$GRR201 := (4 \ \ 8 \ \ 6 \ \ 5 \ \ 8)$

$M_a := 76 \cdot kg$ Massa do aluno

1 Peso do aluno:

$P_{aluno} := M_a \cdot g = 745 N$ Peso do aluno

$p_c := P_{aluno}$ Peso no robô de cabos

$\lambda_P := \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ Vetor diretor de Pa $\quad P_c := \lambda_P \cdot p_c = \begin{pmatrix} 0 \\ -745 \\ 0 \end{pmatrix} N$

$AB := \begin{pmatrix} .7 \\ 1.125 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot m$ Cabo AB $\quad \lambda_{AB} := \frac{AB}{|AB|} = \begin{pmatrix} 0.528 \\ 0.849 \\ 0 \end{pmatrix}$ Vetor diretor do cabo AB

Comprimento do cabo AB: $|AB| = 1.33 m$

$AC := \begin{pmatrix} 0 \\ 1.125 \\ -0.6 \end{pmatrix} \cdot m$ Cabo AC $\quad \lambda_{AC} := \frac{AC}{|AC|} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.882 \\ -0.471 \end{pmatrix}$ Vetor diretor do cabo AB

Comprimento do cabo AB: $|AC| = 1.28 m$

$AD := \begin{pmatrix} -0.65 \\ 1.125 \\ 0.45 \end{pmatrix} \cdot m$ Cabo AD $\quad \lambda_{AD} := \frac{AD}{|AD|} = \begin{pmatrix} -0.473 \\ 0.818 \\ 0.327 \end{pmatrix}$ Vetor diretor do cabo AB

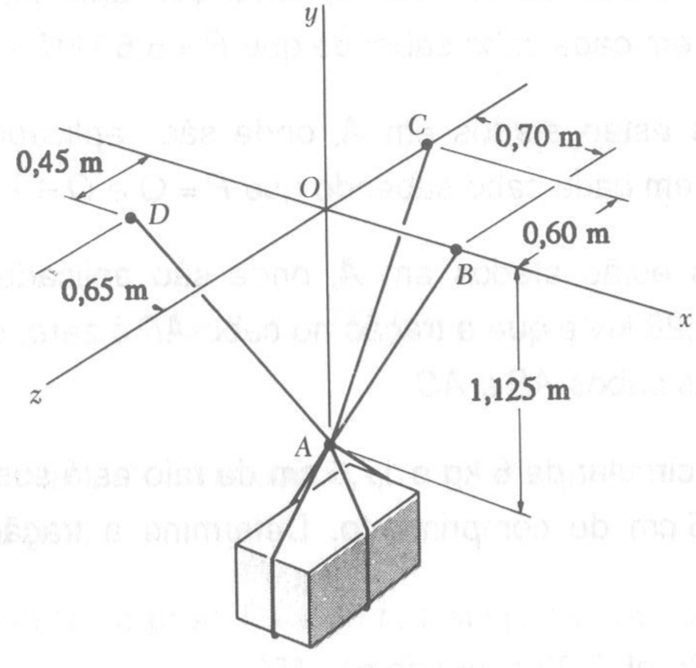
Comprimento do cabo AB: $|AD| = 1.38 m$

$\lambda_{AB} \cdot f_{AB} + \lambda_{AC} \cdot f_{AB} + \lambda_{AD} \cdot f_{AD} + P_a = 0$ Somatório das força =0

$MS^{\langle 1 \rangle} := \lambda_{AB} \quad MS^{\langle 2 \rangle} := \lambda_{AC} \quad MS^{\langle 3 \rangle} := \lambda_{AD} \quad MS = \begin{pmatrix} 0.528 & 0 & -0.473 \\ 0.849 & 0.882 & 0.818 \\ 0 & -0.471 & 0.327 \end{pmatrix}$ Montagem do sistema matricial

$MS \cdot FS = -P_c$ Equação matricial para a solução

$FS := MS^{-1} \cdot (-P_c) = \begin{pmatrix} 304 \\ 237 \\ 340 \end{pmatrix} N$ Vetor solução calculado pela inversão da matriz



$F_{AB} := FS_1 \cdot \lambda_{AB} = \begin{pmatrix} 160.8 \\ 258.4 \\ 0 \end{pmatrix} N$ Vetor força no cabo AB

$F_{AC} := FS_2 \cdot \lambda_{AC} = \begin{pmatrix} 0 \\ 208.7 \\ -111.3 \end{pmatrix} N$ Vetor força no cabo AC

