

Superfícies Quádricas

Equações e Figuras

Profa. Simone Tomazzoni

Fonte: Material de apoio do livro Cálculo: um novo horizonte - Howard Anton

Superfícies Quádricas

- Uma *superfície quádrlica* é o gráfico de uma equação de segundo grau nas variáveis x , y e z :

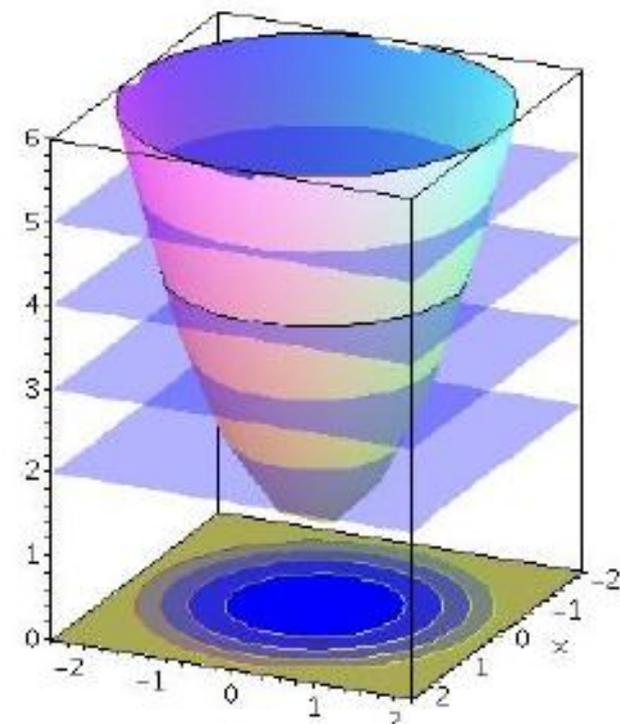
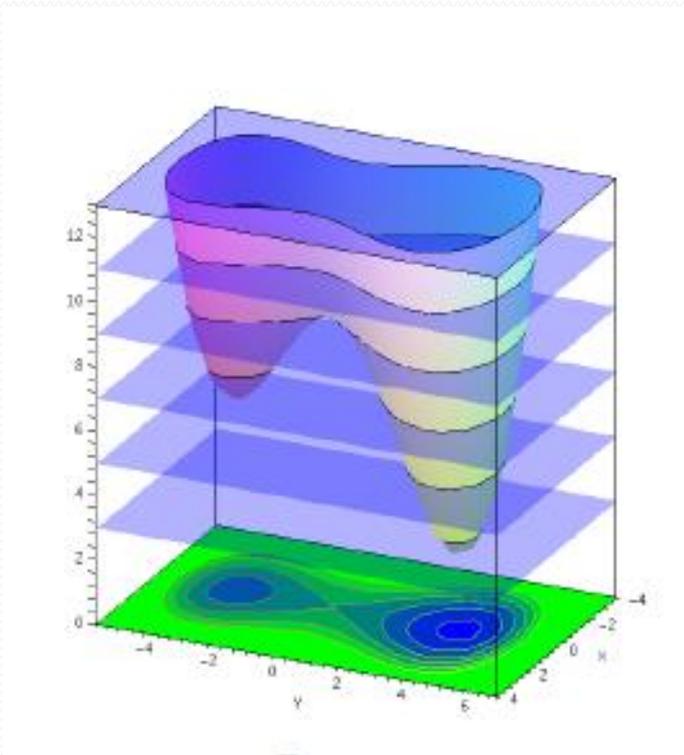
$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 + Dxy + Eyz + Fxz + Gx + Hy + Iz + J = 0$$

- Onde A , B , C , D ,... J são constantes.
- São as correspondentes tridimensionais das cônicas no plano.

Representação gráfica

- Para se esboçar o gráfico de uma superfície no espaço, determinam-se as curvas de interseção da superfície:
 - ❖ com os planos coordenados
 - ❖ com planos paralelos aos planos coordenados
- As interseções com planos paralelos ao plano xy são conhecidas como **curvas de contorno** e suas projeções no plano xy são as chamadas **curvas de nível**.

