cdot\left(\frac{dA}{dE}\right) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1.2 \\ 0 \end{pmatrix} m \qquad \lambda_{mn} := \frac{mn}{|mn|} = \begin{pmatrix} -0.928 \\ -0.371 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Vetor da barra mn empurrano o nó n

$$om := \begin{bmatrix} dA \\ pR2 - pR2\cdot\left(\frac{dA}{dE}\right) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4.8 \\ 0 \end{pmatrix} m \qquad \lambda_{om} := \frac{om}{|om|} = \begin{pmatrix} 0.53 \\ -0.848 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Vetor da barra om empurrando o nó m

$$on := \begin{pmatrix} 0 \\ pR2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix} m \qquad \lambda_{on} := \frac{on}{|on|} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Vetor da barra on empurrando o nó n

Somatório de momentos em torno de o para determinar mn:

$$\left(om \times \lambda_{mn}\right)\cdot f_{mn} + on \times R2 = 0 \;\left|\begin{matrix} \text{explicit} \\ \text{solve}, f_{mn} \end{matrix}\right. \rightarrow -\frac{on \times R2}{om \times \lambda_{mn}}$$

$$f_{mn} := -\frac{(on \times R2)_3}{\left(om \times \lambda_{mn}\right)_3} = 21.5\cdot kN \qquad F_{mh} := \lambda_{mn}\cdot f_{mn} = \begin{pmatrix} -20 \\ -8 \\ 0 \end{pmatrix}\cdot kN$$

Força na barra mn, em compressão como tinhamos atribuido no vetor λ.mn

Somatório do momentos em a igual a zero em torno de a

$$ah := -ha$$

barra ah a ser usada como raio

$$\left(ah \times \lambda_{mh}\right)_3\cdot f_{mh} + (dB - dA)\cdot B_2 \;... \\ + (dC - dA)\cdot C_2 + (dD - dA)\cdot D_2 + (dE - dA)\cdot E_2 = 0 \;\left|\begin{matrix} \text{explicit} \\ \text{solve}, f_{mh} \end{matrix}\right. \rightarrow \frac{(dA - dB)\cdot B_2 + (dA - dC)\cdot C_2 + (dA - dD)\cdot D_2 + (dA - dE)\cdot E_2}{\left(ah \times \lambda_{mh}\right)_3}$$

$$f_{mh} := \frac{(dA - dB)\cdot B_2 + (dA - dC)\cdot C_2 + (dA - dD)\cdot D_2 + (dA - dE)\cdot E_2}{\left(ah \times \lambda_{mh}\right)_3} = 16.83\cdot kN$$

em compressão como tínhamos atribuido no λ.mh

$$F_{mh} := \lambda_{mh}\cdot f_{mh} = \begin{pmatrix} 15.625 \\ 6.25 \\ 0 \end{pmatrix}\cdot kN$$

Somatório das forças Igual a zero mo nó A

$$F_{mh_1} + \lambda_{ba_1}\cdot f_{ba} + \lambda_{ha_1}\cdot f_{ha} = 0 \;\left|\begin{matrix} \text{explicit} \\ \text{solve}, f_{ba} \end{matrix}\right. \rightarrow -\frac{f_{ha}\cdot\lambda_{ha_1} + F_{mh_1}}{\lambda_{ba_1}}$$

somatório das forças em X

somatório das forças em Y

$$f_{ha} := B_2 + C_2 + D_2 + E_2 + F_{mh_2} + \lambda_{ha_2}\cdot f_{ha} = 0 \;\left|\begin{matrix} \text{explicit} \\ \text{solve}, f_{ha} \end{matrix}\right. \rightarrow -\frac{B_2 + C_2 + D_2 + E_2 + F_{mh_2}}{\lambda_{ha_2}} = 4.88\cdot kN$$

Em tração como tínhamos atribuido no λ.ah

$$F_{ha} := \lambda_{ha} \cdot f_{ha} = \begin{pmatrix} -3.125 \\ 3.75 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot kN$$

$$f_{ba} := -\frac{f_{ha} \cdot \lambda_{ha_1} + F_{mh_1}}{\lambda_{ba_1}} = 12.5 \cdot kN$$

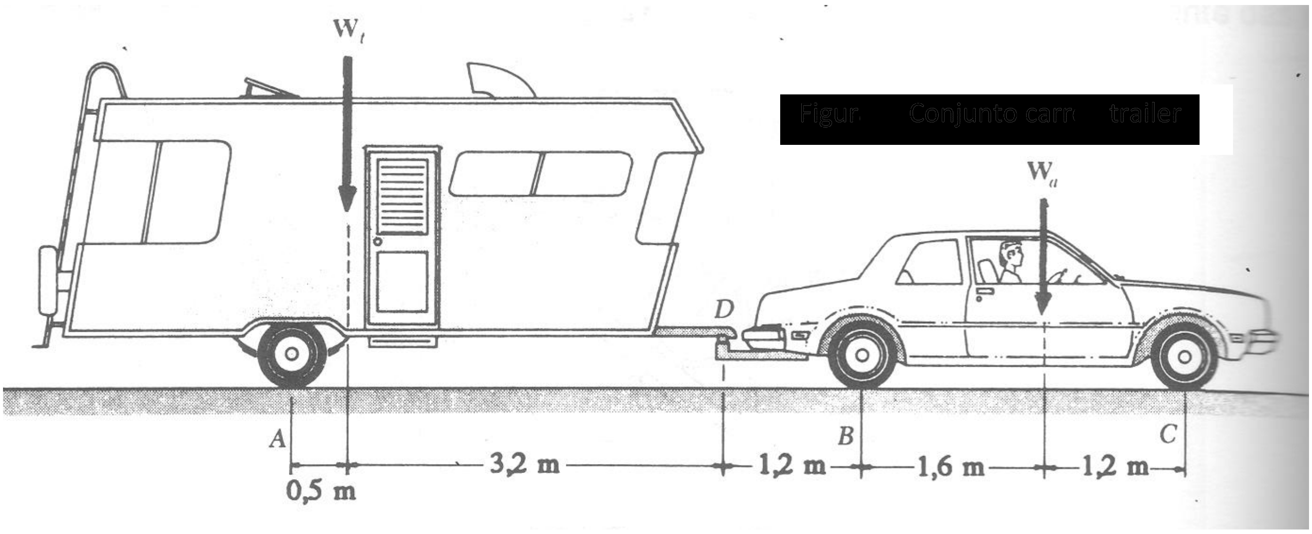
Em tração como
tínhamos atribuido no λ.ba