$F_{AD} := FS_3 \cdot \lambda_{AD} = \begin{pmatrix} -160.8 \\ 278.2 \\ 111.3 \end{pmatrix} N$ Vetor força no cabo AD

Pelo método do sistema explicito e algébricamente manipulado

$$\lambda_{AB_1} \cdot f_{AB} + \lambda_{AD_1} \cdot f_{AD} = 0 \ \Big| \begin{matrix} \text{explicit} \\ \text{solve}, f_{AD} \end{matrix} \rightarrow -\frac{f_{AB} \cdot \lambda_{AB_1}}{\lambda_{AD_1}} \quad (1)$$

$$\lambda_{AB_2} \cdot f_{AB} + \lambda_{AC_2} \cdot f_{AC} + \lambda_{AD_2} \cdot f_{AD} = -P_{c_2} \quad (2)$$

$$\lambda_{AC_3} \cdot f_{AC} + \lambda_{AD_3} \cdot f_{AD} = 0 \ \Big| \begin{matrix} \text{explicit} \\ \text{substitute}, f_{AD} = -\frac{f_{AB} \cdot \lambda_{AB_1}}{\lambda_{AD_1}} \end{matrix} \rightarrow -\frac{f_{AB} \cdot \lambda_{AB_1} \cdot \lambda_{AD_3} - f_{AC} \cdot \lambda_{AD_1} \cdot \lambda_{AC_3}}{\lambda_{AD_1}} = 0 \quad (3)$$

$$-\frac{f_{AB} \cdot \lambda_{AB_1} \cdot \lambda_{AD_3} - f_{AC} \cdot \lambda_{AD_1} \cdot \lambda_{AC_3}}{\lambda_{AD_1}} = 0 \ \Big| \begin{matrix} \text{explicit} \\ \text{solve}, f_{AC} \end{matrix} \rightarrow \frac{f_{AB} \cdot \lambda_{AB_1} \cdot \lambda_{AD_3}}{\lambda_{AD_1} \cdot \lambda_{AC_3}}$$

Isolamos fAC (4)

$$\lambda_{AB_2} \cdot f_{AB} + \lambda_{AC_2} \cdot f_{AC} + \lambda_{AD_2} \cdot f_{AD} = -P_{c_2} \ \Big| \begin{matrix} \text{explicit} \\ \text{substitute}, f_{AD} = -\frac{f_{AB} \cdot \lambda_{AB_1}}{\lambda_{AD_1}} \end{matrix} \rightarrow \frac{f_{AB} \cdot \lambda_{AB_2} \cdot \lambda_{AD_1} - f_{AB} \cdot \lambda_{AB_1} \cdot \lambda_{AD_2} + f_{AC} \cdot \lambda_{AC_2} \cdot \lambda_{AD_1}}{\lambda_{AD_1}} = -P_{c_2}$$

$$\frac{f_{AB} \cdot \lambda_{AB_2} \cdot \lambda_{AD_1} - f_{AB} \cdot \lambda_{AB_1} \cdot \lambda_{AD_2} + f_{AC} \cdot \lambda_{AC_2} \cdot \lambda_{AD_1}}{\lambda_{AD_1}} = -P_{c_2} \ \Big| \begin{matrix} \text{explicit} \\ \text{substitute}, f_{AC} = \frac{f_{AB} \cdot \lambda_{AB_1} \cdot \lambda_{AD_3}}{\lambda_{AD_1} \cdot \lambda_{AC_3}} \end{matrix} \rightarrow \frac{f_{AB} \cdot \lambda_{AB_1} \cdot \lambda_{AC_2} \cdot \lambda_{AD_3} - f_{AB} \cdot \lambda_{AB_1} \cdot \lambda_{AC_3} \cdot \lambda_{AD_2} + f_{AB} \cdot \lambda_{AB_2} \cdot \lambda_{AD_1} \cdot \lambda_{AC_3}}{\lambda_{AD_1} \cdot \lambda_{AC_3}} = -P_{c_2}$$