Curvas de contorno e curvas de nível

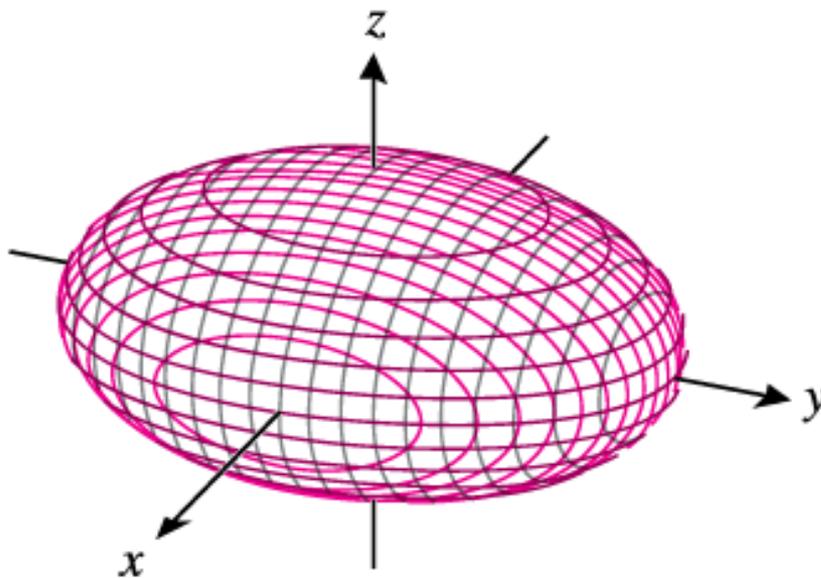


Fonte: Material de apoio do livro Cálculo: um novo horizonte - Howard Anton

SUPERFÍCIE

EQUAÇÃO

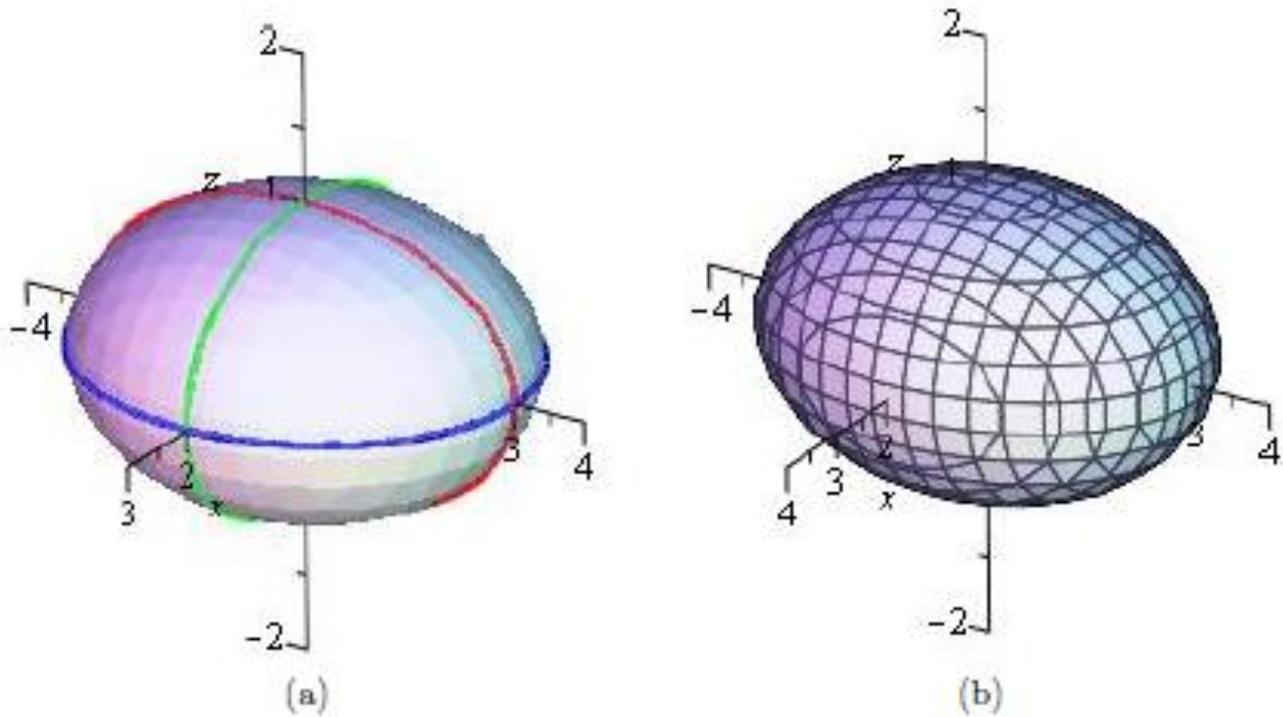
ELIPSÓIDE



$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

Os traços nos planos coordenados são elipses, como também são elipses os traços em planos paralelos aos planos coordenados, que intersectam a superfície em mais de um ponto.