$$F_{ba} := \lambda_{ba} \cdot f_{ba} = \begin{pmatrix} -12.5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot kN$$

$$R1 + R2 + A - F_{ba} - F_{ha} - F_{mh} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} N$$

Só para conferir se o
resultado está correto

Questão 3 Equilíbrio do conjunto carro trailer



a) Peso do carro com motorista

$P_m := M_a \cdot g = 706.079\,N$ Peso do motorista

$P_c := -1200kg \cdot g - P_m = -12.47 \cdot kN$ Peso do carro com motorista

Primeiro caso só com o carro:

$d_{DB} := 1.2m \quad d_{DPc} := 2.8m \qquad d_{DC} := 4m$

somatório de momentos na roda B, determina carga na roda C

$$R_C := \left(d_{DPc} - d_{DB}\right) \cdot P_c + \left(d_{DC} - d_{DB}\right) \cdot R_C = 0 \;\Bigg|\; \begin{array}{l} \text{explicit} \\ \text{solve}, R_C \end{array} \rightarrow -\frac{P_c \cdot \left(d_{DB} - d_{DPc}\right)}{d_{DB} - d_{DC}} = 7.13 \cdot kN$$

$$\frac{R_C}{2} = 3.56 \cdot kN$$ Carga na roda C

$$R_B := R_C + P_c + R_B = 0 \;\Bigg|\; \begin{array}{l} \text{explicit} \\ \text{solve}, R_B \end{array} \rightarrow -P_c - R_C = 5.35 \cdot kN \qquad \frac{R_B}{2} = 2.67 \cdot kN$$ Carga na roda B

Caso do trailer com o carro e com o motorista

$d_{DA} := -3.7m \quad d_{DPt} := -3.2m$

$P_t := -1050kg \cdot g = -10.3 \cdot kN$ Peso do trailer

Somatório dos monentos em D determina a carga na roda A

$R_A := d_{DA} \cdot R_A + d_{DPt} \cdot P_t = 0 \ \left| \begin{array}{l} \text{explicit} \\ \text{solve}, R_A \end{array} \right. \rightarrow -\frac{P_t \cdot d_{DPt}}{d_{DA}} = 8.91 \cdot kN \quad \frac{R_A}{2} = 4.45 \cdot kN$ Carga na roda A

Somatório das forças a carga que o trailer receb do apoio no engate

$F_{Dt} := R_A + P_t + F_D = 0 \ \left| \begin{array}{l} \text{explicit} \\ \text{solve}, F_D \end{array} \right. \rightarrow -P_t - R_A = 1.391 \cdot kN$

somatório de momentos na roda B, determina carga na roda C com o peso do trailer no engate

$F_{Dc} := -F_{Dt} = -1.391 \cdot kN$ Força no engate do carro

$R_{Cc} := -d_{DB} \cdot F_{Dc} + \left(d_{DPc} - d_{DB}\right) \cdot P_c + \left(d_{DC} - d_{DB}\right) \cdot R_{Cc} = 0 \ \left| \begin{array}{l} \text{explicit} \\ \text{solve}, R_{Cc} \end{array} \right. \rightarrow -\frac{F_{Dc} \cdot d_{DB} + P_c \cdot \left(d_{DB} - d_{DPc}\right)}{d_{DB} - d_{DC}} = 6.53 kN$

$\frac{R_{Cc}}{2} = 3.266 \times 10^3 N$ Carga nas rodas C com o trailer acoplado simples

carga no eixo dianteiro do veiculo com o trailer acoplado simples

Somatório das forças determina a carga na roda B com o trailer acoplado

$R_{Bc} := F_{Dc} + R_{Bc} + P_c + R_{Cc} = 0 \ \left| \begin{array}{l} \text{explicit} \\ \text{solve}, R_{Bc} \end{array} \right. \rightarrow -F_{Dc} - P_c - R_{Cc} = 7.334 \cdot kN$

$\frac{R_{Bc}}{2} = 3.667 \cdot kN$ Craga nas rodas B

$R_{Bc} - R_B = 1.988 kN$ Carga adicional no eixo traseiro

$\frac{R_{Bc} - R_B}{2} = 994 \cdot N$ Carga adicional na roda traseira do carro devido ao trailer

$R_{Cc} - R_C = -596.35 N$ Carga adicional do eixo dianteiro

$\frac{R_{Cc} - R_C}{2} = -298 \cdot N$ Carga subtraida da roda dianteira pelo peso do Trailer

$R_A + R_{Bc} + R_{Cc} + P_t + P_c = -0 N$ Equilíbrio verificado