$$f_{AB} := \frac{f_{AB}\cdot\lambda_{AB_1}\cdot\lambda_{AC_2}\cdot\lambda_{AD_3} - f_{AB}\cdot\lambda_{AB_1}\cdot\lambda_{AC_3}\cdot\lambda_{AD_2} + f_{AB}\cdot\lambda_{AB_2}\cdot\lambda_{AD_1}\cdot\lambda_{AC_3}}{\lambda_{AD_1}\cdot\lambda_{AC_3}} = -P_{c_2} \ \Big|\begin{matrix}\text{explicit}\\ \text{solve}, f_{AB}\end{matrix} \rightarrow -\frac{P_{c_2}\cdot\lambda_{AD_1}\cdot\lambda_{AC_3}}{\lambda_{AB_1}\cdot\lambda_{AC_2}\cdot\lambda_{AD_3} - \lambda_{AB_1}\cdot\lambda_{AC_3}\cdot\lambda_{AD_2} + \lambda_{AB_2}\cdot\lambda_{AD_1}\cdot\lambda_{AC_3}} = 304\,N$$

Força no cabo AB

$$f_{AC} := \frac{f_{AB}\cdot\lambda_{AB_1}\cdot\lambda_{AD_3}}{\lambda_{AD_1}\cdot\lambda_{AC_3}} = 237\,N$$

Força no cabo AC

$$f_{AD} := -\frac{f_{AB}\cdot\lambda_{AB_1}}{\lambda_{AD_1}} = 340\,N$$

Força no cabo AD

2.b Cálculo dos ângulos entre os cabos

$Ang_{BAC} := acos(\lambda_{AB}\cdot\lambda_{AC}) = 41.5\cdot deg$ $\quad |\lambda_{AB}\cdot\lambda_{AC}| = 0.749$

$Ang_{CAD} := acos(\lambda_{AC}\cdot\lambda_{AD}) = 55.4\cdot deg$ $\quad |\lambda_{AC}\cdot\lambda_{AD}| = 0.568$

$Ang_{DAB} := acos(\lambda_{AD}\cdot\lambda_{AB}) = 63.6\cdot deg$ $\quad |\lambda_{AD}\cdot\lambda_{AB}| = 0.445$

2. Para a treliça da figura abaixo, considere as forças conforme os algarismos de seu GRR

a) Determine as reações R1 e R2

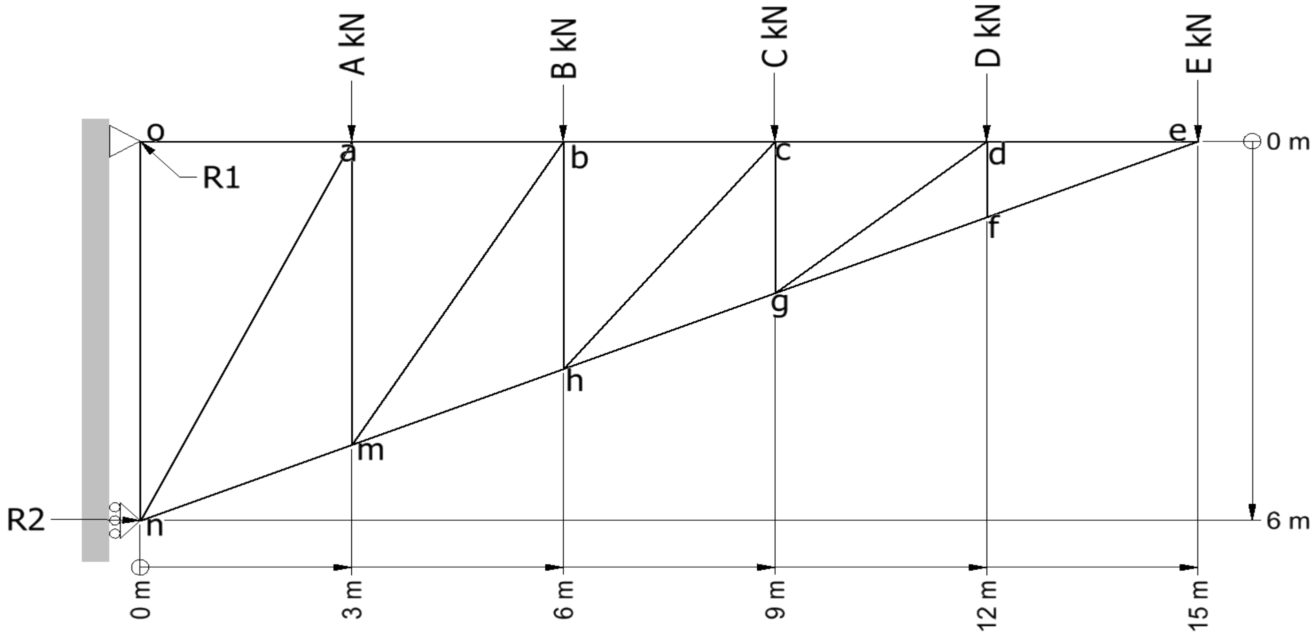
$$A := GRR201_{1,1} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot kN = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot kN$$