Elipsóide

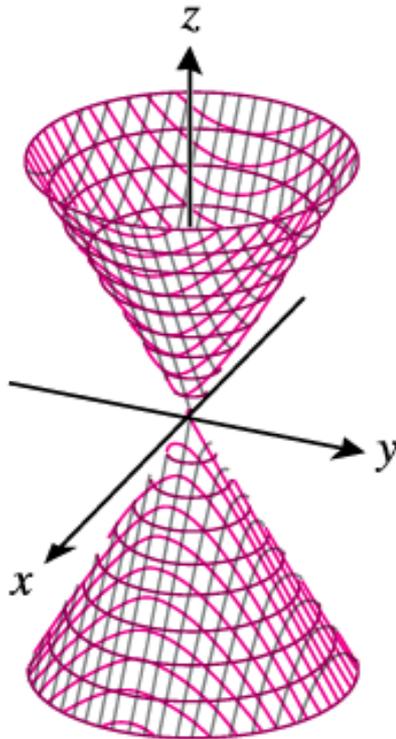


Fonte: Material de apoio do livro Cálculo: um novo horizonte - Howard Anton

SUPERFÍCIE

EQUAÇÃO

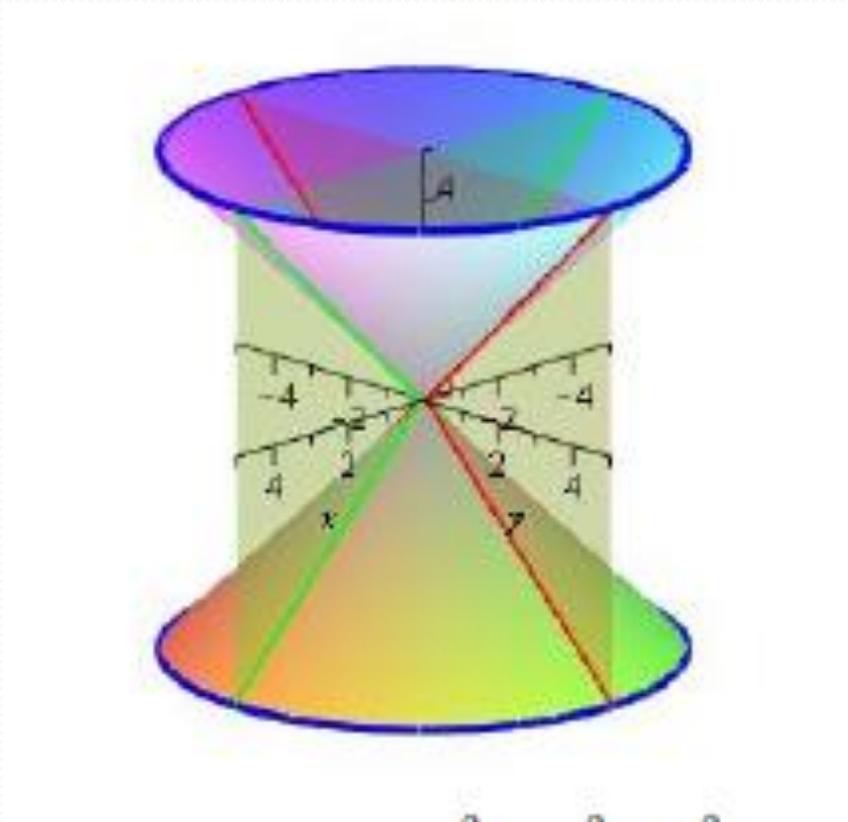
CONE ELÍPTICO



$$z^2 = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$$

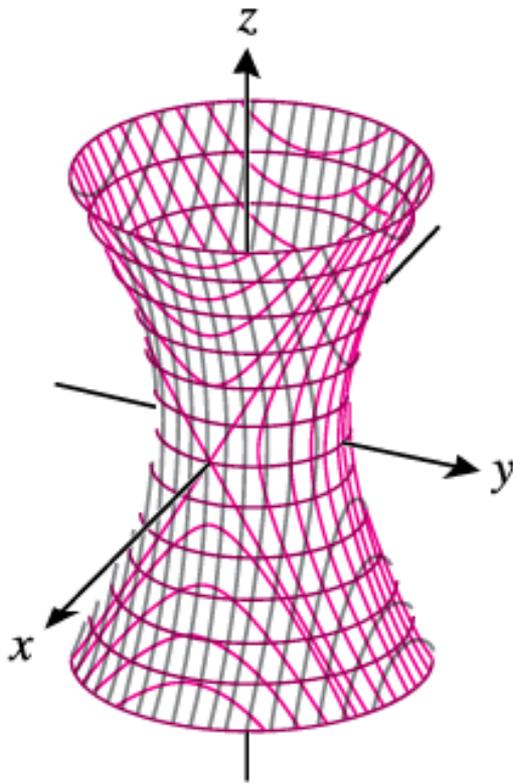
O traço no plano xy é um ponto (a origem) e os traços em planos paralelos ao plano xy são elipses. Os traços nos planos yz e xz são pares de retas que se intersectam na origem. Os traços em planos paralelos a esses são hipérbolas.