$$B := GRR201_{1,2} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot kN = \begin{pmatrix} 0 \\ -8 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot kN$$

$$C := GRR201_{1,3} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot kN = \begin{pmatrix} 0 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot kN$$

$$D := GRR201_{1,4} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot kN = \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot kN$$

$$E := GRR201_{1,5} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} kN = \begin{pmatrix} 0 \\ -8 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot kN$$




$dA := 3m \quad dB := 6m \quad dC := 9m \quad dD := 12m \quad dE := 15m \quad pR2 := -6m$

Posições dos nós

Somatório dos momentos em torno de R1

$$r2_x := dA \cdot A_2 + dB \cdot B_2 + dC \cdot C_2 + dD \cdot D_2 + dE \cdot E_2 + -pR2 \cdot R2 = 0 \ \Big| \begin{matrix} explicit \\ solve, R2 \end{matrix} \rightarrow \frac{dA \cdot A_2 + dB \cdot B_2 + dC \cdot C_2 + dD \cdot D_2 + dE \cdot E_2}{pR2} = 49 \cdot kN$$

$$R2 := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot r2_x = \begin{pmatrix} 49 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot kN$$ Vetor R2

Reação R2

Somatório das forças em X:

$$r1_x := r1_x + r2_x = 0 \ \Big| \begin{matrix} explicit \\ solve, r1_x \end{matrix} \rightarrow -r2_x = -49 \cdot kN$$

Somatório das forças em Y

$$r1_y := r1_y + A_2 + B_2 + C_2 + D_2 + E_2 = 0 \ \Big| \begin{matrix} explicit \\ solve, r1_y \end{matrix} \rightarrow -A_2 - B_2 - C_2 - D_2 - E_2 = 31 \cdot kN \qquad R1 := \begin{pmatrix} r1_x \\ r1_y \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -49 \\ 31 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot kN$$

$|R1| = 57.983 \cdot kN$ Reação R1

b) Determine as cargas nas barras ab, ah, mn ou mh

$$ab := \begin{pmatrix} dB - dA \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} m \qquad \lambda_{ab} := \frac{ab}{|ab|} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Vetor da barra ab puxando o nó a

$$bm := \begin{bmatrix} dA - dB \\ pR2 \cdot \left(1 - \frac{dA}{dE}\right) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -4.8 \\ 0 \end{pmatrix} m \qquad \lambda_{bm} := \frac{bm}{|bm|} = \begin{pmatrix} -0.53 \\ -0.848 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Vetor da barra mb emourrando o nó b

$$mh := \begin{bmatrix} (dB - dA) \\ -pR2 \cdot \left(\frac{dB - dA}{dE}\right) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1.2 \\ 0 \end{pmatrix} m \qquad \lambda_{mh} := \frac{mh}{|mh|} = \begin{pmatrix} 0.928 \\ 0.371 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Vetor da barra mh empurrando o nó h

$$r_{mo} := \begin{bmatrix} -dA \\ -pR2 \cdot \left(1 - \frac{dA}{dE}\right) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4.8 \\ 0 \end{pmatrix} m$$

Raio do nó m para o nó o

$$mn := \begin{bmatrix} -dA \\ pR2 \cdot \left(\frac{dA}{dE}\right) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1.2 \\ 0 \end{pmatrix} m \qquad \lambda_{mn} := \frac{mn}{|mn|} = \begin{pmatrix} -0.928 \\ -0.371 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Vetor da barra mn empurrano o nó n

$$ma := \begin{bmatrix} 0 \\ -pR2 \cdot \left(1 - \frac{dA}{dE}\right) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4.8 \\ 0 \end{pmatrix} m \qquad \lambda_{om} := \frac{ma}{|ma|} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Vetor da barra om empurrando o nó a

$$bh := \begin{bmatrix} 0 \\ pR2 \cdot \left(1 - \frac{dB}{dE}\right) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3.6 \\ 0 \end{pmatrix} m \qquad \lambda_{bh} := \frac{bh}{|bh|} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Vetor da barra bh empurrando h

$$bc := \begin{pmatrix} dC - dB \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} m \qquad bd := \begin{pmatrix} dD - dB \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} m \qquad be := \begin{pmatrix} dE - dB \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} m$$