Cone elíptico



Fonte: Material de apoio do livro Cálculo: um novo horizonte - Howard Anton

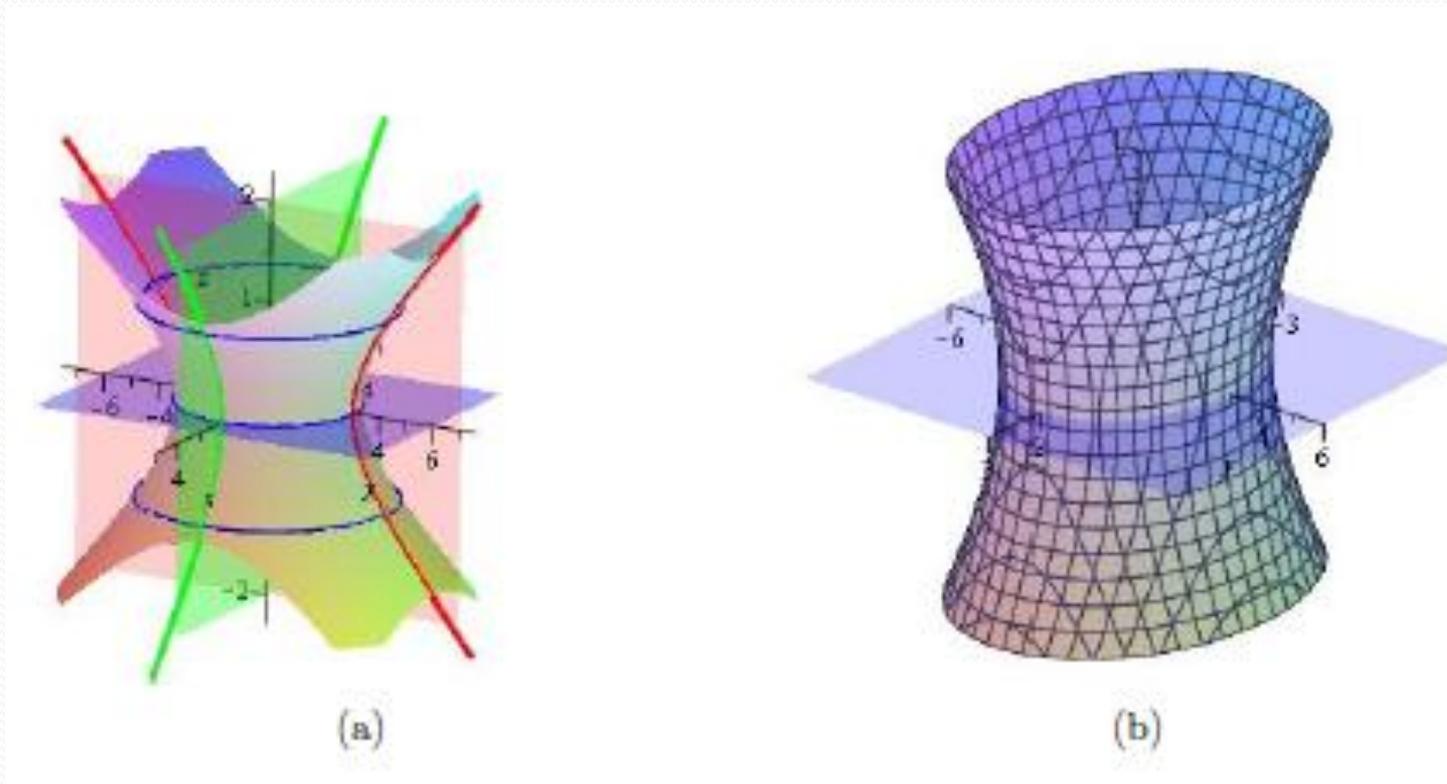
HIPERBOLÓIDE
DE UMA FOLHA



$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

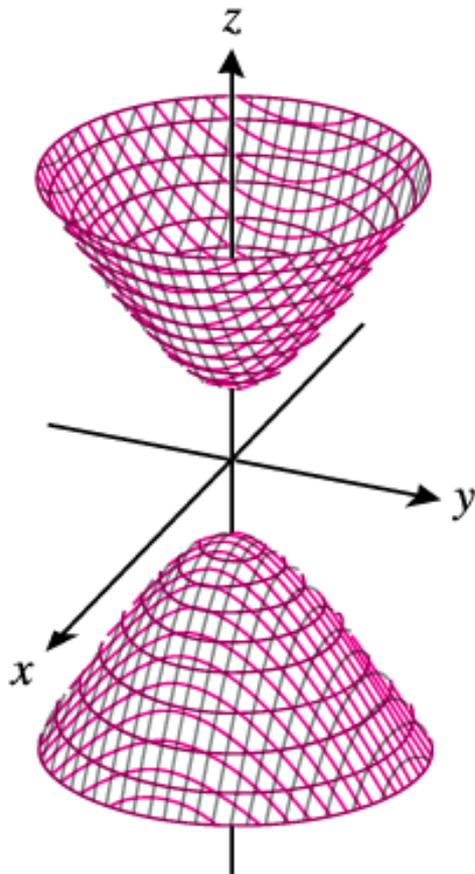
O traço no plano xy é uma elipse, como são os traços nos planos paralelos ao plano xy . Os traços nos planos yz e xz são hipérbolas, bem como os traços nos planos paralelos a eles que não passam pelos cortes com os eixos x e y . Nesses pontos, os traços são pares de retas concorrentes.

Hiperbolóide de uma folha



Fonte: Material de apoio do livro Cálculo: um novo horizonte - Howard Anton

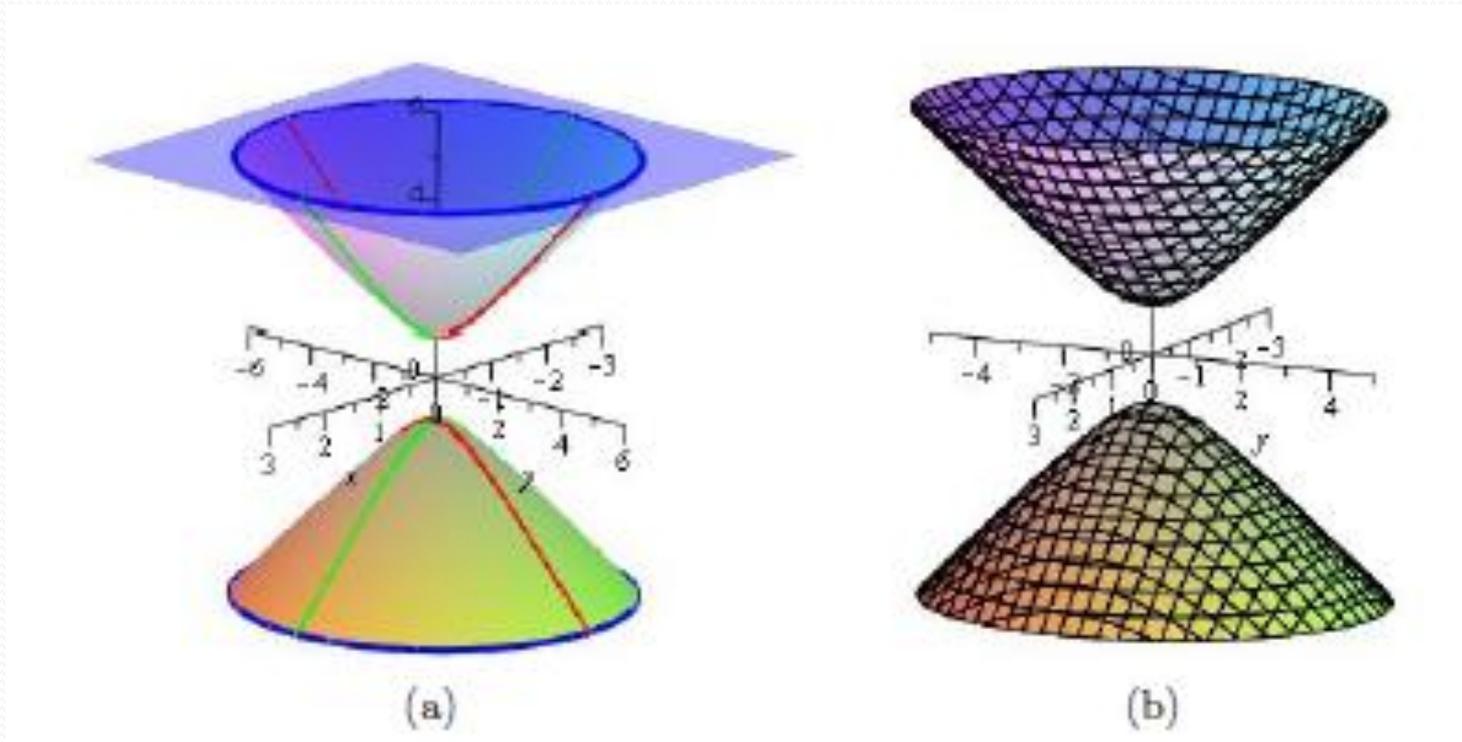
HIPERBOLÓIDE
DE DUAS FOLHAS



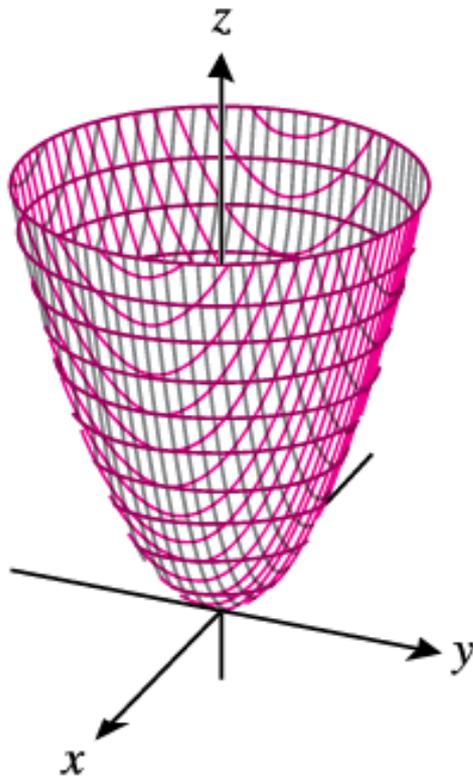
$$\frac{z^2}{c^2} - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Não há traço no plano xy . Em planos paralelos ao plano xy que intersectam a superfície em mais do que um ponto os traços são elipses. Os traços nos planos yz e xz , bem como em planos paralelos a eles, são hipérbolés.