A serem usados apenbas como raio no somatório de momentos

Somatório de momentos em torno de m para determinar ab:

$$r_{mo} \times R1 + mn \times R2 + f_{ab} \cdot (ma \times \lambda_{ab}) = 0 \;\Big|\; \begin{matrix} \text{explicit} \\ \text{solve}, f_{ab} \end{matrix} \rightarrow -\frac{mn \times R2 + r_{mo} \times R1}{ma \times \lambda_{ab}}$$

$$mn \times R2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 58.8 \end{pmatrix} \cdot kN \cdot m \qquad r_{mo} \times R1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 142.2 \end{pmatrix} \cdot kN \cdot m \qquad ma \times \lambda_{ab} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -4.8 \end{pmatrix} m$$

$$f_{ab} := -\frac{(mn \times R2)_3 + (r_{mo} \times R1)_3}{(ma \times \lambda_{ab})_3} = 41.875 \cdot kN$$

Em tração como definido no λ.ab

$$F_{ab} := f_{ab} \cdot \lambda_{ab} = \begin{pmatrix} 41.875 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot kN$$

Somatório dos momentos em torno de b para determinar mh

$$bc \times C + bd \times D + be \times E + f_{mh} \cdot (bh \times \lambda_{mh}) = 0 \;\Big|\; \begin{matrix} \text{explicit} \\ \text{solve}, f_{mh} \end{matrix} \rightarrow -\frac{bc \times C + bd \times D + be \times E}{bh \times \lambda_{mh}}$$

$$bc \times C + bd \times D + be \times E = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -120 \end{pmatrix} \cdot kN \cdot m \qquad bh \times \lambda_{mh} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3.343 \end{pmatrix} m$$

$$f_{mh} := -\frac{(bc \times C + bd \times D + be \times E)_3}{(bh \times \lambda_{mh})_3} = 35.9 \cdot kN$$

Em compressão comno definido por λ.mh

$$F_{mh} := f_{mh} \cdot \lambda_{mh} = \begin{pmatrix} 33.33 \\ 13.33 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot kN \qquad F_{hm} := -F_{mh} = \begin{pmatrix} -33.33 \\ -13.33 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot kN$$

Somatórios de forças  na secçao oamn:

$$F_{bm} := R1 + R2 + A + F_{ab} + F_{hm} + F_{bm} = 0 \;\Big|\; \begin{matrix} \text{explicit} \\ \text{solve}, F_{bm} \end{matrix} \rightarrow -A - F_{ab} - F_{hm} - R1 - R2 = \begin{pmatrix} -8.542 \\ -13.667 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot kN$$

$$f_{bm} := \frac{F_{bm_1}}{\lambda_{bm_1}} = 16.116 \cdot kN$$

Em compressão com definido no vetor bm

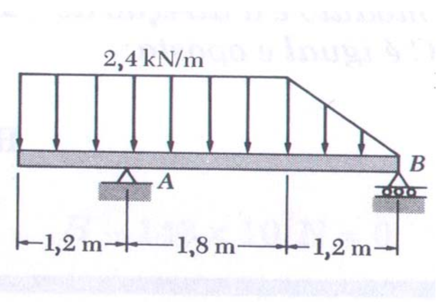
Verificação do equiilíbrio da secção beh:

$$F_{ba} := -F_{ab} \qquad F_{mb} := -F_{bm}$$

$$F_{ba} + F_{mb} + F_{mh} + B + C + D + E = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} N$$

Ok equilíbrio veridicado

4. Para a viga da Figura 3




Área retangular:

$A_r := 2.4 \cdot \frac{kN}{m} \cdot (1.2m + 1.8m) = 7.2 \cdot kN$ Força equivamente do área retangular

$Xcg_r := \frac{1.2m + 1.8m}{2} - 1.2m = 0.3\,m$ X do CG do retângulo com zero sobre A

$A_t := \frac{2.4 \cdot \frac{kN}{m} \cdot 1.2m}{2} = 1.44 \cdot kN$ Força equivalente da áre triangular

$Xcg_t := \frac{1}{3} \cdot 1.2m + 1.8m = 2.2\,m$ X dp CG do tringulo com zero sobre A