Hiperbolóide de duas folhas



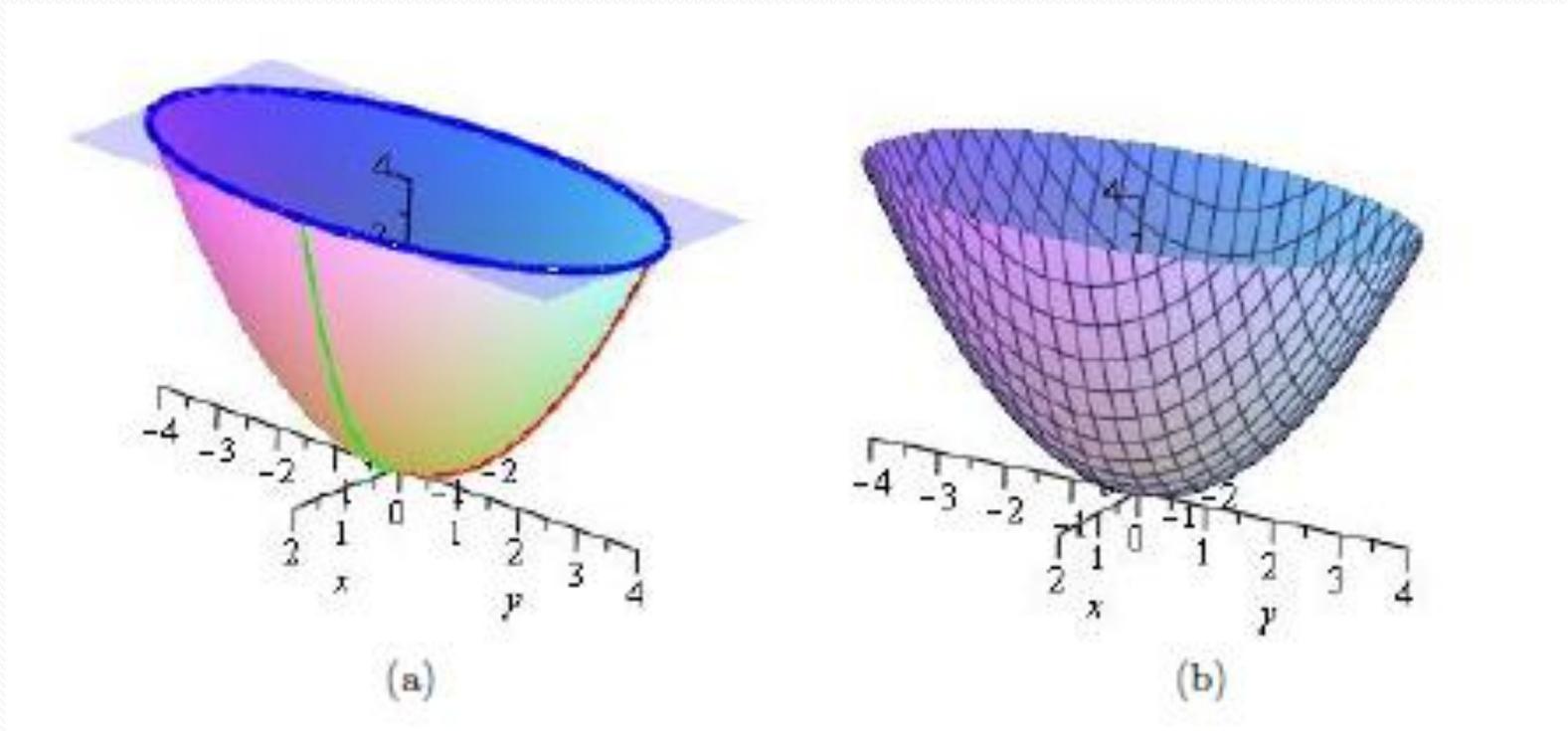
PARABOLÓIDE ELÍPTICO



$$z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$$

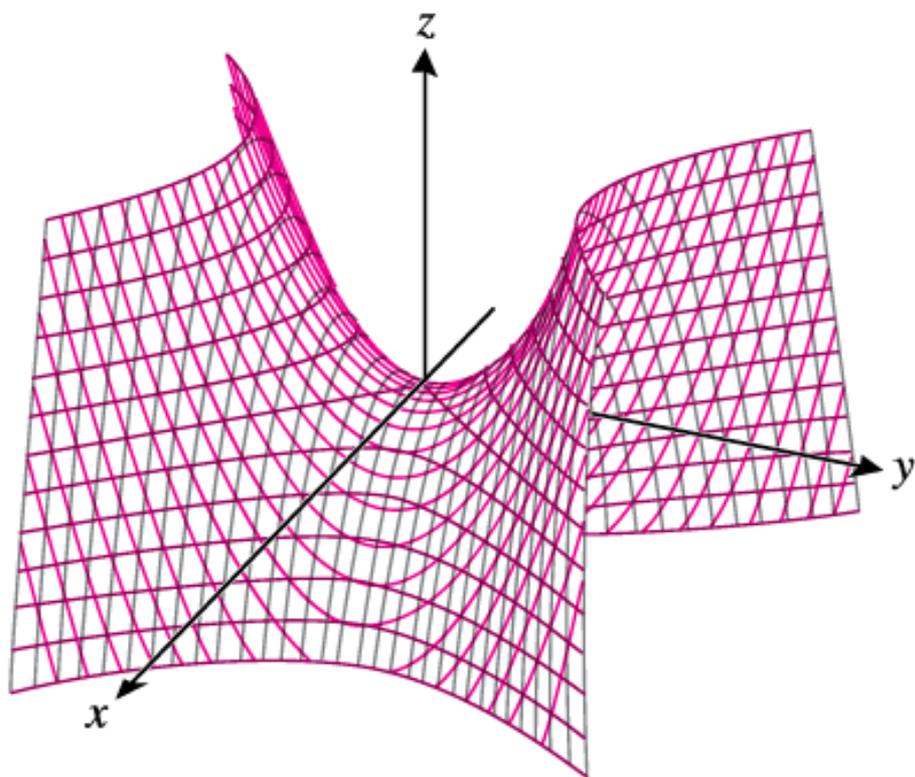
O traço no plano xy é um ponto (a origem) e os traços em planos paralelos e acima dele são elipses. Os traços nos planos yz e xz , bem como em planos paralelos a eles, são parábolas.

Parabolóide elíptico



Fonte: Material de apoio do livro Cálculo: um novo horizonte - Howard Anton

PARABOLÓIDE HIPERBÓLICO



$$z = \frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2}$$

O traço no plano xy é um par de retas que se cruzam na origem. Os traços em planos paralelos ao plano xy são hipérboles. As hipérboles acima do plano xy abrem-se na direção y e as abaixo na direção x . Os traços nos planos yz e xz , bem como em planos paralelos a eles, são parábolas.

Parabolóide Hiperbólico