$F_{eq} := -\left(A_r + A_t\right) = -8.64 \cdot kN$

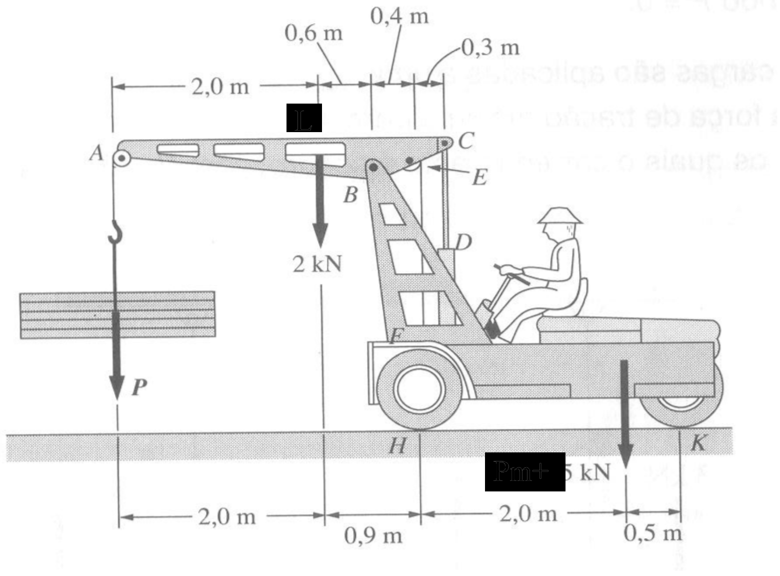
$Xcg := \frac{Xcg_r \cdot A_r + Xcg_t \cdot A_t}{A_r + A_t} = 0.617\,m$ Posição da força equivalente com zero sobre A

$R_B := F_{eq} \cdot Xcg + R_B \cdot 3m = 0 \;\Big|\begin{matrix} \text{solve}, R_B \\ \text{explicit} \end{matrix} \rightarrow -\frac{F_{eq} \cdot Xcg}{3 \cdot m} = 1.776 \cdot kN$ Reação no apoio A

$R_A := R_A + R_B + F_{eq} = 0 \;\Big|\; \text{explicit, solve}, R_A \rightarrow -F_{eq} - R_B = 6.86 \cdot kN$ Reação no apoio B

5. Guindaste:

Cargas nos eixo dianteiro e traseiro




$Pm := P_{aluno}$

$Pg := -(Pm + 45kN) = -45.75\,kN$ Peso do chassi do Gundaste =

$Pc := -20 \cdot kN$ Peso da madeira

$Pl := -2 \cdot kN$ Peso da lança

$ah := -(2m + .9m) = -2.9\,m$ $\quad lh := -.9m$ $\quad hg := 2m$ $\quad hk := (2m + .5m) = 2.5\,m$

Somatório de momentos erm torno de H

$P_K := ah \cdot Pc + lh \cdot Pl + hg\,Pg + hk \cdot P_K = 0 \;\Big|\; \text{explicit, solve}, P_K \rightarrow -\frac{Pc \cdot ah + Pg \cdot hg + Pl \cdot lh}{hk} = 12.676 \cdot kN$

Força no eixo traseiro

Somatório de forças do veiculo completo

$P_H := P_H + P_K + Pc + Pl + Pg = 0 \;\Big|\; \text{explicit, solve}, P_H \rightarrow -Pc - Pg - Pl - P_K = 55.07 \cdot kN$ Força no eixo dianteiro

Cargas na lança

$ab := -(2m + .6m) = -2.6\,m$ $\quad lb := .6m$ $\quad be := .4m$ $\quad bc := (.4m + .3m) = 0.7\,m$

Somatório de momentos no Pivô B

$F_{DC} := ab \cdot Pc - lb \cdot Pl + be \cdot Pc + bc \cdot F_{DC} = 0 \;\Big|\; \text{explicit, solve}, F_{DC} \rightarrow -\frac{Pc \cdot ab + Pc \cdot be - Pl \cdot lb}{bc} = -64.6 \cdot kN$ Carga na haste CD

$F_B := F_B + Pc + Pl + Pc + F_{DC} = 0 \;\Big|\; \text{explicit, solve}, F_B \rightarrow -F_{DC} - 2 \cdot Pc - Pl = 106.6 \cdot kN$ Carga no pivô B